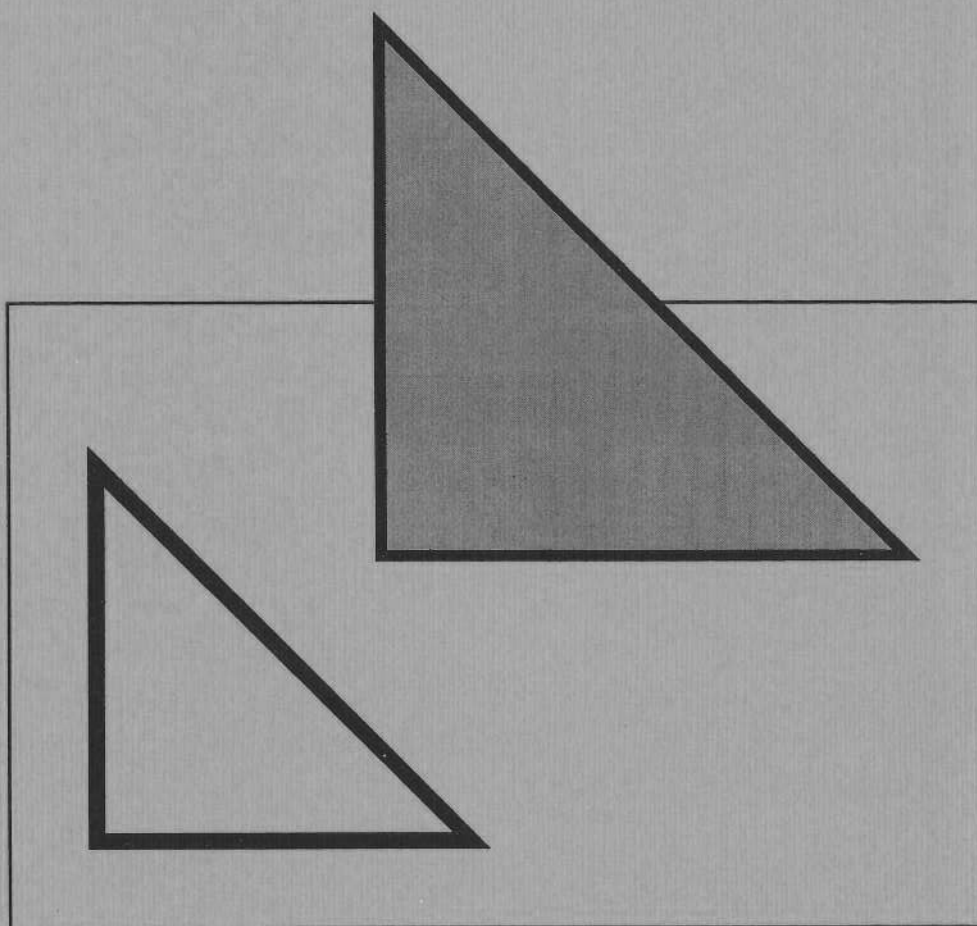


# FLATAR máí



1. tbl. 6. árg. maí 1998

Málgagn Flatar,  
samtaka stærðfræðikennara

## Sumarmál

Kínverskar sagnir tíðbeygjast ekki. Tíminn ræðst af samhenginu hverju sinni. Stærðfræði verkefni eiga það sammerkt með kínverskum sögnum að þau geta skýrst af samhenginu.

Vorleysingar eru í skólamálaumræðu á Íslandi. Í því samhengi sýnist við hæfi að stærðfræðipælingar Flatarmála streymi inn á veraldarvefinn. Tæknin má þó ekki blinda okkur. Það getur verið hvíld frá skjálífínu að setjast í hægindastól með gott ritverk í hendi sér á meðan notið er. Höldum því áfram að gefa Flatarmál einnig út í formi tímarits.

Gleðilegt sumar!

Ragnheiður Benediktsson

# FLATAR mál

1. tbl. 6. árg.

© 1998 Flatarmál

Útgefandi:

Flötur, samtök stærðfræðikennara, Faxabraut 39, 230 Keflavík.

**Ritstjórar og ábyrgðarmenn:**

Kristinn Jónsson, Kristjana Skúladóttir, Ragnheiður Benediktsson og Sigrún Ingimarsdóttir.

**Stjórn Flatar:**

Ragnheiður Gunnarsdóttir formaður, Ársæll Másson varaformaður, Jónína Vala Kristinsdóttir ritari, Ásrún Matthíasdóttir gjaldkeri, Hilmar Arason meðstjórnandi, Svanfríður Jakobsdóttir og Hafdís Guðjónsdóttir í varastjórn.

**Umbrot:** Kristinn Jónsson.

**Prófarkarlestur:** Meyvant Þórólfsson.

**Upplag:** 500 eintök.

# Flötur

fyrstu árin fimm að baki

Anna Kristjánsdóttir

Hvað verður til þess að stærðfræðikennarar ræði sameiginleg mál sín á skipulegan hátt, myndi samtök og vinni að umbótum í stærðfræðikennslu? Hvaðan kemur frumkvæði og hverjir slást í hópinn? Hvaða ávinning hafa einstakir kennarar af því í starfi sínu að slík samtök séu til, að þau séu virk, að þau séu áhrifamikil? Með þessar spurningar í huga er litið yfir tilurð, starf og afrakstur *Flatar*.

## Litið langt um öxl

Fyrstu merki um að ýmsir kennarar og skólastjórar hafi talið það skipta máli að fjalla um kennslu og námsefni í reikningi má sjá í *Skólablaðinu* sem kom út á árunum 1907 til 1922. Lög um barnafræðslu, sem fólu í sér ákvæði um kennslu í reikningi, höfðu verið samþykkt 1880 og á fyrstu áratugum þar á eftir skrifuðu ýmsir kennslubækur og gáfu út (1). Skólamenn víðs vegar um land lögðu til umræðunnar um reikningskennsluna í *Skólablaðinu*. Hins vegar lét formleg félagsstofnun ekki á sér kræla á þessum árum enda félög kringum kennslu einstakra námsgreina óþekkt fyrirbæri.

Þegar *Skólablaðið* hætti að koma út, en *Menntamál* og síðar *Ný menntamál* tóku við, hélt þessi umræða skólamanna um reikningskennslu því miður ekki áfram þótt einstaka sinnum birtust greinar um reiknings- og síðar stærðfræðikennslu. Vandfundnar eru vísbendingar um að mönnum hafi þótt máli skipta að sameina krafta í uppbyggingu eða breytingum á þessu sviði fyrr en komið er fram um miðjan sjöunda áratuginn. Þá er ytri þrýstingur á að breyta stærðfræðikennslu orðinn verulegur og bæði fræðslufyrirvöld Reykjavíkurborgar og menntamálaráðuneyti ráða fólk til að vinna að umbótum og leiða þær.

Það sem hér hefur þegar verið sagt á við um almannafræðslu eða skyldunám en skrif um kennslu í menntaskólum og öðrum skólum fyrir eldri nemendur voru heldur ekki mikil, tengdust líklega einkum baráttunni fyrir stofnun stærðfræðideildar við Menntaskólann í Reykjavík (2). Breytingarnar á sjöunda áratugnum komu hins vegar hraðar til framkvæmda í menntaskólum en barna- og unglingaskólum, enda um talsvert færri kennara að ræða og sérstaklega menntaða á þessu sviði.

Árið 1947 stofnaði hópur stærðfræðimenntaðra manna *Íslenska stærðfræðafélagið*. Frumkvöðlar þess voru m.a. stærðfræðikennarar menntaskóla og háskóla. Komið hefur nokkrum sinnum fyrir að félagið láti sig varða stærðfræðikennslu en það er ekki félag stærðfræðikennara. Fyrstu merki um vilja stærðfræðikennara til að eiga sér samstarfs-

vettvang var að finna á sjöunda áratugnum en þá var til félag sem einkum voru í stærðfræðikennarar á gagnfræðastigi. Það starfaði stutt og átti ekki málagn. Ef til vill dró það úr þörf fyrir félagsstarf að um þetta leyti var stofnuð deild innan menntamálaráðuneytisins sem sinna skyldi rannsóknum og þróun í skólamállum eins og þá var algengt víða um lönd (kennt við „*research and development*“).

Stærðfræði var ein fyrsta greinin sem skoðuð var innan *skólarannsóknadeildar* og þar með hófust breytingar undir forystu ráðuneytisins. Vera kann að menn hafi talið það nóg, enda var umræða um gildi fagfélaga kringum einstakar bóklegar námsgreinar í almannafræðslu aðeins nýlega vöknud í nágrannalöndum og ekki hafin hér.

Menntamálaráðuneyti hafði, í uppbyggingu stærðfræðikennslu innan grunnskóla, samstarf við endurmenntunardeild Kennaraháskóla Íslands sem tók til starfa samfara því að kennaramenntun færðist á háskólastig. Þetta samstarf stóð fram til 1984 er námstjórn í stærðfræði innan menntamálaráðuneytis var af lögð. Næstu ár á eftir störfuðu þó ráðgjafar í hlutastarfi í einstökum umdæmum og sinntu leiðbeiningum og upplýsingagjöf til stærðfræðikennara. Þeir leituðu stundum eftir faglegum stuðningi til starfsmanna Kennaraháskóla Íslands en formlegt heildarsamstarf um uppbyggingu stærðfræðikennslunnar í grunnskólum var ekki um að ræða lengur. Á þessum tíma hefði skipt verulegu máli að til væru samtök stærðfræðikennara og talsvert var reynt að hvetja til grasrótastarfsemi. Vestfirðingar tóku áskoruninni og sendu frá sér fyrsta tölublað af *Talnalínu* en ekki varð framhald á slíku í öðrum umdæmum.

Sé litið til framhaldsskólans, sem var að mótast í núverandi mynd á síðari hluta áttunda áratugarins og þeim níunda, var staðan nokkuð önnur. Á Norðurlöndum urðu snemma til sameiginleg samtök menntaskólakennara í stærðfræði, eðlisfræði og efnafræði. Í sumum landanna áttu þeir unglingastigskennarar, sem menntaðir voru í þessum greinum, einnig aðild. Þessi félög voru fyrirmynd að

Því að árið 1977 var stofnað hér *Félag raungreinakennara* sem var eingöngu ætlað framhaldsskólakennurum. Tillögur komu fram stöku sinnum um að leitað yrði samstarfs við unglíngastígskenndara en þær fengu ekki jákvæð viðbrögð. Á níunda áratugnum tók félagið að sér að sinna í vaxandi mæli verkefnum fyrir menntamálaráðuneytið varðandi málefni þessara námsgreina í framhaldsskóla og hefur gegnt því áfram. Aðild að félaginu varð því á þann veg að allir, sem kenndu stærðfræði, tölvufræði, eðlisfræði, efnafræði, jarðfræði og skyldar greinar í framhaldsskólum væru sjálfkrafa í félaginu og árgjald ekkert (3). Styrkur menntamálaráðuneytis til félagsins rennur m. a. til fréttabréfs sem gefið er út tvisvar á ári og dreift án

gjalds innan hvers framhaldsskóla og víðar.

Um svipað leyti og þannig var farið að styðja starf innan framhaldsskólans var smám saman lögð niður sú ráðgjöf sem stærðfræðikennarar grunnskóla í sumum fræðsluumdæmum höfðu notið. Í stærstu umdæmunum, Reykjavík og Reykjanesi hafði reyndar enga ráðgjöf verið að fá síðan námstjórn lagðist af. Það mátti því með sanni segja í árslok 1987 (4) að staða stærðfræðikennslu í grunnskólum væri mun lakari en um 1980. Þótt vissulega hafi mátt spyrja hverra það væri að sjá til þess að í landinu væri einhver ráðgjöf á þessu sviði taldi undirrituð í ljósi fenginnar reynslu að vænlegra til árangurs í málinu væri að leita samstarfs við endurmenntun KHÍ við að hefja enduruppbyggingu.

## Stofnun heildarsamtaka stærðfræðikennara nálgast

Frumkvæði að þeirri uppbyggingu sem síðar leiddi til stofnunar *Flatar* var tekið með námskeiði fyrir hóp reyndra stærðfræðikennara á barnastigi sumarið 1988. Þetta var fyrsta námskeiðið þar sem börn tóku þátt. Það var gert til þess að þátttakendum gæfist kostur á að reyna á námskeiðinu kennsluhætti sem þeir voru ekki vanir. Vegna aðstæðna, sem áður er lýst, var talið rétt að hefjast handa með barnakennurum. Í kjölfar þessa námskeiðs tók við markvisst samstarf forystumanna á þessu sviði við KHÍ og almennra kennsluráðgjafa í nokkrum fræðsluumdæmum. Keðja námskeiða og fræðslufundaraðir fyrir stærðfræðikennara í einstökum umdæmum voru byggð upp eftir því sem bolmagn og áhugi leyfði á hverjum stað. Eftir nokkurn þrýsting réði menntamálaráðuneytið tímabundið námstjóra haustið 1990 sem einnig lagði þessu starfi lið.

Markmiðið með samstarfinu var að efla til muna umræðu um stærðfræðikennslu og gefa kennurum tækifæri á að kynnast bæði nýju inntaki og leiðum til að auka gæði kennslunnar. Það var vitað að gæði myndu ekki aukast nema með virkri þátttöku fjölda kennara innan allra skólastiga ásamt umræðu og samstarfi þvert á skil skólastiganna. Ljóst var þarna orðið að frumkvæði að stofnun heildarsamtaka stærðfræðikennara, eins og t. d. voru starfandi í Bretlandi og Bandaríkjunum, myndi hér á landi ekki koma frá grasróttinni.

Samráðshópurinn undirbjó því umræðu um stofnun samtaka og boðaði til undirbúningsfundar í desember 1992. Áhugi var eindreginn meðal fundarmanna og tveimur nefndum falið að undirbúa stofnfund og gera tillögu um stefnuskrá, félagsform, lög, nafn, málagn, rekstrargrundvöll og árgjald félagsmanna. Þessu verki var lokið snemma árs 1993 og með fundarboði í grunnskóla, framhaldsskóla, háskóla og víðar var boðað til

stofnfundar samtaka stærðfræðikennara í Kennaraháskóla Íslands hinn 3. mars 1993.

Stofnfundur samþykkti að samtökin skyldu heita *Flötur* og málagn þeirra *Flatarmál*. Orðið *Flatarmál*, sem er fleirtöluorð, vísar bæði til málefna og málflutnings *Flatar*. Til starfa í stjórn voru kjörnir stærðfræðikennarar sem störfuðu innan gunnskóla, framhaldsskóla og háskóla. Anna Kristjánsdóttir prófessor við Kennaraháskóla Íslands var valin til formennsku og þar með falið að leiða mótunarstarf *Flatar* fyrstu árin.

### Markmið Flatar var samþykkt að skyldi vera fjórþætt:

- a) að efla stærðfræðináms og -kennslu í íslenskum skólum
- b) að stuðla að aukinni menntun stærðfræðikennara
- c) að vera vettvangur umræðna um markmið og áherslur í stærðfræðináms og -kennslu í samræmi við þróun þjóðfélags, tækni og greinarinnar
- d) að veita kennurum stuðning við að takast á við ný og breytt viðfangsefni og vinnubrögð

### Markmiðum skyldi Flötur reyna að ná:

- a) með samstarfi við menntastofnanir kennara og aðra þá sem halda uppi fræðslustarfi fyrir kennara
- b) með því að efna til fræðslufunda, námskeiða og ráðstefna eitt sér eða í samvinnu við aðra
- c) með því að efla samstarf íslenskra stærðfræðikennara á öllum skólastigum
- d) með því að leita tengsla við stærðfræðikennara og samtök þeirra erlendis
- e) með útgáfustarfsemi svo sem útgáfu tímaritsins *Flatarmála*

## Upphaf starfsins

Í fyrstu var áhersla lögð á að kynna *Flöt* sem víðast, innan stofnana menntakerfisins og heildarsamtaka kennara, við fræðsluskrifstofur og á haustþingum kennara. Kynningarbæklingur fór víða og hefur verið endurskoðaður árlega. Það sem gert var skilaði góðum árangri og í mars 1994, þegar fagnað var ársafmæli, voru félagsmenn orðnir um 200 talsins og á öllum stigum skólakerfisins (5). Ísland var fyrsta landið innan Norðurlanda til að mynda heildarsamtök þar sem frá upphafi var virk þátttaka stærðfræðikennara á öllum skólastigum. Nú fimm árum síðar á hið sama við í flestum hinna landanna. Eftir fyrsta árið mátti *Flötur* vel una við félagafjölda en hann var þá þegar hlutfallslega hærri en innan samsvarandi samtaka erlendis og er nú á fimm ára afmælinu mun hærri hlutfallslega. Kynningu á starfi *Flatarmál* hefur verið haldið áfram reglulega meðal ráðamanna í menntakerfi og skólamanna um land allt. Þetta hefur verið gert með kynningarbréfum, *Flatarmálum*, dagskrá á haustþingum og á Menntaþingi 1996. Í fjögurra ára afmælisveislu

*Flatarmál* 1997 var heimasíða (6) opnuð formlega.

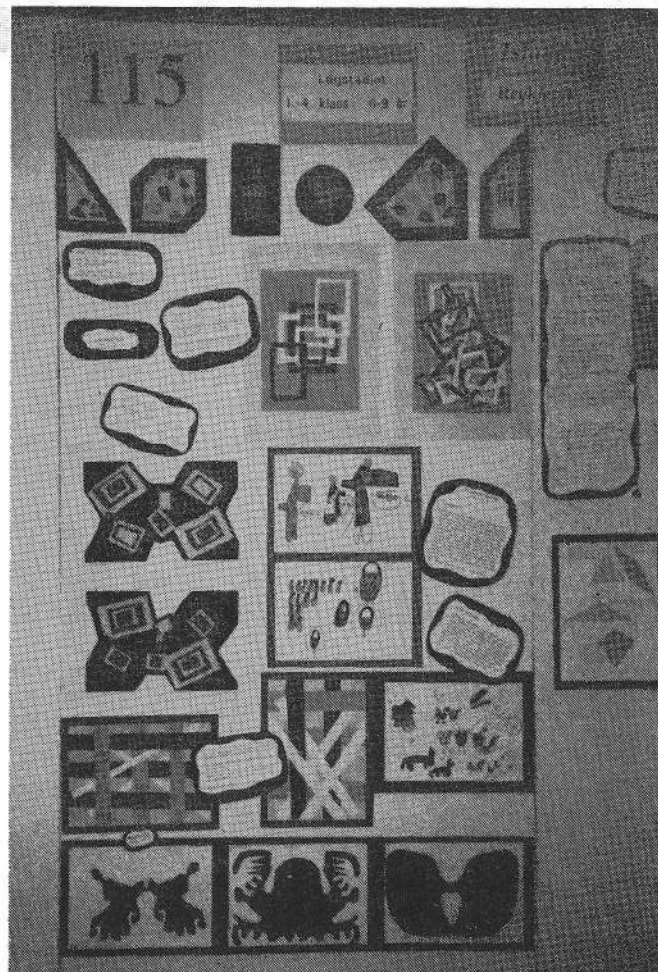
Þegar litið er yfir fyrstu árin er kannski ekki óeðlilegt að birta nokkrar tölulegar upplýsingar! Á fyrstu árunum hafa 14 grunnskólakennarar, 7 framhaldsskólakennarar og 1 háskólakennari tekið þátt í stjórnarstörfum. Að ritstjórn *Flatarmála* og skrifum í þau hafa komið yfir 60 kennarar af öllum skólastigum. Og vinnu, sem hefur þurft að leggja fram vegna ferða, námskeiða, ráðstefna, funda og ýmissa sérverkefna, hafa nær 100 manns komið að á einhvern hátt, bæði félagsmenn *Flatarmála* og aðrir. Mikil vinna hefur verið gefin en *Flötur* hefur einnig notið styrkja til að geta framkvæmt einstök stærri verkefni. Samtökin njóta hins vegar engra fastastyrkja menntamálaráðuneytis sem tugir annarra faggreinafélaga þó gera. Ýmsir hafa því lagt fram mjög mikla vinnu fyrir *Flöt* á liðnum árum og annars hefði ekki sá árangur náðst sem um er að ræða. En í raun er það ekki síður mikils virði að svo margir skuli á einhvern hátt hafa lagt hönd á plóginn og gert það fúslega og vel. Á því sést að *Flötur* á ítök víða og er kominn til að vera.

## Meginviðfangsefni

Að byggja upp starf heildarsamtaka eins og *Flatarmál* er bæði spennandi og erilsamt. Allt var í upphafi ómótað. Það þurfti að greina þarfir eins og þær blöstu við kennurum mismunandi aldurshópa, en greina jafnframt hvað að baki lægi. Hlutverk *Flatarmála* var að styðja stærðfræðikennara í starfi sínu en um leið að ýta við þeim, hvetja þá til að vanda störf enn frekar en fyrr og að skapa samhug kennara um að auka jafnt og þétt menntun sína og skilning á stærðfræðinámi. Stjórn hefur þurft að hlusta vel eftir tillögum en einnig hefur skipt máli að leggja stöðugt mat á hvað æskilegt væri að gera umfram það sem tillögur bærust um. Hér á eftir verður greint frá þeim verkum sem unnið hefur verið að en um sumt má lesa frekar í ársskýrslum og greinargerðum sem birst hafa í *Flatarmálum*.

### Ráðstefnur og fundir

Tvívegis hefur *Flötur* staðið fyrir ráðstefnum þar sem horft hefur verið til framtíðar og fjöldi manna fenginn til að fjalla um viðfangsefni og draga upp framtíðarsýn. Fyrri ráðstefnan var haldin í Borgartúni 6 í Reykjavík hinn 29. apríl 1994 og var hluti dags sameiginlegur með *Samtökum móðurmálskennara* samkvæmt boði þeirra. Heiti ráðstefnunnar var *Hvaða kröfur gerir líf í lýðræðisþjóðfélagi til almennrar menntunar í stærðfræði um aldamótin 2000?* Alls svöruðu 9 fyrirlesarar spurningunni út



Íslenski básinn á Matematikbiennalen í Gautaborg

frá mjög mismunandi sjónarhornum.

Síðari ráðstefnan var haldin 7. júní 1996 á sama stað og bar yfirskriftina *Sameinum kraftana*.

*Styrkjum stærðfræðikennslu*. Ræðumenn voru alls 8 og fjölluðu um viðfangsefnið í ljósi upplýsingatækni, út frá námskráarskrifum, hlutverki samtaka stærðfræðikennara, vettvangi deildarstjóra og fagstjóra. Einnig komu þeir inn á mikilvægi þess að þróun ætti sér stað í starfi hvers og eins og hvaða möguleikar kennurum gæfust á framhaldsnámi. Á báðum ráðstefnunum var hluta tímans varið til umræðna þátttakenda í smærri hópum.

Þá hefur *Flötur* þrívægis haldið fundi um samræmd próf og haft við það samstarf við *Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála*. Prófin hafa verið rædd út frá sjónarhóli þeirra sem umsjón hafa, semja og fara yfir jafnt sem þeirra sem leggja fram tillögur til breytinga á inntaki eða formi prófanna. Einnig hefur verið leitað sérstaklega eftir að fá fram sjónarmið foreldra og almennra kennara. Stjórn *Flatarmál* hefur talið mikilvægt að slíkar umræður á vegum samtakanna og RUM séu reglulegur viðburður þar sem sjónarmið og hugmyndir eru rædd fyrir opnum tjöldum og með þátttöku allra sem óska.

*Flatarmál* hafa gert ráðstefnum og fundum nokkur skil en þessir viðburðir hafa verið opnir fólki utan samtakanna allt eins og félagsmönnum og almennt auglýstir í grunnskólum, framhaldsskólum og stundum í fjölmiðlum.

#### Ferðir á ráðstefnur og heimsóknir

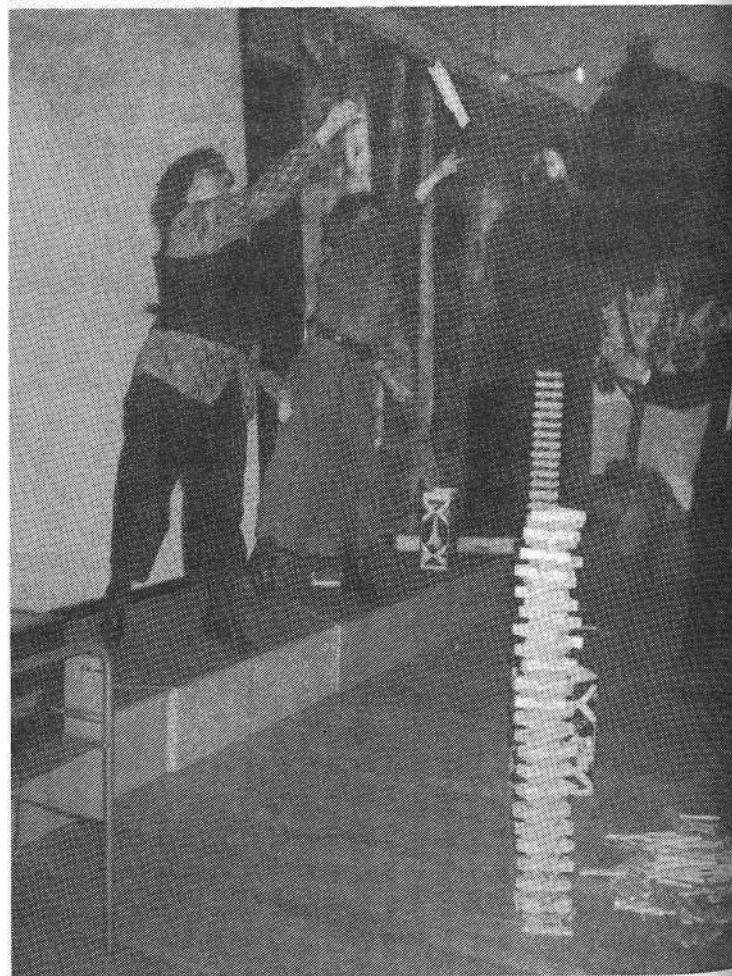
Samstarf við kennara í nágrannalöndum getur verið gagnlegt við uppbyggingu stærðfræðikennslu hér á landi. Æskilegt er að margir geti tekið þátt í samstarfi og einnig að um það sé skipulagt hópstarf til þess að hægt sé að ræða og vinna saman úr hugmyndum. Segja má að samskipti við erlenda kennara skipti ekki aðeins máli til þess að læra af þeim, heldur og ekki síður til að máta okkur við þá og koma á framfæri því sem vel er unnið hér á landi. *Flötur* hefur til þessa staðið fyrir tveimur ferðum þar sem ofangreint hefur verið haft að leiðarljósi.

Fyrri ferðin var farin á *Matematikkiennalen* í Gautaborg í janúar 1994. En jafnframt var heimsóttur hópur stærðfræðikennar rétt við Gautaborg. Tildrög þess voru að hópur kennara frá Kungsbacka hafði í júní 1992 komið sérstaklega til Íslands til að sækja námskeið við Kennaraháskóla Íslands með hópi íslenskra kennara og um eitt hundrað íslenskum börnum. Í Kungsbacka nutu 11 Flatarmál félagar síðan höfðinglegar gestrisni í þakklætisskyni fyrir þetta námskeið og sóttu því næst *Matematikkiennalen* þar sem Íslendingar voru bæði með fyrirlestur og einnig sérstakan sýningarbás *Flatarmál*.

Síðari ferðin var farin á norrænu ráðstefnunna *Klasselæreren som matematiklærer* sem haldin var á Sophus Lie setrinu í Nordfjordeid í Noregi í ágúst 1997. Að vonum vakti það mikla athygli að 27 Íslendingar tóku þátt en þessi 7. norræna ráðstefna um stærðfræðikennslu var tileinkuð stærðfræðikennslu á barnastigi og mikilvægu hlutverki bekkjarkennarans. Íslendingar voru þarna með fyrirlestur og verkstæði, sýndu myndband úr stærðfræðistörfum sjö ára barna og margvíslegan afrakstur vinnu íslenskra nemenda norðan og sunnan heiða. Í lok ráðstefnunnar buðu Íslendingar til 8. norrænu ráðstefnunnar um stærðfræðikennslu sem haldin verður hér á landi sumarið 2000.

#### Námskeið

*Flötur* opnaði nýjar brautir með ráðstefnum sínum um stærðfræðikennslu, reglulegum fundum um samræmd próf og ferðum til nágrannalanda. Hvað námskeið varðar átti hið sama hins vegar ekki við því að þau höfðu alla tíð verið í boði í þeim mæli sem fjármagn til endurmenntunar gaf kost á. En með tilkomu *Flatarmál* var unnt að fá styrki víðar og þannig að fjölga námskeiðatilboðum fyrir stærðfræðikennara. Hér verða nefnd sjö námskeið sem haldin hafa verið eða undirbúin.



Stærðfræðikeppni

Sumarið 1994 var athygli beint að unglíngastigi og yfirskriftin *Kennsluhættir í stærðfræði. Hvernig getum við fylgt þróun upplýsingaþjófélagsins í stærðfræðikennslu?* Sumarið 1995 var röðin komin að kennurum byrjenda og viðfangsefnið *Stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna*. Sumarið 1996 var fyrra námskeiðið einku helgað framhaldsskólakennurum og hét *Hvað veldur mismunandi sókn kynja á stærðfræðitengdar brautir?* en síðara námskeiðið var ætlað miðstigskennum og hét einfaldlega *Stærðfræði á miðstigi*. Og sumarið 1997 var haldið sameiginlegt námskeið fyrir stærðfræðikennara grunnskóla og framhaldsskóla þar sem hluti dagskrár var skiptur en annað sameiginlegt. Þetta var námskeiðið *Aðferðir og inntak stærðfræðikennslu við aldarlok*.

Erlendir gestir sem kennt hafa á þessum námskeiðum hafa verið Bandaríkjamennirnir Donald Chambers (1995), Elizabeth Fennema og Rebecca Ambrose (1996) og frá Bretlandi Janet Duffin (1997). Áfram er haldið af fullum krafti og sumarið 1998 eru fyrirhuguð tvö námskeið þar sem erlendir gestir munu einnig koma við sögu en þau eru: *Stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna* (framhaldsnámskeið) og *Námsmat í stærðfræði*.

## Verkefni

Haustið 1993 lagði formaður fram fyrstu tillögur sínar að hugsanlegum viðfangsefnum fyrir áhugahópa innan *Flatar*. Í áranna rás var síðan bætt jafnt og þétt við nýjum tillögum og var öllum vinsamlega tekið af stjórn og öðrum félagsmönnum. En eins og ætíð vill verða miðar vinnu mishratt, sumt næst ekki að framkvæma og annað bíður seinni tíma. Hér eru flestar tillögurnar samandregnar á einn stað til þess að hvetja félagsmenn til að íhuga hvað skipti máli og leggja sjálfir fram tillögur eða slást í hópinn þar sem hver og einn hefur áhuga.

1. 1993: *Tillaga um starfshóp sem hugai að nýtingu barnabóka í stærðfræðinámi byrjenda. Barnasögur henta sumar vel til að skapa góðan ramma um dæmi, gefa gaum að fjölbreytni dæma, sýna hvernig dæmi verða til og gefa nemendum meira frelsi til að ráðast að lausn dæma á sinn hátt en ella væri. Þá geta þær gefið nemendum tækifæri til að búa sjálfir til dæmi, eðlilega og án sérstaks utanaðkomandi þrýstings og efla þannig hugsun sína um stærðfræðileg atriði.* Hópur hefur starfað í þessu verki og lagt fram drög að efni til útgáfu. 1998 fékkst styrkur til að vinna verkið áfram á lokastig.
2. 1993: *Tillaga um starfshóp sem fjalli um nýtingu dagblaða í kennslu á unglíngastigi.*

*Fjölmíðlar fjalla á margvíslegan hátt um stærðfræðileg málefni, stundum skilmerkilega en stundum á gagnrýniverðan hátt. Hvort tveggja er vert að taka til skoðunar í stærðfræðinámi og kenna nemendum þannig að halda vöku sinni og beita stærðfræðilegri þekkingu sinni eðlilega utan veggja skólans sem innan. Hópur hóf vinnu en starfaði stutt. Hér er því möguleiki fyrir áhugahóp að taka til starfa.*

3. 1993: *Tillaga að opinni ráðstefnu á íslenska menntanetinu fyrir stærðfræðikennara. Ýmsir möguleikar eru varðandi efnisval og væru þrautalausnir spennandi kostur. Nokkur undirbúningur var kominn er tillagan var lögð fram en engir tóku þó þetta verk að sér. Með námskeiðinu *Heilabrot og hugkvæmni* (7) fór tillögumaður aftur af stað með þessa hugmynd en í talsvert víkkaðri mynd.*
4. 1993: *Tillaga um að Flötur efni til samkeppni um áhugaverð heimavinnuverkefni fyrir grunnskólanemendur. Með slíkri samkeppni gæti Flötur lagt því lið að fá meiri fjölbreytni í heimaverkefni en verið hefur og að nýta betur þau tækifæri sem gefast utan veggja skólastofunnar. Þá gæti Flötur með þessu hjálpað til að efla samband skóla og heimila varðandi stærðfræðinámi og reyna að stuðla að því að samstarfið bæti stærðfræðinámið og tryggi að það byggist á gagnkvæmum skilningi.* Samkeppnin var auglýst, m.a. í *Flatarmálum* (8) og kennarar hvattir til að taka þátt á margvíslegan hátt, en íslenskir kennarar eru greinilega mjög hæverskir og þátttaka var lítil sem engin. Ætli áráði hafi vaxið á undanförunum árum?
5. 1994: *Tillaga um að taka tilboði Danmarks Matematiklærerforening um að fá til þýðingar verkefnasafnið „Matematik over alle grænser“.* Kennarasamband Íslands veitti styrk í þetta verk og hópur félagsmanna skoðaði það og valdi þau verkefni sem þóttu henta fyrir grunnskóla og framhaldsskóla. En þar sem ekki var unnt að tryggja fé til útgáfu og markaður var nokkuð óviss var ekki talið fært að nýta styrk til þýðingar.
6. 1996: *Tillaga um að Flötur sæki um styrk fyrir verkefnið: Fagstjórn í stærðfræði. Ályktanir af þeirri vinnu sem fengin er. Kennarasamband Íslands veitti styrk til þessa verkefnis. Hópur hefur unnið að verkinu. Gagnasöfnun er lokið meðal skólastjóra og kennara og unnið er að skrifum á skýrslu og ábendingum um mikilvæga þætti í starfi fagstjóra.*

7 1996: *Tillaga um að skoða hvernig Flötur gæti stutt betur stærðfræðikennara í dreifbýli.* Að beiðni hafði fyrrum varaformaður samband við alla skóla á Austurlandi. Góðar undirtektir voru og liggur fyrir að koma framkvæmdum af stað í samstarfi við heimamenn.

8 1997: *Tillaga um að Flötur beiti sér, í samstarfi við Bóksölu kennaranema, fyrir útgáfu vandaðra kennsluritgerða sem skrifaðar hafa verið um stærðfræðináms við KHÍ.* Vegna mannfæðar á fræðasviði stærðfræðimenntunar hefur miklu minna verið skrifað og gefið út en æskilegt hefði verið og því kemur til greina að gefa

út kennsluritgerðir sem eiga erindi til starfandi kennara. Fyrstu ritgerðir hafa verið valdar og undirbúningsvinna er hafin. Fyrsta útgáfa er væntanleg á þessu ári.

9 1997: *Tillaga um að Flötur hafi frumkvæði að eflingu stærðfræðináms, þar sem reynt er að ná til fólks hvarvetna í þjóðfélaginu, og vinni að slíku verkefni um nokkurra ára skeið í samstarfi við fleiri aðila.* Tillagan var lögð fram í fjögurra ára afmælisveislu Flatar. Stjórnir Íslenska stærðfræðafélagsins og Félags raungreinakennara tóku henni vel og er samstarf hafið milli félaganna þriggja við undirbúning átaks á þessu sviði og umræður um hvernig megi að verki standa.

## Flatarmál

Það má með sannri segja að ásýnd Flatar sé Flatarmál. Smekkvísi og látleysi einkennir blaðið en inntakið hvetur til umhugsunar og framkvæmda. Sólrún Harðardóttir verkefnisstjóri í endurmenntunardeild KHÍ mótaði þetta blað á fyrstu árunum en að vinnu við það, og þá einkum margvíslegum skrifum, hafa komið margir tugir félagsmanna og annarra.

Þegar efni Flatarmála er greint sést að þar er margt á ferð. Um tuttugu kennarar og kennarnemar hafa sagt sögur úr eigin stærðfræðikennslu, oft þannig að um góðar kennsluleiðbeiningar er að ræða fyrir aðra. Um tugur kennara hefur skrifað greinar sérstaklega fyrir Flatarmál um ýmis atriði varðandi stærðfræðináms. Stundum hefur grunnur að greininni verið erindi á ráðstefnu eða námskeiði. Flestar eru þessar greinar ekki langar en tvær viðameiri yfirlitsgreinar er þó að finna þar. Ámóta fjölmennur hópur hefur tekið viðtöl eða þýtt efni.

## Þakkir og framtíðarsýn

Starf Flatar hefur að mestu leyti verið sjálfboðastarf eins og fram hefur komið. Hins vegar á Flötur tryggja stuðningsaðila sem hafa gert kleift að koma í framkvæmd því sem sjálfboðaliðastarf og árgjöld geta ekki staðið undir. Á engan er hallað þótt Kennarasambandi Íslands séu færðar sérstakar þakkir en auk þess hefur Hið íslenska kennarafélag, endurmenntunardeild KHÍ og Endurmenntunarstofnun HÍ veitt góða og mikilvæga styrki. Fleiri hafa liðsinnt í smærri mæli, stofnanir, skólar, félög og einstaklingar. Öllum eru hér færðar einlægar þakkir.

Um leið og ég lýk þessu yfirliti um tilurð, stofnun og bernsku Flatar langar mig að nota tæki-

Þá eru margir sem hafa sagt frá námskeiðum, ferðum, keppni og fleiru sem Flötur eða önnur félög hafa staðið að og enn aðrir hafa látið í ljósi skoðun sína á námsefni, prófum, náms saga o.fl. Svo er fólkið sem hefur sagt fréttir af innlendum og erlendum vettvangi, minnst þeirra sem rutt hafa okkur braut, en eru nú horfnir, og þeir sem hafa skrifað hugleiðingar og ábendingar um mikilvæg atriði í umræðu innan stærðfræðimenntunar.

Og ótaldir eru enn þeir sem hafa hannað blaðið, lagt fram hugmyndir að skrifum, bent á tiltækt efni, rekið á eftir skilum, gengið frá blaðinu, pakkað því og sent út. Flatarmál hafa ótvírætt gefið mörgum kost á að leggja lið og það er vel! En af því sem hér hefur verið talið upp sést að margfaldur sá fjöldi getur komið að því að byggja blaðið enn frekar upp og gert þannig kleift að efla lestur og umræður um stærðfræðináms meðal miklu fleiri íslenskra stærðfræðikennara en þegar taka þátt.

færið og þakka þeim fjölmörgu kennurum sem ég hef átt ánægjulegt samstarf við á þessum vettvangi. Þegar það kom í minn hlut að leiða starf Flatar fyrstu árin, leit ég svo á að þar myndi skipta mestu máli að leggja fram fjölbreyttar tillögur og veita eftirfylgju við vönduð viðfangsefni. Einnig þótti mér mikils um vert að skapa þá ímynd Flatar að þar væri jafnan fetað fram á við af þekkingu, áræði og næmum skilningi á aðstæðum. Og ekki síst taldi ég mikilvægt að margir kæmu að starfinu og að Flötur væri sameign sem flestra kennara, væri þeim stöðugt "flötur" fyrir frekari umræður og þróun í starfi.



En þótt margt hafi náðst fram eins og tölur og lýsingar hér á undan sýna, er hver áning aðeins áning, hver varða aðeins ein á langri leið. Á tíu ára afmælinu, eða þá fimmtán ára, langar mig til að sjá öflugan hóp kennaranema innan *Flatarmál* sem lærir þar af starfandi kennurum en hjálpar þeim líka til að „týna ekki skörpu gleraugunum sínum”. Kennaranemar hafa verið velkomnir frá upphafi og hafa margir nýtt sér það og jafnvel skrifað í *Flatarmál*. En skipulegar umræður og samstarf, þar sem horft er á viðfangsefni frá sjónarhóli þessara mismunandi aðila, væru spennandi og gagnleg. Eggið og hænan geta hvort um sig kennt hinu!

Önnur ósk er að myndaður verði innan *Flatarmál* formlegur áhugahópur þeirra sem stunda rannsóknir og langtíma þróunarstörf á sviði stærðfræðimenntunar. Það hefur varla tekið því að tala um hóp til þessa en þar er loksins að verða talsverð breyting á. Bæði geta þeir, sem hér um ræðir, haft gagn af því að eiga samstarfsgrundvöll og einnig má telja að þeir muni, hér eins og annars staðar, smita út frá sér inn í umræður allra stærðfræðikennara ef „flötur” er skapaður fyrir slíkt.

Og þriðja ósk mín er að næstu árin muni skerpa stefnumarkandi og fagmannlegar umræður um stærðfræðikennslu. *Flötur* býr að góðum

grundvallarmarkmiðum og skýrum leiðum en það má fara að taka næstu skref. Afl leysist ekki sjálfkrafa úr læðingi með skrifuðum orðum, hvort sem þau eru í námskrám eða námsbókum. Það þarf fólk sem sífellt er að auka skilning sinn og hæfni til þess að umbreyta staðarorku ritaðuðu orðanna í sívirktt samspil hugsana, orða og gjörða. Flötur á að vera vettvangur þeirra sem búa yfir slíku afli, kennara sem gleyma því aldrei að vera jafnframt nemendur.

#### Heimildir :

1. Anna Kristjánsdóttir (1996) *Stærðfræðinám. Meginstefnur og viðfangsefni*. Lesefni í KHÍ.
2. Guðmundur Arnlaugsson og Sigurður Helgason (1997) *Stærðfræðingurinn Ólafur Dan Danielsson. Saga brautryðjanda*. Reykjavík. Háskólaútgáfan.
3. Úr fréttabréfi og fundarboðum FR 1988.
4. Anna Kristjánsdóttir (1987) *Greinargerð til endurmenntunarstjóra KHÍ*.
5. Morgunblaðið 27. mars 1994: *Leitað nýrra leiða til að efla stærðfræðikennslu*.
6. <http://www.ismennt.is/vefir/flotur>
7. <http://www.ismennt.is/vefir/heilabrot>
8. *Flatarmál* 2(1) 1994.

Anna er prófessor við Kennaraháskóla Íslands og fyrrverandi formaður *Flatarmál*.

NÁMSSEFNI Í STÆRÐFRÆÐI TIL SÉRKENNSLU



## STÆRÐFRÆÐI Í DAGSINS ÖNN

Út eru komin fjögur hefti af sex í þessum námsefnisflokki sem ætlaður er nemendum á unglingastigi

Markmiðið með efninu er einkum að hjálfa nemendum í einföldum útreikningum í daglegu lífi og að öðlast leikni í að nota vasareikni



NÁMSGAGNASTOFNUN

Laugavegi 166 • 105 Reykjavík • Sími 552 8088 • Bréfasími 562 4137

# Sverðkettir og stærðfræði

Meyvant Þórólfsson

Fyrir skemmstu var borinn inn á íslensk heimili lítill pési með nýrri skólafest. Þar er mörkuð stefna við endurskoðun aðalnámskráa fyrir grunn- og framhaldsskóla sem nú fer í hönd. Meðal nýmæla er að námsmarkmið verði gerð skýrari og ótvíræðari en áður, áhersla á stærðfræðikennslu eykst og á yngsta stigi á að efla grundvallarfærni í reikningi. Loks er tilvist samræmdra prófa í stærðfræði staðfest þrisvar á skólagöngunni ásamt tilsvarendi áfangamarkmiðum þar að lútandi.

Af þessu tilefni er vert að hugleiða stærðfræði og stærðfræðinámsátt í svoltið víðara samhengi. Um hvað snýst stærðfræði? Hvaðan kemur hún? Hvað er átt við með grunnfærni í reikningi? Hvaða áherslur eru æskilegar í námskrá fyrir almenning á sviði stærðfræði? Er stærðfræði óbreytanlegt kerfi eða pakki sem kynslóðirnar hafa numið hver af annarri án breytinga? Er þessi grein þá hafin yfir alla þróun menningar, óháð tíma og stað?

## Stærðfræði

Einn áhrifamesti heimspekingur þessarar aldar taldi stærðfræði einu ástæðuna til að halda þessu jarðlífi áfram. Það var Bertrand Russell sem rifjaði á eftirfarandi hátt upp sálarkreppu ungdómsáranna í sjálfsævisögu sinni:

Það lá göngustigur yfir akrana til New Southgate og ég var vanur að ganga þangað einsamall til að virða fyrir mér sólsetrið og ihuga sjálfsvíg. Ég lét þó ekki verða af því að stytta mér aldur, af því ég vildi vita meira um stærðfræði.

(Tilvitnun frá Dunham 1990, v)

En hvað er stærðfræði? Það er algengt viðhorf meðal almennings, að stærðfræði sé tilbúinn pakki af framandi reglum, táknum og hugtökum, sem urðu til einhvern tíma fyrir löngu síðan. Það er engu líkara en þessi pakki innihaldi einhvers konar dulspeki sem hefur lítið að gera með daglegt dund alþýðufólks. Vissulega er fótur fyrir slíkri trú. Gegnum aldirnar hafa menn reynt að fella öll lög-mál tilverunnar undir táknerfi stærðfræði. Bertrand Russell skrifaði t.d. ásamt öðrum mikið rit um stærðfræðilega rökfræði *Principia Mathematica*, þar sem reynt er að tjá alla stærðfræðilega hugsun með hraðritun algebru. Viðfangsefni franska tólmstundastærðfræðingsins Pierre de Fermat á sviði talnafræði höfðu lítið með hagnýtt

bústang að gera. Og til eru sögur um börn sem hafa heillast af töfrum stærðfræði og kafað í dularfull lög-mál hennar af einskærri skemmtifýsni. Þekkt dæmi er heimilisláusa stúlkan sem sagt er frá í sögunni *Kæri herra Guð, þetta er hún Anna*. Þar er sagt frá 6 ára barni sem hafði einstaka gáfu á sviði stærðfræði, eðlisfræði, verkfræði og heim-speki.

Þeir sem sökkva sér þannig í undraheim stærðfræðinnar komast fljótt að því, að hún er gríðarlega víðfeðm, margbrotin og snúin, en heillandi. Hún er alþjóðleg, þverfagleg og háöldruð og hún skýtur alls staðar upp kollinum. Þeim örfáu hræðum sem fæðast í þennan heim með stærðfræðifíkn tækist aldrei að kynnast nema litlu broti af öllum helgidómum greinarinnar. Þeim entist ekki ævin til þess og þó fleiri væru en ein.

En hvað þá með alla hina? Hvað með þann mikla meirihluta sem sneiddur er slíkri hneigð til stærðfræðiþekkingar? Hvaða snefill er það í öllum þessum hafsjó stærðfræðiþekkingar sem á erindi til alþýðufólks? E.t.v. má segja að fátt í skólafesti hafi valdið eins miklu hugarangri, andúð, ótta og óöryggi og einmitt sá fenglitli snefill af stærðfræðiþekkingu sem lýðnum hefur verið skammtaður í skólum. Af hverju? Það hlýtur að stríða gegn allri skynsemi að hafa andúð á því sem getur orðið manni virkilega til framdráttar í lífsbaráttunni.

Engum blöðum er um það að fletta að stærðfræði er öflugt tæki í lífi og starfi. Öll menningarsamfélög þurfa á stærðfræði að halda til að upplýsingamiðlun geti átt sér stað. Hver hugsandi manneskja er sífellt að telja hluti, staðsetja þá, mæla, teikna, og útskýra með stærðfræðilegum rökstuðningi. Þetta eru lykilhafnir í öllum samskiptum, sú grunnfærni í „reikningi“, sem námskráin ætti að kveða á um.

En af hverju stafar þá þessi fælni og framandleiki? Er þetta merkilega tæki, sem hélt lífinu í Bertrand heitnum Russel, fjandsamlegt almenningsi? Er grundvallarfærni í reikningi ætlað að valda vanlíðan? Af hverju er hún þá sett á oddinn í nýrri skólafestunni?

Hér kemur upp í hugann þekkt fyrirbrigði tengt stærðfræðinámi, kvíði. Ýmsar tilgátur hafa verið settar fram um orsakir stærðfræðikvíða og eru þær ýmist tengdar nemendum sjálfum, kennurum, kennsluháttum, heimilisaðstæðum eða öðrum umhverfisþáttum. Hin kennslufræðilega hlið máls-

ins er sérstaklega verð skoðunar. Margir tengja námsreynslu sína í stærðfræði merkingarlausum viðfangsefnum sem þeir þurftu að tileinka sér á sem skemmstum tíma. Sjaldan gafst tími til að staldra við, spyrja spurninga og brjóta til mergjar það sem fengist var við. Það er einmitt þetta merkingarleysi og hraði, sem margir ráða ekki við og fyllast kviða. Kviðinn lýsir sér í tilfinningalegum og líkamlegum óþægindum. Nemendur lokast, missa einbeitingu, svitna, fá hjartslátt, finna til niðurlægingar og reyna að bjarga sér með því að blekkja sjálfa sig og aðra (Sólveig H. Björnsdóttir, 1998). Hvers eðlis eru hin stærðfræðilegu viðfangsefni sem leiða viti borið fólk út í slíka firringu?

### Sverðkattanámsskráin

Íhaldssemi mannsins á vinnubrögð og venjur sem standast ekki tímans tönn er alþekkt fyrirbrigði. Í frægri ádeilu frá fyrri hluta aldarinnar, *Sverðkattanámsskránni* (*The Saber-Tooth Curriculum*), er dregin upp athygliverð mynd af þessu sérstæða fyrirbrigði í fari mannskepnunnar. Þar er sagt frá tilurð fyrstu námskrárinnar hjá frumstæðum ættbálki einhvern tíma í fyrndinni.

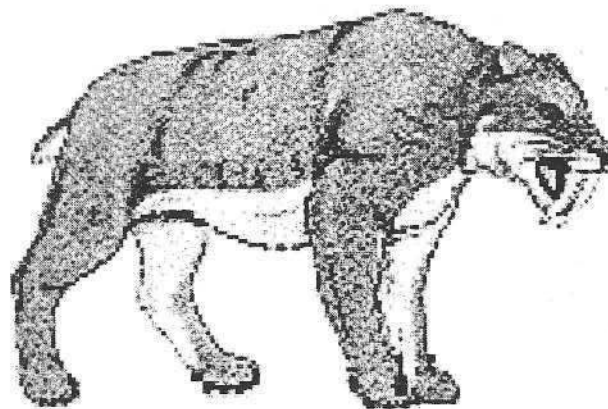
Það gerist þannig að einn mesti hugsuður ættbálksins kemur með þá hugmynd að kenna börnunum ýmis vinnubrögð sem tryggja afkomu ættbálksins. Meðal þess sem hann vill kenna börnunum er að hrekja hættulega sverðketti burt með eldi og veiða fisk í ánum með höndunum. Þessar hugmyndir mæta mikilli andstöðu í fyrstu, hinum spöku öldungum þykja þær bæði djarfar og byltingarkenndar. En hugsuðinum tekst með einstæðri rökfimi að réttlæta áform sín. Á endanum fer það svo að það verður fastur liður í uppeldi ættbálksins að læra að hrekja burt sverðketti með eldi og veiða fisk með berum höndum ásamt öðrum vinnubrögðum sem tryggja öryggi fólksins. Fyrsta námskráin hefur litið dagsins ljós.

Ár og aldir liðu og kynslóðirnar lærðu þessi vinnubrögð skipulega hver af annarri. Háþróuð námskeið voru haldin í því að flæma burt sverðketti með eldi og veiða fisk með berum höndum. Og allt hefði þetta gengið farsælega ef náttúrulegar aðstæður hefðu haldist óbreyttar. En tímans tönn stöðvast aldrei! Það kom langt og erfitt kuldaskið, árnar urðu gruggugar svo ekki var hægt að veiða fisk með berum höndum og sverðkettirnir hurfu. Í stað þeirra komu hættulegir ísbirnir sem hræddust engan eld svo að fullkornustu sverðkattafælunámsskeið gögnuðust engan veginn í baráttunni við þennan nýja vágest.

En mannskepnan er þekkt fyrir allt annað en að deyja ráðalaus. Hugsuðum ættbálksins tókst að búa til frumstæð net til að veiða fiskinn í og þeim tókst

að búa til gildirur fyrir ísbirnina. Og nú vildu róttæku hugsuðirnir kenna þessi nýju vinnubrögð í skólunum. Þeir vildu sem sagt þróa námskrána í takt við þróun samfélagsins. En þar skjátlaðist þeim illilega. Hinir spöku öldungar sögðu að slíkt væri ekki menntun. Auk þess væri námskráin fullskipuð hinum hefðbundnu grunngreinum að veiða fisk með berum höndum, hræða sverðketti með eldi o.s.frv.

Þegar hinir róttæku hugsuðir spurðu hvaða gagn væri að þeim eftir að aðstæður breyttust, þá útskýrðu öldungarnir föðurlega og með góðlátlegu brosi fullu af skilningi á grunnhyggni unga fólksins, að þessar gömlu grunngreinar hefðu miklu víðtækara gildi en að kenna fiskveiðar og að fæla burt sverðketti. Með þeim væri verið að þjálfa styrk, hugrekki og snerpu. Og þeir luku þessu máli með því að gefa róttækasta hugsuðinum til kynna að hann skorti sanna menntun til að skilja að einmitt hún, hin sanna menntun, stæðist tímans tönn og sverðkattanámsskráin væri dæmi um slíkan ódauðleika.



Sverðkettir voru rándýr, á stærð við ljón, sem dóu út á ísöld. Það var var grundvallaratriði í sverðkattanámsskránni að læra að hrekja þá burt með eldi. Öldungarnir sögðu að sverðkatta-námskráin væri ódauðleg. Ætli slíkt markmið finnist í námskrám nútímans?

### Kennslufræði

Hefur þetta ekki allt eitthvað með uppeldis- og kennslufræði að gera? Það hlýtur að vera erfitt að kenna eitthvað sem hefur enga vitræna merkingu, „meikar ekki sens“. Þess vegna má í raun líta á hina sígildu spurningu nemenda, – Til hvers erum við að læra þetta? –, sem eðlilegt neyðaróp sakleysingjans sem leiddur er um framandi heim án nokkurs sjáanlegs tilgangs. Hér verðum við að staldra við og hugsa hvað við erum að gera. Kennum við ákveðin atriði í stærðfræði bara af því þau eru ódauðleg? Hvað með kennsluhætti? Einn

þekktasti námskrárfærðingur Bandaríkjanna, Hilda Taba sem nú er látin, sagði að skólar stunduðu starfsaðferðir sem grafa undan meðfæddum hæfileikum barna. Hér átti hún náttúrulega við þann hæfileika að setja hlutina í röklegt samhengi, sem er vitaskuld aðalsmerki stærðfræðilegrar hugsunar. Hún setti fram kennslulíkan sem byggði á aðleiðsluhugsun (e. inductive thinking). Þetta líkan felur í sér skoðun, rannsókn, flokkun og leit að mynstri eða reglu og stuðlar þannig að uppbyggingu þekkingar á merkingarbæran hátt. Líkanið virðist a.m.k. vera á skjön við algeng vinnubrögð í stærðfræðikennslu sem byggja á beinni miðlun þekkingar með innlögn, æfingadæmum og upp-rifjunum (e. drill, practice, review).

Dómur Hildu Taba yfir skólakerfinu er harður, einkum sú fullyrðing að starfsaðferðir þess grafi undan meðfæddum hæfileikum barna. En er víst að hér sé um fullkomnar andstæður að ræða?

Skoðum þessi tvö kennslulíkon í ljósi þekkrar samlíkingar, þar sem stærðfræði er líkt við byggingu. Leið Taba felur það í sér að nemendur verða þátttakendur í byggingaframkvæmdunum. Þeir vinna með byggingarefnið, verkfærin og tækin og vinnupallarnir eru til staðar. Hin leiðin felur það í raun í sér að nemendur eru áhorfendur byggingaframkvæmdanna, ekki þátttakendur og þeir sjá í rauninni ekki tækin og vinnupallana.

Hér vakna ýmsar spurningar. Geta þessi tvö líkon virkað saman? Er ekki sumt í byggingunni þess eðlis að nemendur verða að læra það, t.d. ákveðin hugtök, tákni og aðferðir, en annað þess eðlis að skynsamlegt sé að rannsaka það og vinna með það til að það fái merkingu í huga nemandans? Hvað með skoðun Taba? Er aðleiðsluhugsun meðfæddur eiginleiki eins og Taba heldur fram? Öðlaðist mannkynið þá alla sína stærðfræðiþekkingu í krafti aðleiðsluhugsunar?

Í bók sinni *Journey Through Genius*, setur William Dunham fram þá skoðun að frumstæðar landbúnaðarþjóðir hafi þegar fengist við grundvallarhugtök stærðfræði eins og fjöldatölur og rými um 10 til 15 þúsund árum fyrir Krist. Það hafi síðan tekið margar kynslóðir að þróa óhlutbundin kerfi eins og reikniáðgerðir og tákni fyrir tölur og önnur stærðfræðileg fyrirbrigði. Það liggur í hlutarins eðli að sjálfsnám forfeðra okkar í stærðfræði var í líkingu við aðleiðsluhugsun. Þeir fengust við og rannsókuðu og komu þannig auga á mynstur og reglur, þ.e. byggðu upp eigin þekkingu í samspili við umhverfi sitt.

Þessi þróun stærðfræðilegrar hugsunar hefur verið síkvik allar götur síðan og aflvaki hennar hefur vitanlega verið forvitni manneskjunnar og viðleitni hennar til að ná valdi á umhverfi sínu og útskýra þann veruleika sem hún lifir og hrærist í.

Öllum má vera ljóst að það hefur verið mannum meiri háttar sigur að ná valdi á talningu, reikningi, rúmfræði og stærðfræðilegri rökhugsun. Að ná valdi á svo öflugum kerfi sem stærðfræði er og geta beitt því í merkingarbæru samhengi hlýtur að vera einstök tilfinning, betri en nokkur lífsreynsla tengd rapptónlist eða tölvuleikjum. Því verðum við að brjóta til mergjar það vandamál, hvers vegna svo mörg ungmenni fyllast andstyggð á stærðfræði.

Er eitthvað í kynningu okkar á þessu öfluga kerfi, sem virkar kalt og dautt og jafnvel ógnvekjandi í hugum barna? Upplifa börn stærðfræðinám sem merkingarlaust þvaður sem hefur ekkert með rökhugsun að gera? taktu til láns! geymdu! lærðu regluna! lærðu aðferðina og æfðu þig svo!

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + U \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Bylgjujafna Erwins Schrödingers, sem ruddi brautina á sviði skammtafræði, er dæmi um þróun táknerfis í stærðfræði til að lýsa veruleikanum. Ætti beiting táknerfis að vera meginmarkmið stærðfræði í skyldunámi? Hversu djúpt ætti þá að fara í þeim efnum?

Zalman Usiskin skrifar um stærðfræði sem tungumál. Hann skoðar málið stærðfræði frá nokkrum sjónarhornum, sem „skrifað mál“, „talað mál“, „myndmál“, „erlent mál“, „dautt mál“, „skynsemislaust mál (nonsense language)“, „hlutfirrt mál“ og „móðurmál“. Námsgreinin stærðfræði getur að mati Usiskins verið allt þetta. Spurningin er hvað fær mesta áherslu. Síðast en ekki síst lítur hann á stærðfræði sem ljóslifandi mál, sem gegnir veigamiklu hlutverki í lífi, leik og starfi hvers einasta einstaklings. En hann lætur í ljós áhyggjur af því að oft sé farið með það eins og það sé „dautt“ og „skynsemislaust“.

#### Að læra að hugsa rökrétt

Í athygliverðri bók Bruce Joyce og Marsha Weil, *Models of Teaching*, láta höfundar í ljós þá skoðun að nú sé mál að linni öllum ágreiningi um ólíkar leiðir í kennslu. Sú tilhneiging að tefla ólíkum leiðum gegn hvorri annarri sé í raun tímaskekkja. Það sé t. d. algengur misskilningur að aðleiðslunám geri það að verkum að þú komist aldrei yfir allt efnið og á hinn bóginn að ítöðslukennsla (drill and practice) sljóvgi vitsmunina. Joyce og Weil telja slíka togstreitu vera tilfinningaþrungna bábilju, sem eigi rætur í fortíðinni.

Við þurfum einungis að viðurkenna, að það að læra að hugsa rökrétt sé megintakmarkið og þau bæta við: „The construction of knowledge is the overarching theme“, sbr. umræðuna um byggingu

þekkingar hér á undan.

Í Morgunblaðsgrein árið 1994 dregur Anna Kristjánsdóttir, próffessor, fram tvö mikilvæg atriði í þessu samhengi. Í fyrsta lagi telur hún að við sem kennarar þurfum að gefa rökhugsun barnsins betri gaum og því hvernig hún birtist í úrlausnum í stað þess að horfa einungis á svörin og gera þau að aðalatriði. Í öðru lagi nefnir hún eina af meginforsendum þess að nám fari fram, þ. e. endurgjöf. Barnið vilji fá viðurkenningu á því að það hafi lagt sig fram, en staðfesting á að svarið sé rétt nægi engan veginn heldur þurfi að gefa barninu tækifæri til að rökstyðja mál sitt og hlusta þannig á

#### Heimildir:

1. Anna Kristjánsdóttir (1994). *Kennari! – Er þetta rétt hjá mér?* Grein í Morgunblaðinu 12. apríl 1994.
2. Bergamini, D., ísl. þýðing Björn Bjarnason (1966). *Stærðfræðin*. Almenna bókafélagið, Reykjavík.
3. Dunham, W. (1990). *Journey Through Jenious. – The Great Theorems of Mathematics*. Wiley Science Editions, New York
4. Joyce, B., Weil, M. (1996). *Models of Teaching*. Allyn & Bacon, Mass. USA.
5. Menntamálaráðuneytið (1998). *Enn betri skóli, þeirra réttur — okkar skylda*. Ný skólafestna. Útg. Menntamálaráðuneytið.

hugmyndir þess.

Ég lýk þessum skrifum mínum með tilvísun í merka samlíkingu úr skrifum þeirra Joyce og Weil. Þar segir frá skylmingameistara, sem segir við nemendur sína að það að halda á sverði sé eins og að halda á litlum fugli. Ef þú heldur of fast, þá kæfirðu hann og ef þú heldur of laust, þá flýgur hann burt. Joyce og Weil telja það sama gilda um góða og skýra rökhugsun, þar sameinist bæði agi og sveigjanleiki. Það sé því hlutverk okkar að ná taki á þessari þversögn og skapa aðstæður til náms sem fela í sér styrk og aðhald án þess að kæfa.

6. Menntamálaráðuneytið (1989). *Aðalnámskrá grunnskóla*. Útg. Menntamálaráðuneytið.
7. Romberg, T. A. (1992). *Problematic Features of The School Mathematics Curriculum*. In Jackson's P.W. Handbook of Research on Curriculum. Macmillan Publishing Company, New York.
8. Sólveig H. Björnsdóttir (1998). „*Hin myrku ský stærðfræðinnar*“ – *Stærðfræðikvíði, orsök og úrbætur*. Verkefni í kennslufræði við Kennaraháskóla Íslands.
9. Usiskin, Z. (1996). *Mathematics as a Language*. In NCTM Yearbook 1996. NCTM Reston.
10. Williams, E., Shuard, H. (1994). *Primary Mathematics Today, Towards the 21st Century*. Longman, Singapore.

Meyvant er kennsluráðgjafi við Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.



# Vasareiknaverkefni í 4. bekk

Hafsteinn Halldórsson

Frá því ég var í námi við KHÍ og fór að velta fyrir mér notkun vasareikna meðal yngstu nemendanna hefur það verið mín skoðun að vasareiknar ættu heima í stærðfræðikennslu á öllum aldursstigum, en hingað til hefur verið erfitt að fylgja þessari skoðun markvisst eftir. Í upphafi vetrar 1997-98 kannaði ég verð á vasareiknum, því mig langaði til að nota þá í kennslu. Sá vasareiknir sem uppfyllti kröfur mínar kostaði um 1000 kr. Hann hefur reiknaðgerðirnar fjórar, stóra takka, stóran glugga og er með sólarorkuraflöðu. Ég bað um 12 svona stykki og fékk. Í framhaldi af því tilkynnti ég foreldrum nemenda minna að ég ætlaði mér að taka upp vinnu með vasareiknum einu sinni í viku. Ég sagði þeim að þegar við værum að vinna með vasareiknana værum við ekki að vinna í bókinni og ekki heldur með venjuleg uppsett dæmi. Þetta lagðist vel í foreldra og enginn mótmælti.

Ég byrjaði á því að leyfa nemendum að fíkta með vasareiknana. Eftir nokkra stund fór ég í léttar æfingar s.s. að láta vasareikninn telja 1, 2, 3,... eða 3, 6, 9,... (sbr. grein eftir Mariu Aðalsteinsdóttur og Völu Stefánsdóttur, *Vasareiknar hjá 6 ára í Flatarmálum* 1. tbl. 2 árg.). Síðan hef ég lagt fyrir verkefni þar sem notkun vasareikna er frjáls og ætla ég hér að fjalla um tvö þeirra.

## Togstreita

Verkefnið er þannig að nemendum er skipt í tvö lið, A og B. Bæði liðin fá ákveðna upphafstölu. Lið A byrjar t.d. með 167 en lið B með 835. Lið A má aðeins leggja einhverja tölu við sína tölu en lið B má aðeins draga einhverja tölu frá sinni tölu. Þannig nálgast liðin smátt og smátt. Þau gera til skiptis þar til annað liðið er komið með tölu sem verður jöfn eða hærri (lið A)/lægri (lið B) tölu hins liðsins, það lið er búið að tapa.

Ég byrjaði á því að skipta mínum 12 nemendum í tvo jafna hópa. Ég teiknaði stóra talnalínu yfir alla töfluna sem náði frá 0 og upp í 900 (talið í hundruðum). Ég lét annað liðið frá töluna 167 og bað einn nemanda að merkja hana inn á talnalínuna. Ég lét hitt liðið fá töluna 835 og bað einn um að merkja hana inn á talnalínuna. Svo útskýrði ég reglurnar. Þegar flestir skildu þær var byrjað. Liðin skiptust á að gera og merkja inn á talnalínuna. Þetta gekk frekar hægt því þau voru hikandi. Tölurnar hækkuðu eða lækkuðu oftast í tugum eða einingum. Einstaka nemandi lagði til að

nota 100 en hinum þótti það helst til djarft og voru mjög varkárir næst á eftir. Að lokum voru tölurnar hlið við hlið og þá uppgötvuðu þeir að það lið sem átti að gera var búið að tapa. Þetta tók um eina kennslustund og hættum við hér enda komið nóg í bili.

Í næsta tíma ákvað ég að halda áfram með leikinn en nú áttu nemendur að keppa einn á móti einum. Ég útbjó blað þar sem þau skráðu inn upphafstölu sínar efst og einnig þær aðgerðir sem þau áttu að gera. Ég sagði þeim að þau sem væru í liði A ættu að velja sér tölu á milli 100 og 200 en lið B milli 800 og 900. Flestir nemendur gerðu verkefnið fjórum sinnum í tímanum. Um helmingur var farinn að átta sig á hvernig hægt væri að vinna. Þau voru farin að taka stærri skref,

Lið	Aðgerð	Skjár A	Skjár B
		154	869
A	+ 50	204	
B	- 20		849
A	+ 100	304	
B	- 200		649
A	+ 102	406	
B	- 9		640
A	+ 50	456	
B	- 100		540
A	+ 73	529	
B	- 10		530

Lið B vann

en hinir voru enn að passa sig. Einn nemandi sagði við mig: „Ég hefði unnið ef ég hefði gert 7 en ekki 6“. Hann áttaði sig á villunni. Að lokum vorum við með umræður um hvernig hægt væri að vinna og hvaða aðferðir þeir notuðu sem unnu. Ég spurði hvort hægt væri að vinna í fyrsta leik. Eftir smá umhugsun komst einn nemandinn að þeirri niðurstöðu að það væri hægt og útskýrði hann það.

Markmiðið með þessum leik er að nemendur áætla sér tölu þannig að þeir fari ekki framhjá tölu andstæðingsins og það þarf að gera í huganum. Þetta verkefni þjálfar hugarreikning og áætlun svára.

## Blandaðar reikniáðgerðir

Ég byrjaði á því að skrifa á töfluna.

$$\boxed{7} \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{2} \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{1} \quad \boxed{=} \quad \text{Za}$$

Síðan sagði ég nemendum að Za væri leynitala og við ætluðum að finna þær tölur sem Za gæti verið. Ferhyrningsarnir gefa til kynna að ýtt skuli á takka á vasareikninum. Ég bað nemendur að velja áðgerð (+, -, x, ÷) til að setja inn í auðu kassana og reikna síðan út. Nemendur hófu vinnu og þegar komin voru svör gekk ég á röðina og fékk niðurstöður frá hverjum og einum. Jafnframt spurði ég hvort einhver annar væri með sama svar og ef svo var spurði ég hvernig þeir hefðu fengið svarið. Allar lausnir skrifaði ég á töfluna og einnig aðferðir.

Því næst spurði ég hvort þau héldu að þetta væru allar lausnirnar. Sum sögðu já en önnur nei svo ég sagði þeim að athuga hvort þau gætu fundið fleiri lausnir. Öll fóru að vinna og nokkrar lausnir bættust við. Nokkrar lausnir urðu nemendum erfiðar, t.d. lausn eins og 4,5. Þau lásu fyrst upp 4 þar til ég benti þeim á punktinn á milli talnanna. Þá kom spurningin; „Hvað táknar þetta fimm, eða af hverju er lausnin 4,5?“ Ég sagði að vasareiknirinn skrifaði hálfan svona. Í framhaldi af því teiknaði ég 7 kassa á töfluna og sagðist ætla að skipta þeim á milli tveggja. Báðir fengu þrjá en þá var einn eftir. Hvað átti að gera við hann? Skipta honum í tvennt þannig að svarið er þrjár og hálfur, eða 3,5.

Því næst ákvað ég að fjalla aðeins um tugabrot, en ég nefndi aldrei það hugtak. Ég spurði: „Ef ég á eina karamellu og ætla að skipta henni á milli tveggja, hvað mikið fær hvor?“ „Hálfa karamellu,“ sögðu nemendur. Þá spurði ég: „En hvernig skrifar vasareiknirinn hálfan? Hvaða áðgerð skiptir á milli, er það plús, mínus, margföldun eða deiling?“ „Deiling,“ sögðu nemendurnir. Ég bað þau að slá inn 1 fyrir þessa einu karamellu sem ég átti, og ef ég ætlaði að skipta henni á milli tveggja þá væri deilt með tveimur og svo ýtt á jafnaðarmerkið. Svarið varð 0,5. Þannig skrifar vasareiknirinn hálfan. En ef karamellunni yrði skipt á milli fjögurra, tíu eða allra í bekknum? Allir voru mjög áhugasamir um þessar nýju tölur en ég ákvað að fylgja því ekki eftir í bili, heldur sneri mér aftur að dæminu. Ég spurði hvort til væru fleiri lausnir. Þá kom lausnin 14 og ég spurði hvernig viðkomandi hefði fengið það svar. Hann sagðist hafa margfaldað og deilt svo. Þá spurði ég: „Eruð þið búin að prófa að margfalda og margfalda? Enginn hafði prófað það svo ég bað þau um að gera það. Á meðan hreinsaði ég allt af töflunni og skrifaði  $7 \times 2 \div 1 = 14$  og beint fyrir neðan  $7 \times 2 \times 1 =$  og beið eftir svarinu sem var líka 14. Þá setti ég upp

undrunarsvip og spurði: „Af hverju er sama lausn?“ Svo gekk ég aftast í stofuna og horfði á töfluna og spurði: „Af hverju er sama lausn þó að það sé deiling í annað skiptið en margföldun í hitt?“ Ég tók mér auðan stól og spurði: „Getur einhver útskýrt af hverju þetta er svona?“ og svo settist ég en enginn svaraði. Svo ég sagði: „Deiling er að skipta á milli er það ekki?“ „Jú,“ sögðu nemendurnir. Þá spurði ég: „En af hverju er þá sama svar? Treystir sér einhver til að útskýra það?“ Einn rétti upp hönd og ég sagði honum að fara upp að töflu og segja frá. Ég sat enn aftast. Hann gerði það þannig að ég sá að hann vissi um hvað hann var að tala. Þegar hann var búinn og farinn aftur í sætið sitt fór ég upp að töflu og endursagði það sem hann hafði sagt því flest hinna skildu hann ekki. Í þessu var tíminn búinn en verkefninu er hins vegar ekki lokið. Ég á eftir að taka annað svipað dæmi fyrir og síðar dæmi sem hefur ákveðna lausn þar sem nemendur eiga að finna réttar áðgerðir. Ég setti dæmið þannig upp að mínustala gat ekki verið í svari en það er að sjálf-sögðu líka möguleiki og fer eftir getu nemendanna.

Þegar ég er að kenna stærðfræði þar sem notkun vasareikna er heimil reyni ég að bregðast við þeim spurningum sem nemendur spyrja mig með því að spyrja opinna spurninga og leiða þá áfram. Þegar ég spyr spurninga þar sem ég ætlast til þess að nemandi komi upp að töflu og útskýri hefur mér alltaf fundist gott að fara aftast í stofuna og setjast þar. Þá verð ég einn af þátttakendunum og þannig fá allir hlutdeild í verkefninu og lausninni. Það að vera aftast styrkir einnig framsögn þess sem talar. Nemendur tala oftast við kennarann og ef hann er aftast í stofunni verður nemandinn að tala hátt og snúa fram. Vinna eins og ég hef lýst hér að framan finnst mörgum nemendum erfið en jafnframt skemmtileg. Hún krefst þess að nemendur leggi sitt af mörkum við mótun verkefnisins, það er ekki endanlega tilbúið þegar nemandinn fær það í hendurnar, hann þarf að bæta því við sem uppá vantar. Mér finnst svona vinna bera árangur og það ætti að beita henni oft. Vasareiknar hafa öðlast fastan sess í skólasterfinu og það er á ábyrgð okkar kennaranna að kenna nemendum að vinna á þessi tæki með gagnrýnni hugsun.

Hafsteinn er kennari við Grunnskóla Djúpavogs.

# Stærðfræði skiptir máli

## Verkefnaflokkur í 8. bekk Grundaskóla

Hafdís Ásgeirsdóttir, Ragnheiður Ásgeirsdóttir og Sigríður Ragnarsdóttir

Nemendur okkar eru í 8. bekk í Grundaskóla á Akranesi, veturinn 1997-98. Árgangurinn samanstendur af tveimur bekkjardeildum. Alls eru nemendurnir 44, 16 stelpur og 28 strákar. Við höfum undanfarin ár velt fyrir okkur kennsluháttum í stærðfræði og hverju við gætum breytt til að bæta árangur nemenda okkar og auka áhuga þeirra og skilning á viðfangsefninu.

Við fengum hvatningu hjá skólastjórnendum til að þróa nýtt kennslu- og matsform í stærðfræði á unglíngastigi. Verkefnið okkar, sem við köllum *Stærðfræði skiptir máli*, mun standa yfir þar til nemendur okkar útskrifast árið 2000. Í vetur höfum við horft mjög mikið til Danmerkur og notað kennslugögn og hugmyndir þaðan. Hafa Danir m.a. gert töluverðar breytingar á prófafyrirkomulagi sínu með það fyrir augum að auka vægi munnlegs og skriflegs rökstuðnings. Það fyrirkomulag finnst okkur spennandi og teljum við þau verkefni sem nemendur okkar hafa unnið í vetur góðan undirbúning til að geta tekist á við slík próf.

Við höfum lagt áherslu á fimm meginþætti. Þeir eru *kynjaskipt kennsla, þrautalausnir sem leið í stærðfræðikennslu, opin þematengd stærðfræðiverkefni, tengsl einstakra efnisþátta út í umhverfið og breytt námsmat*.

Með kynjaskiptingu teljum við okkur betur geta komið til móts við mismunandi áhugasvið og vinnulag nemenda okkar. Við kennararnir fáum með þessu móti tækifæri til að nota mismunandi kennsluáferðir og viðfangsefni. Sökum óheppilegs kynjahlutfalls nemenda okkar hafa stúlkurnar orðið töluvert undir og fengið mun minni athygli en þeim ber. Það varð enn frekar til að sannfæra okkur um að kynjaskiptingin ætti í þessu tilfalli rétt á sér. Af fenginni reynslu vetrarins erum við sannfærðar um að kynjaskipting í einstaka námsgreinum sé heppilegur kostur til að stuðla að jafnrétti kynjanna í skólum.

Nemendur okkar hafa unnið mikið í tveggja manna hópum í vetur. Við höfum valið þá saman eftir getu og teljum að með því móti gerum við báða aðilana jafn virka og jafn ábyrga. Einnig fá þeir mikilvæga hjálfun í því að gera grein fyrir skoðunum sínum og vangaveltum auk þess sem þeir læra að hlusta hver á annan og virða skoðanir annarra.

Við höfum mikinn áhuga á að tengja í auknum mæli stærðfræði við umhverfi nemendanna. Við teljum að viðfangsefni úr umhverfinu séu vel til þess fallin að kveikja áhuga nemenda um leið og þau auka skilning bæði á stærðfræðinni og umhverfinu. Í vetur höfum við unnið tvö opin þematengd stærðfræðiverkefni byggð á þessum hugmyndum. Annað verkefnið tengdist Grundaskóla og hitt tengdist Hvalfjarðargöngunum.

Bygging Hvalfjarðarganganna fannst okkur gullið tækifæri til að sýna nemendum okkar hve mikil stærðfræði er allt í kringum okkur og hve fjölbreytt hún er. Í upphafi vinnunnar leituðum við til stjórnarmanna Spalar og fengum frábærar móttökur. M.a. fengum við teikningar, bæklinga og leyfi til að skoða byggingaframskráirnar. Við ákváðum því að hefja verkefnið á heimsókn. Mættu nemendur okkar með tilbúna spurningar og urðu margs vísari um Hvalfjarðargöngin. Björn Harðarson verkfræðingur tók á móti hópnum og á hann þakkir skyldar fyrir einstaka ljúfmennsku og þolinmæði.

Þessi heimsókn kveikti hjá nemendum mikinn áhuga og höfum við sjaldan séð nemendur okkar leggja eins mikla alúð og vinnu í nokkurt verkefni. Þeir komu fljótlega auga á mikilvægi góðrar stærðfræðipækkingar þegar fengist er við slíkar stórfraamkvæmdir.

Að sjálfsögðu voru verkefnið misgóð enda misjafnar forsendur hjá nemendum en óhætt er að segja að allir hafi lagt sig fram þær tíu kennslustundir sem nemendur fengu til að vinna verkið. Margir nemendur tóku verkefnið með sér heim og höfum við heyrt af heilu fjölskyldunum sem lögðust yfir ýmsar „stærðfræðipælingar“ tengdar Hvalfjarðargöngunum.

Þau markmið sem liggja að baki opnu þematengdu verkefnunum eru að nemendur:

- *átti sig á tengslum stærðfræðinnar við umhverfi sitt*
- *geri sér grein fyrir notkunarmöguleikum stærðfræðinnar*
- *geri sér grein fyrir mikilvægi stærðfræðipækkingar*
- *þjálfist í að greina stærðfræðina í umhverfi sínu*
- *fái verkefni miðað við getu og fái þau metin á*



- sínum forsendum*
- hjálfist í samvinnu
- fái tækifæri til að kafa misdjúpt í verkefnin eftir getu og áhuga
- verði færir um að velja sér vinnuform og tæki við hæfi
- verði færir um að túlka niðurstöður

Verkefnin byggjum við upp á þrepum og fást nemendur við mismunandi viðfangsefni í hverju þrepi. Fyrirmælin eru mjög opin eins og sjá má hér að neðan.

- 0. þrep:** *Umfjöllun um Hvalfjarðargöngin, til dæmis form þeirra, lengd, staðsetningu, byggingartíma...*
- 1. þrep:** *Breytingar á vegalengd til Reykjavíkur, til dæmis í kílómetrum, prósentum, klukku-stundum...*
- 2. þrep:** *Kostnaður við göngin, til dæmis heildarkostnaður, kostnaður við ákveðna hluta ganganna, hve langan tíma tekur að borga upp göngin...*
- 3. þrep:** *Lestur af teikningum, til dæmis halli, dýpt, berglög...*
- 4. þrep:** *Ykkar hugmyndir, til dæmis fréttir, líkön, teikningar, hlutir...*

### Gætu allir nemendur Grundaskóla myndað keðju í gegnum Hvalfjarðargöngin?

Nemendur leystu þessi verkefni á mjög mismunandi hátt. Við lögðum ekki aðaláherslu á hvað væri reiknað, heldur hvernig framsetning og rökstuðningur á úrlausnunum væri. Mismunur kynjanna kom mjög skýrt fram. Strákarnir helltu sér strax út í útreikninga á sprengingum, hve mikið dýnamít hefði þurft? Hvað hefði það kostað? Hve miklu bergi hefði verið mokað út úr göngunum? Hve margar sprengingar hefði þurft? Stúlkurnar voru ekki á þessari línu. Þær voru lengur í gang og fundu sér önnur viðfangsefni s.s. útreikninga á ódýrustu ferðaleið fjölskyldunnar til Reykjavíkur. Þeim datt einnig í hug að reikna út hve margir bílar af ákveðinni tegund kæmust fyrir í göngunum í einu og reiknuðu nær allar út hvort nemendur Grundaskóla gætu myndað keðjuna í gegn.

Af fenginni reynslu teljum við að opin viðfangsefni veiti mikilvægar upplýsingar um hæfni nemandans til að gera grein fyrir lausnarleiðum og færa rök fyrir niðurstöðum. Við sáum það skýrt að sumir nemendur sem eiga auðvelt með útreikninga á uppsettum dæmum áttu í stökustu vandræðum með þessi verkefni, en nemendur sem yfirleitt eiga í vandræðum með hefðbundinn dæmaútreikning áttu það til að sýna góðan skilning og mikla útsjónarsemi.

Verkefninu skiluðu nemendur í möppu, þar sem fram komu allir útreikningar, rökstuðningur,

teikningar og annað sem verkefninu tengdist. Að auki bjuggu tveir hópar til líkan af göngunum úr leir, nokkrir hópar gerðu veggspjöld, aðrir söfnuðu fréttum, grjóti úr göngunum og svo mætti lengi telja.

Við teljum mikilvægt að námsmat sé fjölbreytt og taki til sem flestra þátta, bæði hvað varðar inntak og vinnubrögð. Því lögðum við áherslu á að meta sem flesta þætti þeirrar vinnu sem nemendur lögðu í verkefnið. Við bjuggum okkur til matsblað þar sem við gengum út frá þáttum eins og vinnu-semi, myndmáli, útreikningum/rökum, útsjónar-semi/frumkvæði, fjölbreytni við úrvinnslu og uppsetningu. Síðan kom hver hópur í viðtal til kennara, fékk verkefnið til baka og kennari rökstuddi mat sitt.

Við erum á heildina litið mjög ánægðar með hvernig til tókst. Við gerum okkur fulla grein fyrir því að ýmislegt mætti betur fara, en lærum af reynslunni og höldum ótrauðar áfram. Nemendur okkar voru fljótir að tileinka sér þessi nýju vinnubrögð og eru farnir að spyrja hvenær næsta verkefni hefjist.

Hafdís, Ragnheiður og Sigríður eru kennarar við Grundaskóla á Akranesi.

$(6^2 + 1)$   
 ↑  
 26 or -26,  
 that is the  
 question!

# Tölfræði með tölvum

Ásrún Matthíasdóttir

Rannsóknir eru framkvæmdar til að finna svar við spurningum og oft felst í því mikil gagnasöfnun. Stundum, en ekki oft, er hægt að skoða gögnin og sjá hvað þau segja okkur en sjaldnast nægir það til að fá fulla yfirsýn yfir þau. Vanalega er ekki auðvelt að draga ályktun út frá gögnunum einum saman, sérstaklega ekki ef þau eru mikil og á talnaformi. Það er ruglandi að skoða mikinn fjölda talna og það gefur litlar upplýsingar. Við viljum gjarnan fá nánari upplýsingar um gögnin til að geta dregið ályktanir og sýnt öðrum niðurstöður okkar og hér kemur tölfræðin inn í myndina sem hjálpartæki.

Með tölvutækninni í dag er hægt að framkvæma á fljótlegan hátt margs konar tölfræðilega útreikninga þar sem notaðar eru langar og flóknar formúlur. Þetta er hægt að gera án þess að þurfa að skilja til hlítar formúlurnar eða hvernig útreikningarnir fara fram. Augljós kostur er tímasparnaður og auðveldari aðgangur að tölfræðilegum útreikningum. Þetta hefur þó þann ókost að auðvelt er að nota tæknina á óviðeigandi hátt, framkvæma útreikninga og fá niðurstöður sem líta vel út en eru merkingarlaugar. Því er nauðsynlegt að þeir sem ætla að fjalla um gögn og vilja lesa umfjöllun annarra um kannanir og rannsóknir hafi einhverja lágmarksþekkingu í tölfræði til að geta metið úrvinnsluáferðir og tölfræðilegar túlkanir.

Það að tölfræðilegir útreikningar eru oft gerðir með hjálp tölva dregur úr mikilvægi þess að sérhver nemandi þekki til hlítar útleiðslu á tölfræðilegum formúlum. Það sem skiptir mestu máli er að skilja vel þær aðferðir sem eru notaðar og hvernig hægt er að túlka niðurstöður. Tölfræði er tæki sem hægt er að nota á skynsamlegan hátt en það tekur tíma að skilja og ná tökum á þessu tæki.

Þróun í kennslu í tölfræði á framhaldsskólastigi síðustu áratugina hefur verið töluverð. Fyrst var allt handreiknað og tölur gjarnan settar upp í töflur þar sem dálkar voru margfaldaðir saman og summur reiknaðar. Gat eitt dæmi tekið dagóðan tíma í úrvinnslu þó að aðeins ætti að finna meðaltal og staðalfrávik. Síðan komu vasareiknar til sögunnar sem einfölduðu útreikninga eins og margföldun, veldisreikninga og rætur. Flýttu þeir mikið fyrir og auðvelduðu nemendum og kennurum lífið. Næsta stig var vasareiknar með innbyggðum tölfræðiföllum þar sem hægt er að slá gögnin beint inn og framkvæma einfalda útreikninga með því að styðja

á einn hnapp. En það getur farið mikill tími í að kenna nemendum á mismunandi útgáfur af vasareiknum og þarf kennarinn oft að aðstoða nemendur við að lesa handbækur með flóknustu vasareiknunum. Margir skólar hafa þennan háttinn á í dag við kennslu í tölfræði þ.e. nemendum er kennt að nota vasareikna sem hjálpartæki við útreikninga en áfram er blað og blýantur ómissandi tæki.

Á síðustu árum hefur tölvueign skólanna aukist og þeir hafa í auknum mæli getað boðið nemendum upp á að kynnst notkun töflureikna og jafnvel sérhæfðra tölfræðiforrita við tölfræðilega útreikninga.

Sú hugmynd vaknaði fyrir nokkrum árum hjá stærðfræðikennurunum Ásrúnu Matthíasdóttur, Björgu Birgisdóttur og Stefáni Árnasyni að reyna að nota töflureikna við kennslu í tölfræði og líkindareikningi til að gera námsefnið aðgengilegra fyrir nemendur. Kom þá í ljós að námsefni við hæfi skorti og var því hafist handa við gerð verkefna. Björg hvarf síðan til náms í Bandaríkjunum og annarra starfa en Ásrún, Stefán og Sveinn I. Sveinsson héldu þróunarstarfinu áfram og tóku þetta verkefni t.d. fyrir í vettvangsnámi fyrir stærðfræðikennara veturinn 1995 – 96. Námsefnisgerðin hefur þrisvar verið styrkt af Menntamálaráðuneytinu.

Árangurinn er heftið *Tölfræði með tölvum*. Það er ætlað nemendum sem hafa haft einhver kynni af tölfræði og líkindareikningi en skortir meiri þjálfun og dýpri skilning. Lögð er áhersla á að nota töflureikni (EXCEL) við útreikninga á tölfræðilegum verkefnum og einnig í líkindareikningi.

Byrjað er á einföldum verkefnum til að koma nemendum af stað í töflureikni en síðan eru teknir fyrir útreikningar tengdir miðsækni. Talning og líkindafræði er lauslega kynnt sem inngangur að umfjöllun um tvíkostadreifingu, Z-stig og normaldreifingu. Að lokum er tekið fyrir chi-kvaðrat og fylgni. Töflur og svör eru aftast. Skýringardæmi eru jafnóðum og verkefni síðan í tengslum við efnið. Reynt var að hafa frekar of mörg en of fá verkefni en kennarar geta síðan valið hversu mörg dæmi þeir telja æskilegt að nemendurnir reikni. Áhersla er lögð á að nemendur skoði niðurstöður og reyni að átta sig á hvaða ályktun má draga af þeim. Bókin er samin með Excel töflureikni í huga en þó er ekki nauðsynlegt að nota hann, nota má aðra töflureikna ef henta þykir.

Þetta er tilraunaútgáfa sem hefur verið í stöðugri þróun frá 1994 og er fyrirhugað að bæta við efni á næstunni t.d. um tölfærðiforrit eins og SPSS og að leggja út á Internetið talnasöfn fyrir nemendur að vinna með. Hefti þetta hefur verið notað í nokkur ár í Fjölbrautaskólanum í Garðabæ og Menntaskól-  
anum í Kópavogi og nú nýlega við Framhaldsskóla Vestmannaeyja.

Í framhaldsskólum landsins er breiður hópur nemenda á mismunandi námsbrautum. Stór hluti þeirra lærir einhverja tölfærði, mismikið eftir brautum, enda tilgangur brautanna ólíkur. Hefti sem þetta hentar breiðum hópi nemenda en hugsanlega þarf að bæta við stærðfræðilegum útleiðslum á formúlum fyrir einhvern hóp nemenda t.d. á náttúru- og eðlisfræðibraut.

Þeir kennarar sem ég hef rætt við og notað hafa heftið *Tölfærði með tölvum* eru sammála um að nemendur þeirra séu mun jákvæðari í garð tölfærð-  
innar en nemendur sem voru látnir vinna með gamla laginu. Það vekur áhuga nemenda að sjá strax á skjánum árangur vinnu sinnar t.d. í formi grafs. Einnig virðist þessi kennsluáferð hvetja til samvinnu og umræðu á milli nemenda um verk-

efnin í tímum og oft koma upp skemmtilegar vangaveltur. Því miður eru margir nemendur neikvæðir í garð stærðfræðinnar og því ánægjulegt ef hægt er að efla jákvæð viðhorf með nýjum kennsluháttum.

Á námskeiði sem Flötur hélt síðastliðið sumar, *Inntak og aðferðir í stærðfræði við aldarlok*, fengu þátttakendur að kynna þessu hefti og spreyta sig á tölfærðiverkefnum en til að leysa þau þarf lítils háttar kunnáttu á töflureikni. Vakti heftið áhuga margra en því miður er aðstaða í flestum skólum þannig að ekki er hægt að fá aðgang að tölvustofu 4 - 6 tíma á viku fyrir hvern hóp eins og nauðsynlegt er ef nota á þetta hefti. Vonandi stendur til að bæta tölvukost framhaldsskólanna til að hægt sé að kynna nemendum tölvuna sem hjálpartæki í stærðfræði.

Til gamans eru birt hér fyrir neðan tvö verkefni úr heftinu fyrir kennara að spreyta sig á.

Ásrún er kennari við Menntaskólann í Kópavogi  
asrun@ismennt.is

#### Verkefni 8.4 bls 54.

Á samræmdum prófum hér áður var gefið í bókstöfunum A,B,C,D og E. 7 % hæstu fengu A, 24 % þar á eftir fengu B, næstu 38 % fengu C, þar næstu 24 % fengu D og lægstu 7% fengu E.

Gerum ráð fyrir að á samræmdu prófi hafi 5000 nemendur af öllu landinu tekið próf, meðaleinkunn í stærðfræði hafi verið 6,23 og staðalfrávik 1,66. Í ensku hafi meðaleinkunn verið 7,34 og staðalfrávik 1,21. Notaðu þessar upplýsingar til að fylla út eftirfarandi töflu:

Lágmarkseinkunnir

A B C D E

Enska

Stærðfræði

Siggi fékk einkunnina 8 í báðum prófum. Stóð hann sig þá jafnvel í báðum greinum eða var hann e.t.v. betri í öðru faginu ?

(Ath: Við notum fallið NORMINV til þess að finna X - stig ef við vitum hve mörg % eru minna en gefnu X - stigin.)

#### Verkefni 10.3 bls. 66

Gefin eru eftirfarandi svör við spurningunni :  
Áttu góða reiknivél?

	Karl	Kona	Alls
Já	144	155	299
Nei			54
Alls	179	174	

a) Kláraðu töfluna.

b) Núlltilgátan verður að enginn munur sé á svörum kynjanna. Reiknaðu Chi-kvaðrat til að segja til um hvort draga megi úlyktun af þessum niðurstöðum.

# Bent Christiansen

brautryðjandinn

1921-1996

Anna Kristjánsdóttir

Á sjöunda áratugnum var alls staðar mikil umræða um stærðfræði og stærðfræðináám. Víða um lönd voru stigin fyrstu skrefin við að byggja upp framhaldsnám fyrir kennara til meistara-gráðu, kandidatsgráðu eða doktorsgráðu. Á Norðurlöndum var Danmarks Lærerhøjskole í fararbroddi á þessu sviði og naut starfskrafta Bent Christiansen sem var þá þegar virkur í alþjóðlegu samstarfi auk þess að vera fyrsti prófessor í stærðfræði sem ráðinn var að skólanum. Segja má að hann hafi byggt upp stærðfræðideildina þar og verið óþreytandi í að efla umræðu um stærðfræðináám og kennslu í heimalandi sínu sem og utan þess.

Í minningarorðum um Bent hefur honum verið líkt við „dynamisk kraftcenter i udviklingen af matematikundervisningens didaktik” og það er ekki orðum aukið. Hann gat haldið áheyrendum föngnum í skarpgreinandi og fljúgandi fyrirlestrum sínum. Ég hlustaði fyrst á hann þegar hann kom hingað til lands sem ráðgjafi á sjöunda áratugnum en naut þess nokkru síðar að vera nemandi hans í kandidatsnámi mínu í Danmörku.

Á þessum árum var Bent einn forgangsmanna nýstærðfræðinnar. Hann sá vel möguleikana sem gáfust í henni til þess að gefa ungum nemendum kost á að fást við alvörustærðfræði og að efla rök-

vísi þeirra og stærðfræðilega hugsun. Hann gerði sér ljóst mikilvægi þess að kennarar sinntu í stærðfræðikennslunni þörf barnsins fyrir að upplifa, hrífast og undrast. Þessu hélt hann stöðugt á lofti. En þar sem „strúktúralistinn” Bent hafði yfirtökin á yngri árum, sá hinn reyndi og víðreisti maður vel á eldri árum hve miklu máli skiptir að barnið vinni út frá því sem það skynjar sem mikilvægt og vekur athygli þess, að það skapi grunninn fyrir stærðfræðilega umhugsun barnsins.

Mér er minnstætt þegar hann var einn aðal-fyrirlesara á sérfræðingaráðstefnu International Commission on Mathematical Instruction árið 1993 að hann deildi með okkur sýn sinni á stærðfræði og stærðfræðináám og hvernig hún hefði þróast gegnum árin. Hann stóð þarna fyrir framan fulltrúa víðs vegar að úr heiminum, þá rúmlega sjötugur maður, og var lifandi dæmi um vel menntaðan og víðsýnan mann sem aldrei hætti samt að líta á sig sem nemanda og lagði rækt við að dýpka skilning sinn alla ævi.

Ég kveð Bent Christiansen með söknuði eins og margir aðrir samstarfsmenn hans og votta minningu hans virðingu mína.

Anna er prófessor við Kennaraháskóla Íslands og fyrrverandi formaður Flatar.

## Leshópur

Hópur innan Flatar hefur áhuga á að hittast næsta vetur og lesa og ræða tímaritsgreinar. Ætlunin er að byrja að skoða hvað stærðfræðitímaritin á Norðurlöndunum hafa upp á að bjóða.

Þeir sem hafa áhuga á að vera með er bent á að hafa samband við:

Matthildi Guðmundsdóttur í síma: 535 5000,  
Guðbjörgu Pálsdóttur, gudbjorg@ismennt.is  
Sigrúnu Ingimarsdóttur, siging@ismennt.is.

# 5 ára afmæli Flatar

Ragnheiður Gunnarsdóttir

Flötur, samtök stærðfræðikennara varð 5 ára 3. mars s.l. Af því tilefni héldum við skemmtikvöld í Kennarahúsinu föstudaginn 13. mars. Dagskráin var óformleg og var tilgangurinn fyrst og fremst að gefa félagsmönnum tækifæri til þess að hittast og ræða málin og skemmta sér saman. Ætlunin var einnig að veita verðlaun í samkeppni um merki félagsins. Of fáar tillögur höfðu hins vegar borist og hefur nú verið ákveðið að lengja skilafrestinn til 20. júní, en þess í stað fengu viðstaddir að sjá þær tillögur sem voru komnar og segja álit sitt á þeim.

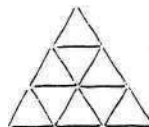
Skemmtikvöldið tókst vel. Menn skemmtu sér við hinar ýmsu stærðfræðiprautir og -keppnir bæði einstaklingslega og milli liða. Eldspýtnaprautirnar voru vinsælar og lét ég nokkrar þeirra fylgja hér með. Þá var einnig keppt í skutlukasti. Þarna reyndi á hönnun skutlunnar. Verðlaun voru veitt fyrir lengsta kastið og fyrir frumlegustu útfærsluna. Einnig spreyttu menn sig á því að búa til þrívíddarlíkön úr eldspýtum og kennaratyggi. Og í lokin sungu allir saman gamla sönginn *Carmen Geometricum* við gítarundirleik. Um miðnætti lauk samkomunni og held ég að allir hafi skemmt sér mjög vel.

Ragnheiður er formaður Flatar og kennari við Fjölbrautaskóla Suðurnesja

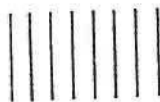
## Tannstöngla-/eldspýtnaprautir



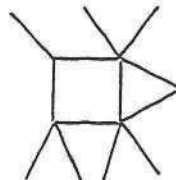
Taktu fjóra tannstöngla í burtu. Þá verða eftir fimm ferningar. Finndu fleiri en eina lausn.



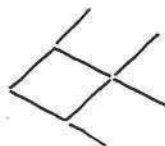
Taktu fjóra tannstöngla í burtu. Þá verða fimm þríhyrningar eftir. Finndu fleiri en eina lausn.



Gerðu ferning og fjóra jafnstóra þríhyrninga með átta tannstönglum.



Kýrin horfir í austur. Getur þú látið hana horfa í vestur með því að færa tvo tannstöngla.



Geturðu látið tannstöngla-fiskinn synda til hægri með því að færa þrjár eldspýtur.



# Matematik og sprog

## Ráðstefna í Danmarks Lærerhøjskole

Hafdís Ásgeirsdóttir, Ragnheiður Ásgeirsdóttir og Sigríður Ragnarsdóttir

Dagana 12., 13. og 14. mars gekkst Danmarks Lærerhøjskole fyrir þemadegi og ráðstefnu um tengsl tungumáls og stærðfræði. Þátttakendur voru um 160 talsins, kennarar og annað áhugafólk um stærðfræðinám og kennslu. Voru undirritaðar einu Íslendingarnir í hópnnum.

Dagskráin var byggð upp á fyrirlestrum og verkstæðisvinnu. Meðal fyrirlesara voru Marit Jonsen Høines frá Høgskolen i Bergen, Helle Alrø frá Ålborg Universitet, Ole Skovsmose frá Danmarks Lærerhøjskole og Dagmar Neumann frá Gøteborg Universitet. Okkur gafst síðan tækifæri til að taka þátt í umræðu og vinnu á þremur verkstæðum.

„Ef þú getur ekki útskýrt það, þá hefur þú kannski ekki skilið það“ var aðalinntakið í fyrirlestri Marit Johnsen. Hún talaði um hve mikilvægt það væri að hvetja nemendur endalaust til umræðu um lausnarleiðir, að þjálf þá í að vera sjálfstæðir í hugsun og gefa þeim tækifæri á að hugsa upphátt. Þá skiptir máli að andrúmsloftið í skólastofunni sé þannig að nemandinn þori að tjá sig, að hann sé óhræddur við að koma með tilgátu hvort sem hún er rétt eða röng og sé tilbúinn til að endurskoða hana. Mikilvægt er að einblína ekki á svarið heldur hugsunina að baki svarinu. Við kennaramir verðum því að gera okkur grein fyrir bestu leiðinni til að hvetja nemendur okkar. Sú leið er ekki að svara spurningum þeirra heldur hvetja þá til að finna svarið sjálfir. Það getum við best gert með því að svara spurningu með annarri spurningu.

Fyrirlestur Helle Alrø fjallaði um hvað gerist í samtölum nemenda. Nemendur hugsa saman um leið og þeir tala saman. Þegar þeir reyna að útskýra hugsun sína fyrir öðrum þá gera þeir það einnig fyrir sjálfum sér og gera sér betur grein fyrir því sem þeir vita og því sem þeir vita ekki. Villur á ekki að stroka út heldur nota þær til að læra af. Við kennarar verðum að tala til nemenda okkar á mismunandi hátt. Við eigum ekki að ætlast til þess að þeir hugsi á sama hátt og við, heldur eigum við að reyna að komast að því hvernig þeir hugsa og tala við þá út frá því.

*Kennarinn á að:*

- spyrja opinna spurninga
- láta nemendur taka ákvarðanir og velja
- bíða, sjá og hlusta
- sýna nærveru, setja sig inn í hvað nemendur hugsa og geta dregið sig í hlé.

Nám á sér ekki stað nema nemandi sé virkur þátttakandi.

Í fyrirlestri sínum lagði Skovsmose áherslu á tengsl heimspeki og stærðfræði. Hann sagði að það væri sama á hvaða aldri nemendur væru, námsferlið væri alltaf það sama. Hann taldi nauðsynlegt að breyta áherslum í stærðfræðikennslu og viðurkenna hana sem huglægt ferli. Með notkun tungumálsins geti kennarar betur gert sér grein fyrir því sem fram fer í hugarheimi nemandans. Skovsmose vakti ráðstefnugesti til umhugsunar um kenningar Piaget. Hann taldi nauðsynlegt að búa til kenningar út frá því sem gerist í eðlilegu umhverfi barnanna s.s. í skólastofunni en ekki í tilbúnum aðstæðum.

### Heilabrot

Sigga á 10 hunda, íslenska fjárhunda og labradorhunda. Á sunnudögum fá þeir hundakex. Hver labradorhundur étur 6 hundakex í einu en íslensku hundarnir láta sér nægja 5 kex hver. Í lok kexveislunnar eru þeir búnir með samtals 56 kex. Hve marga íslenska hunda á Sigga?

Á verkstæðunum vorum við í litlum hópum og var efni fyrirlestranna dregið saman og rætt. Þar gafst tækifæri til umræðu og var reynt að tengja hugmyndafræðina inn í kennslustofuna.

„Auðveldara er um að tala en í að komast“ en hvert skref í rétta átt er sigur kennarans. Nýjar hugmyndir voru kynntar s.s. hvernig nota má „skrifað í skrefum“ sem vinnuform í stærðfræðinni, hvernig nemendur útskýra lausnir sínar með teikningum, sögugerð í tengslum við stærðfræði og að nemendur dragi saman og skrái hjá sér það sem þeir fengust við t.d. í síðustu kennslustund (dagbók). Það að þjálfar nemendur í að gera grein fyrir lausnarleiðum sínum skriflega, munnlega eða í gegnum teikningar er einn mikilvægasti þáttur alls náms. Allir voru sammála um að verkefni nemenda eigi að vera þannig uppbyggð að lausnirnar sýni okkur hvernig þeir hugsa og hvort skilningur liggja að baki. Mikið var rætt um hver væri ábyrgð nemandans, hver væri ábyrgð kennarans og hver

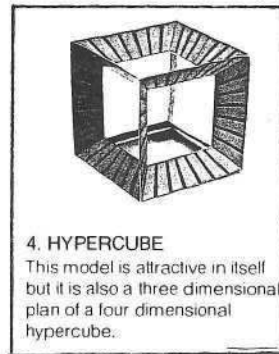
væri ábyrgð foreldranna. Með ofangreindu vinnuformi ætti ábyrgð nemandans á námi sínu að aukast. Hlutverk okkar sem kennara er að finna hverjum nemanda verkefni við hæfi, viðurkenna lausnarleiðir hans og vinna út frá þeim.

Okkur fannst þessi ráðstefna sérlega áhugaverð í alla staði. Gaman var að hitta fólk með sömu áhugamál og fá tækifæri til að velta fyrir sér og bera saman ýmsar hugmyndir um kennslufræði stærðfræðinnar. Gaman var að upplifa að tímasetningar geta staðist nákvæmlega og að til eru fyrirlesarar sem halda öll tímamörk. Ráðstefnuloekin þóttu okkur sérlega eftirminnileg. Þátttakendum var öllum gefið tækifæri á að draga saman það sem þeim þótti markverðast. Það kynntu þeir síðan með glærum og var ákafi ráðstefnugesta slíkur að löng röð myndaðist.

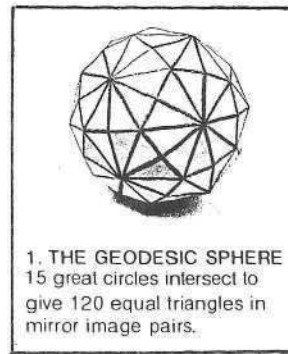
Hafdís, Ragnheiður og Sigríður eru kennarar við Grundaskóla á Akranesi.

## Til gagns og gamans!

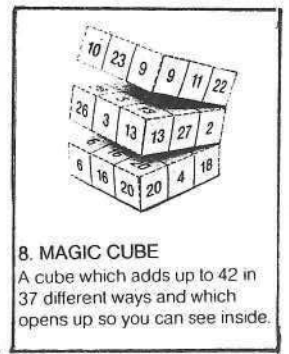
Í *Fóu feykirófu* fæst úrval klippibóka sem hafa að geyma forvitnileg stærðfræðifyrirkæri í þrívídd. Einnig í eðlisfræði, landafræði, litufræði auk bóka með klippimyndum af dýrum og fleiru skemmtilegu og fróðlegu.



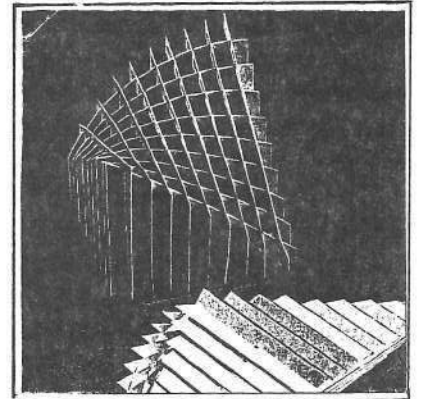
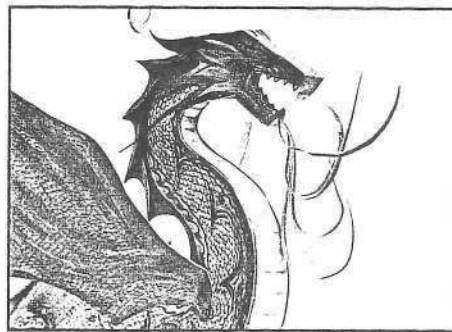
4. HYPERCUBE  
This model is attractive in itself but it is also a three dimensional plan of a four dimensional hypercube.



1. THE GEODESIC SPHERE  
15 great circles intersect to give 120 equal triangles in mirror image pairs.



8. MAGIC CUBE  
A cube which adds up to 42 in 37 different ways and which opens up so you can see inside.



**Fóu**  
**feykirófa**

Skólavörðustíg 1a • 101 Reykjavík  
sími/fax (354) 561 6620

Auk þess seljum við ýmiskonar vísindadót og þrautir, „gamaldags“ leikföng, tré- og tauleik-föng, pappírdsót, smágjafir og margt fleira.

# Myndlistarstærðfræði

Gunnar Gunnarsson og Kristján Sigurðsson

Við undirritaðir höfum um nokkra hríð velt fyrir okkur möguleikum á tengslum myndmenntar og stærðfræði í kennslu eldri nemenda.

Okkur hefur verið það nokkur þyrnir í augum að margir nemendur jafnt sem kennarar, hafa titið myndmennt þeim augum að hún sé nokkurs konar uppfyllingarefni. Þessu þarf að sjálfsögðu að breyta því í nútíma þjóðfélagi er hugvitið væntanlega okkar helsti vaxtarbroddur þegar horft er til framtíðar. Þátttaka í myndmennt reynir á sköpunargáfu, frumkvæði, hugmyndaflug og áræði, allt þættir sem nýtast nemendum sem og öðrum vel í daglegu lífi. Einnig má nefna að lengi hefur verið í umræðunni að auka þátt list- og verkgreina í kennslu. Því höfum við komið fram með hugmynd sem sýnir fram á hversu vel má tengja grein eins og stærðfræði við myndmennt.

## Markmið

Að nemendur 8. - 10. bekkjar grunnskóla geri sér grein fyrir að í myndlist eru stærðfræðileg hugtök og talnavinna einn af undirstöðuþáttum og má þar nefna fjarvídd, rúmmál, hlutföll, skynjun o.fl.

Einnig að nemendur læri að þekkja nokkra íslenska listamenn og vinnu þeirra, og jafnframt að kynna þeim helstu stíltegundir í myndlist með sérstakri áherslu á árin 1944 - 1994.

## Lýsing

Í verkefninu gerum við ráð fyrir að útbúa námsefni sem tengist m.a. eftirtöldum þáttum:

## Stærðfræði

Rúmmál, ummál, flatarmál, hlutfallareikningur, breytingar milli mælieininga, fjarvídd og talnareikningur.

## Höggmyndalist

Skoða muninn á módeli og fullgerðu verki. Unnið með skúlptúra t.d. verk Ásmundar Sveinssonar og Sigurjóns Ólafssonar.

Tekin mynd af hverri hlið af höggmynd, vinna út frá þeim

höggmynd í leir eftir kvarða. Athuga hvernig unnið er að stækkun á höggmyndum.

Sem dæmi um höggmyndir sem nota má eru öndvegissúlur Sigurjóns og Vatnsberi Ásmundar.

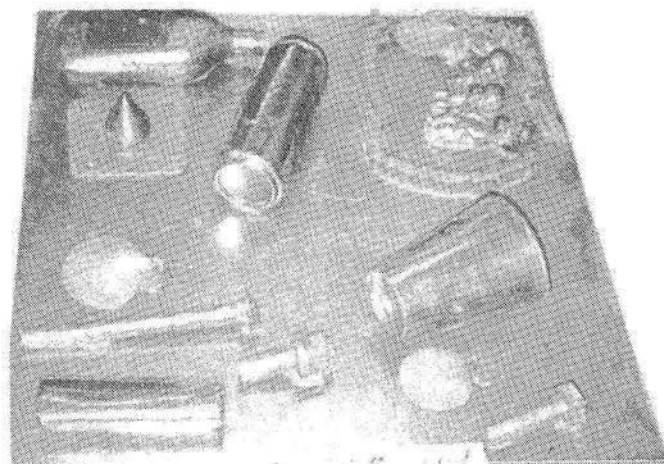
## Abstraktverk

Í abstraktverkum (Þorvaldur Skúlason / Karl Kvaran) er unnið m.a. með hlutföll í formum og reiknað flatarmál ýmissa marghyrninga og hringa. Lágmyndir gerðar með upphleyptum formum.

Nemendum gerð grein fyrir muninum á „geometriskri abstraktion“ og „figúratívri.“

Myndir stækkaðar með rúðuaðferð og unnið með þekkt hlutföll s.s. gullinsnið og það skoðað bæði í myndlist og byggingum.

Til að sýna fram á hvernig hægt er að vinna er hér dæmi um verkefni sem gott er að vinna með.





## Verkefni

Verkefnið sem hér fer á eftir felst í því að mála myndir í mismunandi stílgerðum því eins og þú hefur áður lesið í listasögukaflanum eru stílgerðir myndlistar margar og mismunandi. Það er áætlað með þessu verkefni að skoða abstraktlistina betur og kynnast mismunandi formum, og þá sérstaklega vinnu með grunnformin.

Saga abstraktlistar hér á landi er ekki svo ýkja löng, hún byrjaði með verkum Finns Jónssonar á þriðja tug aldarinnar en fór síðan ekki af stað af fullum krafti fyrr en með Svavari Guðnasyni um miðjan fimmta áratuginn.

Síðan komu fram frægar septembersýningar í lok þess áratugar og í byrjun þess sjötta.

Einn af þekktari abstrakt listamönnum þjóðarinnar og sá sem unnið hefur hvað mest í geometriskri abstraktsjón er :

### Karl Kvaran 1924- '89

Karl Kvaran hóf sitt listnám á Íslandi og hélt síðan til Danmerkur í lengra nám eins og algengt var með íslenskar listspírur fyrr á öldinni. Karl var einn af brautryðjendum strangflatarlistar (geometrisk abstraktsjón) á Íslandi og fylgdi hann þeirri listastefnu af einurð alla sína starfsævi.

Hann hélt tryggð við hreina liti og skýrt afmörkuð form tvívíðra flata. Myndir hans eru tærar og virðast stundum vera skyldar tónlist enda var Karl afar tónvís og mikill unnandi klassískrar tónlistar.

Á 7. áratugnum fóru hörðu formin að svigna og verða ljóðrænni. Í þessum kvikari og lífrænni formum fór að bera á rýmd (rúm-pláss) sem ekki sást áður. Karl var með listræna sannfæringu sem jaðraði við einþykki en hann var kröfuharður á sjálfan sig og á þau efni sem hann notaði í málverk- ið enda skilaði það árangri í góðu listrænu handbragði.

Margir íslenskir málara hafa unnið í anda abstraktlistar sem hefur nokkrar undirstefnur eins og sjá má í listasöguyfirlitinu. Finnur Jónsson, Svavar Guðnason, Þorvaldur Skúlason, Nína Tryggvadóttir, Valtýr Pétursson, Hjörleifur Sigurðsson og margir fleiri eru meðal bestu abstraktmálara Íslendinga.

Skáld eru oft skyggjari á anda síns tíma, en nokkur lærð fræði. Um listform þetta skrifaði

Halldór Laxness: „Listastefna...sem hefur áhrif á veruleikann af því að hún á rætur sínar í veruleikanum og sinnir þar ákveðinni þörf; lista- stefna sem hefur áhrif á öldina, andlit aldarinnar, sál aldarinnar, þjáningu aldarinnar, þrá aldarinnar.“

### Þá er að hefjast handa við verkefnið.

Byrjið á að lesa ykkur til um geometriska abstrakt, ljóðræna abstrakt og kúbisma í lesheftinu sem fylgir. Þið getið einnig skoðað myndir sem fylgja með verkefninu til að átta ykkur á mismun- inum í verkunum. Verkefni ykkar felst síðan í eftirfarandi þáttum:

- 1) Klippið þrjú pappírblöð í stærðina 15 • 15 og útbúið á það ramma sem ekki er of stór miðað við myndina.
- 2) Teiknið á eitt blaðið dæmigerða mynd í stílgerð geometriskrar abstraktsjónar og munið að nota grunnformin. Málið eða litið síðan myndina og gerið það sama hvað ljóðræna abstrakt og kúbisma varðar.
- 3) Reiknið út flatarmál þeirra grunnforma sem á myndinni sjást og munið að ávallt á að sýna formúlur.
- 4) Veljið síðan eina af þessum myndum og stækkið hana á plötu allt að 10 sinnum. Munið að vera nákvæm með allar mælingar. Þegar þið hafið lokið við að skrifa hjá ykkur stærð myndarinnar miðað við fyrirmynd er að hefjast handa við að færa myndina nákvæmlega á plötuna.
- 5) Reiknið nú flatarmál þeirra grunnforma sem fram koma á plötunni og berið saman við niður- stöðurnar úr lið 3. (Athugið vel að skekkjumörk eru ávallt til staðar), útskýrið síðan hvað skekkju- mörk er.

Síðan getur bekkurinn sett upp sýningu á öllum verkum nemenda þar sem fram koma mismunandi myndir og einnig útskýring á í hvaða stíltegund verkið er.

Þetta verkefni er aðeins eitt af mörgum þar sem mögulegt er að tengja stærðfræði og myndmennt og gefur góða mynd af því hvernig verkefnavinna nemendanna var hugsuð.

Í verkefninu er sýnt fram á takmarkalausa möguleika á því að tengja þessar námsgreinar saman og virkja hug og hönd nemenda í verkefnum sem reyna jafnt á sköpunargáfu og nákvæmni í útfærslu og vinnubrögðum.

Kristján Sigurðsson og Gunnar Gunnarsson eru kennarar við Grunnskólann í Stykkishólmi og FVA.



# Skilningur, skiptir hann máli?

## Reynsla mín af kennslu byrjenda í stærðfræði

Jónína Eiríksdóttir

Ég hef verið beðin að segja stuttlega frá reynslu minni af því að nota hugmyndafræði í stærðfræðikennslu, sem kemur frá háskólanum í Wisconsin-Madison í Bandaríkjunum og nefnist þar *Cognitively Guided Instruction (CGI)*, á íslensku: Stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna. Hugmyndafræðinni kynntist ég á námskeiði Flatar sumarið 1995 undir leiðsögn Donalds Chambers, fyrirlesara frá háskólanum í Madison.

### Nemandinn

Þess ber að geta áður en lengra er haldið, að hér kom vel á vandan. Sjálf hef ég aldrei getað státað af góðri stærðfræðikunnáttu. Ég hóf reglulega skólagöngu við 10 ára afmælið mitt á miðjum vetri 1962 og gekk þá inn í bekk barna, sem verið höfðu í skóla frá 7 ára aldri. Það urðu örlög mín að klóra mig áfram í þeim viðfangsefnum, sem í gangi voru og gekk það nokkuð vel. Brátt fór þó svo að reikningurinn, eins og hann var kallaður í gamla daga, fór að taka á sig ýmsar óvinveittar myndir og er skemmst frá því að segja að við hann náðust litlar eða engar sættir alla mína skólagöngu allt til loka kennaraprófs. Einu gilti hversu fjálglega aðferðum og lausnum var lýst fyrir mér, fótfestu var ekki að hafa og engir möskvar björgunarnets náðu að þrengja að mér í viðáttu vanmáttarins. Brotastrik og kommur, jafnaðarmerki og bókstafir hér og þar virtust geta haft eina merkingu í dag og aðra á morgun. Helst má segja að rofað hafi til við kynni mín af námsefni Guðmundar Arnlaugssonar heitins um tölur og mengi, sem ég var svo heppin að kynnast í landsprófi á Laugarvatni 1966-67. Þau kynni færðu mig á byrjunarreit einhverrar þeirrar hugsunar, sem ég hef æ síðan sótt styrk til og byggt á annars lítið sjálfstraust mitt í fræðunum. Þannig tel ég mig hafa nokkra innsýn í þau vandræði, sem nemendur okkar eiga í, sem ekki hafa náð tökum á stærðfræðináminu og eru sífellt að koma kennurum sínum á óvart með „heimsku“ sinni. Hef ég nú lýst getuleysi mínu í stærðfræði og fara lesendur væntanlega að undrast að ég skuli vera mætt á ritvöllinn í málgagnni sérfræðinga í stærðfræðikennslu. Þessa ósvifni mína ber aðallega að rekja til þess, að vanmetakennd mín hefur á seinni árum dvínað nokkuð, bæði hef ég mikið lært af því að

kenna og að auki sannfærst um, að leiðin að kennslu í stærðfræði liggur ekki að öllu leyti í gegn um sérstaklega yfirgripsmikla færni í greininni sjálfri heldur einnig veigamikla þætti aðra. Segja má að ég hafi sótt allverulega í mig veðrið við að kynnast hugmyndum félaganna í Madison, sem áður var vikið að.

### Kennarinn

Afskipti mín af kennslu stærðfræði í grunnskóla í gegnum tíðina hafa aðallega verið bundin við yngsta bekkinn og að auki nokkra sérkennslu. Þá hef ég sem foreldri fylgt þremur börnum upp grunnskólann og fram í framhaldsskóla, en þau spor vekja grunnskólakennarann og foreldrið ósjaldan til nokkurrar umhugsunar og hljóta að vera um margt ólygin um stöðu mála.

Fyrstu spörin mín í stærðfræðikennslu tók ég með bók Mary Baratta-Lorton 1976 *Mathematics Their Way* mér til hliðsjónar og þótti hún alveg frábær. Hún er aðgengilega sett upp og sótti ég mikinn styrk í hennar nákvæmu leiðsögn við að æfa talningu, flokkun, mynsturgerð og meðferð talna á hlutbundinn og síðar óhlutbundinn hátt. Allt þetta er sett fram skipulega svo að mjög auðvelt er að fylgja því, sem þar er lagt til. Eftir nokkurn tíma tóku þó að leita á mig spurningar um, hvert vinnubrögð Lorton bæru nemendur og kennara og hvernig sú færni, sem þjálfuð er að hennar fyrirmynd nýttist nemendum við síðari tíma verkefni. Mér fannst æfingar og vinna verða nokkuð vélræn og var orðin mjög þurfi fyrir umræðu og vangaveltur þegar á námskeið Flatar, sem áður er getið, var komið. Hafði reyndar lengi furðað mig á þeirri þögn, sem virtist umlykja stærðfræðikennsluna, námstjóraleyssi til margra ára og ótrúlegri tryggð og sátta kennara við námsbækurnar.

### Hvað er stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna?

En víkjum nú að aðalefni greinarinnar, stærðfræðikennslu byggðri á skilningi barna, Cognitively Guided Instruction. Donald Chambers hafði engin vettlingatök við að koma okkur í skilning um inntak námskeiðsins forðum. Hann svipti okkur á

fyrsta degi inn í hugarheim og hugsanagang yngstu nemendanna og út frá því stefnumóti gekk hann allt námskeiðið. Hann sýndi okkur m.a. myndbandsupptökur af ósköp venjulegum börnum að leysa þrautir og fátt virtist ætla að koma á óvart í máli fyrirlesarans. Það sem kom síðan á óvart og heillaði mig var, hversu nákvæm og trúverðug lýsingin var og það samhengi, sem hún var sett í. Lýsing, sem ég hafði ekki heyrt getið um áður eða getað fest hönd á ein og sjálf, en lengi saknað. Megininntak vikunnar var sem sagt að fá okkur í hendur og leiða okkur í gegn um nokkuð nákvæman uppdrátt af því, hvernig börnin okkar tileinka sér af eigin rammleik aðferðir við lausnir á þrautum sem reyna á stærðfræðilega hugsun og hvernig þau byggja síðan flóknari og þróaðri aðferðir ofan á þær. Hann færði okkur stig af stigi upp þau þrep, sem talið er að hver og einn feti í þroska sínum. Þarna gilda að sjálfsgöðu sömu lögmál og annars staðar í þroska einstaklinganna, við getum í mesta lagi leitt þá áfram með viðeigandi hvatningu, kröfum og uppörvun, en við tökum þá ekki í fangið og lyftum þeim yfir þrepin. Það sem ef til vill opnaði eyru mín upp á gátt við upphaf námskeiðsins var sú fullyrðing Chambers, að börn við lok þriðja árs í grunnskóla hefðu í samamburðarrannsókn í Wisconsin-Madison reynst slakari við að leysa vandamál úr daglega lífinu, sem reyndu á stærðfræðilega hugsun, en þau börn, sem væru að ljúka leikskóla. Oft hefur læðst að manni sá grunur að eitthvað væri bogið við frumleika stærðfræðihugsunar nemenda í grunnskólanum, en að við þrengdum svo snemma að henni hafði mig ekki órað fyrir. Auðvitað er hugsanlegt að véfengja þessar niðurstöður og bera við öðrum aðstæðum hér á landi, en ég læt mér ekki detta í hug að sá reginmunur sé á milli okkar að ekki felist í þeim vísbending, sem vert sé að huga að.

Spurningin er áleitin: Hvar og hvernig í ósköpunum lokum við svo hastarlega á frumleika og frumkvæði rökhusunar nemenda? Námskeiðið svaraði því skýrt og skorinort: með því að kenna barninu viðteknar aðferðir og uppsetningar of snemma eða áður en það hefur fengið tækifæri og náð fótfestu við að leysa verkefni eftir sínum eigin hugmyndum og þekkingu.

Inntak þessarar kenningar minnir mjög á boðskap „söguaðferðarinnar” sem mjög er viðhöfð í grunnskólanum í dag og margir hafa heillast af. Þar er mikil áhersla lögð á, að nemandinn fái tækifæri til að túlka og tjá á ýmsan hátt það sem hann veit og skilur, áður en hann er leiddur að staðreyndum viðfangsefnisins og raunveruleika, sem í lok vinnunnar verður þá eðlilegt framhald af því, sem nemandinn hefur sjálfur lagt til málanna og tileinkað sér á ýmsa vegu innan og utan skólans.

Í stuttu máli var veganesti námskeiðsins í mínum huga það, að kennarinn á ekki að segja nemandanum hvernig hann leysir þrautirnar best, hann fylgist með vinnunni og setur sig inn í hugsun og aðferðir nemendans eins og þær birtast í útskýringum og tjáningu allri. Kennarinn metur stöðuna og býður næst upp á þraut, sem styrkir þá leikni, sem er að verða til og eykur janframt við þyngdarstigið þegar mál er til komið.

Þannig færist nemandinn á milli þroskaþrepa fyrir eigin vélarafli eftir brautum, sem honum verða kunnugar og tamar af því að þær eru ruddar af honum sjálfum. Hvort tveggja hefur orðið til við rannsóknir í háskólanum í Madison: uppdráttur af þroskaferlinu og sýnishorn af þeirri gerð verkefna eða þrauta, sem falla að mismunandi þroska og getu. Með því að horfa á nemendur leysa verkefni sín og spyrja þá síðan hvernig þeir hugsi málin, má fá nokkuð skýra mynd af því hvar í þroskaferlinu þeir eru staddir og hvað muni henta þeim næst að glíma við. Þetta hljómaði allt fremur heillandi, ekki síst fyrir það að á námskeiðinu rann það upp fyrir mér að ég hafði harla lítið lagt mig eftir útskýringum eða rökræðum nemenda minna og enn síður hafði ég verið að láta þá spreyta sig á þrautum úr daglegu lífi þeirra, þrautalausnum eins og þær eru gjarnan nefndar.

### Hugmyndafræðinni hrint í framkvæmd

Þegar kennsla hófst haustið eftir og nýr 6 ára bekkur beið mín, ákvað ég að vinda mér í að nota hugmyndir CGI. Þegar tilteknum vinnuanda var náð í bekknum lagði ég í'ann. Ég var svo heppin að geta skipt bekknum einu sinni í viku og hafði þannig 6 nemendur í tvær kennslustundir samfleytt, eða 80 mín. Ein kennslustund við slíka vinnu hefur reynst mér fullskammur tími. Fyrstu vikurnar vann ég eingöngu með litlu hópnum samkvæmt módelinu, sem hér er aftar í greininni, en seinna um veturinn og alfarið næsta vetur á eftir með sama bekk færði ég vinnuna inn í sameinaðan hópinn. Inn í stærðfræðikennsluna fléttaði ég líka ýmsar góðar æfingar úr *Mathematics Their Way*, en hefðbundnar kennslubækur biðu vorsins í 6 ára bekknum og voru hafðar algjörlega sem hliðarefni í 7 ára bekk.

### Þáttur foreldra

Fyrirætlanir mínar skráði ég eins skýrt og ég treysti mér í skólanámskrána, en auk þess ræddi ég nokkuð ítarlega við foreldra á foreldrakvöldi snemma vetrar. Foreldrar sýndu þessu þolinmæði og ég fann aldrei fyrir vantrausti eða misskilningi af þeirra hálfu. Reyndar hafði eitt foreldri orð á því, að það skildi ekki hvers vegna þyrfti alltaf að vera að finna upp eitthvað nýtt til að kenna fag,

sem hefði ekkert breyst í þúsundir ára. Nefndi í því samhengi auðvitað námsefni Agnete Bundgaard, sem okkur er víst öllum ofarlega í huga þegar mistök í kennslumálum ber á góma. Næsta vetur létu foreldrar í té ánægju með þessi vinnubrögð og slík viðbrögð reyndust mér afar mikilvæg. Ennfremur er til þess að taka að Jónína Vala Kristinsdóttir aðstoðarskólalastjóri Háteigsskóla hefur veitt mér afar mikilsverðan stuðning með heimsóknum og ráðgjöf og fundir með þátttakendum frá námskeiði Flatar sumarið 1995 hafa einnig viðhaldið áráði og styrk til vinnunnar. Ég get ekki horfið af þessum vettvangi án þess að minnst frekar á hlut heimilanna og umhverfis nemenda okkar yfirleitt í stærðfræðináminu. Vissulega byggir umrædd hugmyndafræði á því að við dembum ekki yfir nemendur okkar aðferðum og uppsetningum fyrr en verulegri fótfestu er náð af þeirra eigin rammleik. Eðlilegt framhald af því mætti efalaust telja að foreldrum verði þá einnig „bannað“ að kenna nemendum viðtekna reikningsaðferðir svo sem eins og hér á árum áður að foreldrar voru hvattir til að vera ekki að kenna börnum sínum að lesa til að forðast „rugling“. Ég get hins vegar ekki með nokkru móti fengið mig til að setja foreldrum einhverja kosti með það, hvernig þeir kjósa að ræða við börnin sín um lausnir í stærðfræði. Hvernig getum við líka vakað yfir því, hvaða áhrifum þau verða fyrir hjá öðrum en foreldrum, svo sem eins og systkinum, vinum, afa og ömmu o.s.frv.? Hins vegar tel ég að með því að útskýra vinnubrögð okkar fyrir foreldrum af einlægni og gagnkvæmu trausti fáum við þau í lið með okkur við að spyrja börnin fremur en að veita svar eða sýna aðferð umhugsunarlaust. Þar með tel ég að stór hluti bjarnarins sé unninn og enginn þurfi að hafa áhyggjur af því að hann kunni ekki að segja barninu sínu til. Vanmetakennd foreldra skaðar okkur öll og við ættum ekki að stuðla að henni með boðum og bönnum, sem ekki er hægt að ætlast til að allir skilji eða sætti sig við.

### **Kennslustund, sem tekur mið af CGI skipti ég oftast í þessa þætti**

Kennari greinir munnlega frá eða les með nemendum þraut. Mjög hef ég rekið mig á, hversu mikilvægt er að þrautin sé sprottin úr umhverfi nemendanna, þannig að enginn velkist í vafa um hverjar aðstæður eru, í hverju vandinn er fólgin og að ástæða sé til að leysa málið. Best er ef málefnið brennur á öllum hópnum eða einhverjum, sem þau þekkja mjög vel. Ekki líður á löngu þar til einhver úr hópnum fær að koma með sína þraut, sem hann hefur hugsað heima og er slíkum þrautum alltaf

tekið af mikilli alvöru og heilindum.

Nemendur vinna að lausn. Þeir velja sér sjálfir gögn til að vinna með. Þeim stendur til boða að fá laus blöð til að skrifa og teikna á, en hafa auk þess aðgang að kubbum og ýmsu dóti, sem þeir nota gjarnan við að færa vandamálið í hlutbundinn búning. Með tímanum velja þau gjarnan að ef til þess kemur að þau verði valin til að segja frá sinni lausn, sé heppilegt að vera búinn að skrá niðurstöður á blað og teikna þau þá mjög gjarnan aðstæður allar. Sum fara fyrr að nota stærðfræðiták en önnur og brátt verða til dæmi með plús, mínus og jafnaðarmerki, sem fleiri og fleiri fara svo að notfæra sér til að lýsa atburðum og aðgerðum.

Einn nemenda greinir félögum sínu og kennara frá niðurstöðu vinnu sinnar og svarar spurningum sem kunna að vakna. Kennarinn hefur haft tækifæri til að fylgjast með vinnu nemendanna ganga um og spyrja og notar nú enn tækifærið til að hlusta eftir og skilja hugsun þeirra enn betur og greina hvar þau eru stödd í þroska. Hann dæmir ekki eða gefur eina „réttu“ lausn heldur spyr hann nemandann, hvernig hann hugsar það, sem hann sýnir og ennfremur koma bekkjarfélagar mjög oft með athugasemdir og ábendingar. Hér gefst gullið tækifæri fyrir alla að fylgja hugsun eins úr hópnum til enda og oftast er ekki er það hér, sem nemandi/nemendur sjá nýjan flöt á málinu, aðra uppsetningu, annars konar nálgun að lausn. Mjög oft hefur það komið fyrir að nemandi sem er að útskýra eigin lausn uppgötvar að hann hefur ekki náð að ljúka verkinu á viðunandi hátt og grípur þá tækifærið til þess nú. Ég get ekki stillt mig um að geta þess að í þessum hluta vinnuferilsins hef ég orðið fyrir hvað dýpstri gleði við kennsluna. Allir þekkja hve dásamlegt það er að skynja hve börnin okkar geta verið frumleg, rökföst og jarðbundin og við útskýringar þeirra gefast mörg tækifæri til slíkrar opinberunar.

### **Helstu kostir**

Það hefur verið mér sérstakt ánægjuefni og jafnframt undrunarefni, hve nemendur eru virkir og áhugasamir við að leita lausnanna og einnig hversu óháð þau eru sessunaut sínum eða kennara við vinnu sína. Þau hafa óbilandi trú á að þau geti sjálf fundið lausn og jafnframt sýnt fram á að hún standist. Þau hafa lært að hlusta á og virða útskýringar annarra og leggja sig fram um að skilja framsetningu og rök bekkjarfélaganna. Þau láta sig málið varða alveg fram á síðustu mínútu af því að málefnið snertir þau og það er sprottið úr þeirra eigin jarðvegi. Mjög áriðandi er og að kennarinn eða einhver annar sé ekki búinn að gefa út eitt endanlegt „rétt“ svar, sem ég tel að loki samstundis á frekari umhugsun og áhuga.

## Helstu hindranir

Tíminn, sem ætlaður er til stærðfræðikennslu í skólanum almennt er of skammur að mínu mati. Ég hef undanfarna tvo vetur kennt stærðfræði í 7 og 8 ára bekk, sem ekki eru mínir umsjónabekkir og það hefur verulega annmarka í för með sér. Tíminn er ósveigjanlegri, og tengslin við nemendur yfirborðskennari. Ein af meginforsendum þess að stærðfræðiprautir höfði til nemenda er að kennari þekki vel og geti nýtt sér þau málefni sem efst eru á baugi í bekknum hverju sinni. Ennfremur hef ég reynt af því, að eftir því sem tímar líða kem ég oftar auga á tilefni í umhverfinu, sem hvetja til stærðfræðilegra vangaveltna og það er fráleitt að þær eigi einungis heima í sérstökum stærðfræðitímum. Ég hef fundið fyrir því að sú leikni í rök-ræðum og rökfærslum, sem þjálfast við stærðfræðinámið fæst ekki eingöngu í þeim tímum heldur ekki síður verður henni viðhaldið í tímum móðurmálsins og hefur auðvitað áhrif á allt nám og vinnu með nemendum.

## Lokaorð

Fyrir mér er hér ekki nein bylting í stærðfræðikennslu á ferð, enda enginn á höttunum eftir slíku. Hugmyndafræðina, sem hér um ræðir, getum við kennarar auðveldlega tileinkað okkur og tekið inn í daglega kennslu og til þess hvet ég eindregið. Ef til vill ber veganesti foreldranna, sem lýst var hér að framan, okkur þó nokkuð langt, þ. e. að spyrja

og hlusta fremur en að leiðrétta, og spara alvarlega við okkur að gefa „rétt“ svar þegar eftir því er kallað. Hugmyndafræðin byggir ekki tilveru sína á ítarlegu námsefni eða flokki kennslubóka og víst mun ýmsu enn ósvarað. Til dæmis hvernig hnúta við notum til að hnýta aðferð, sem meðal annars byggir á því, að nemendum sé jafnvel ekki kenndar ákveðnar reikningsaðferðir, við það námsefni, sem stendur nemendum okkar til boða í dag. Nú og svo hljóta menn að vilja fá svar við því, hvort það sé virkilega meiningin að kenna aldrei reikningsaðgerðir eða hvenær það sé óhætt. Um þetta hljóta menn að geta deilt og nú er mál til komið að við látum umræðu og skoðanaskipti um stærðfræðinámið og kennslu einkenna framtíðina og fæða af sér betra starf öllum til hagsbóta.

## Til glöggvunar:

Baratta-Lorton, Mary. 1976. *Mathematics Their Way. An Activity Centered Mathematics Program for Early Childhood*. Menlo Park, Calif., Addison-Wesley.

Carpenter, Thomas P. 1995. *Cognitively Guided Instruction. Children's Thinking About Whole Numbers*. [Fjölrit] Thomas P. Carpenter, Elizabeth Rennema and Megan Loef Franke. CGI Readings. Wisconsin-Madison, Wisc. Center for Education Research.

*Stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna* [Án árs]. [Fjölrit]. Anna Kristjánsdóttir, Jónína Vala kristinsdóttir og Matthildur Guðmundsdóttir.

Jónína er kennari og bókasafnsfræðingur við

Kleppjárnsreykjaskóla. Netfang hennar er: jeiriks@ismennt.is

## Frá stjórn Flatar - um heimasíðu og félagatal

Til stendur að láta félagatal Flatar inn á heimasíðu samtakanna. Í félagatalinu kemur fram nafn, kennitala, heimilisfang, netfang og vinnustaður allra meðlima. Við viljum biðja alla þá sem af einhverjum ástæðum vilja ekki að þessar upplýsingar séu birtar um þá, að láta okkur í stjórninni vita. Einnig vantar mikið upp á að netföng og vinnustaðir séu skráðir, en æskilegt er að skráin sé eins rétt og fullkomin og unnt er. Því viljum við einnig biðja þá sem sjá að um þá vantar upplýsingar eða eitthvað er rangt af því sem skráð er, að láta okkur vita.

Hægt verður að gera það beint af heimasíðunni.

Nýlega var haldinn ágætur og vel sóttur fundur um samræmd próf í KHÍ á vegum Flatar, og geta félagsmenn séð fundargerð þess fundar á heimasíðunni.

Veffang heimasíðunnar er:

<http://www.ismennt.is/vefir/flotur>

# Um forritið LXR-TEST

Ársæll Másson

Stærðfræðikennarar Menntaskólans við Sund hafa í vetur tekið í notkun forritið LXR-TEST, sem gjarnan hefur verið kallað prófagerðarforrit. Forritið vinnur þannig að þegar semja á próf, þá eru valdar spurningar úr gagnabanka (eða gagnabönkum) sem hæfa því námsefni sem prófa á úr í það skiptið. Þetta má einnig láta forritið gera sjálft, eftir þeim skilyrðum sem því eru sett. Einn kosturinn við þetta er sá að spurningabankana má flokka að eigin geðþótta, eftir efni, áföngum, þyngdarstigi og hverju sem verkast vill, og er því mjög fljótlegt að semja próf, einungis er smellt á þær spurningar sem eiga að fara í prófið. Auk þess fylgir þessu sá stóri kostur að fyrirfram er vitað hversu þungt og áreiðanlegt prófið er, því forritið reiknar út þyngdarstuðul og aðgreiningarstuðul fyrir hverja spurningu í hvert skipti sem hún er notuð. Kennarar framhaldsskólans þekkja eflaust þann höfuðverk sem því fylgir að þurfa að semja og gefa fyrir próf sem einungis örfáir nemendur í slakari kantinum gangast undir, og taka á grundvelli niðurstöðunnar ákvörðun um hvort viðkomandi nemendur þurfa að endurtaka áfangann eða jafnvel bekkinn, eins og oft er raunin hjá okkur í bekkjarskólunum. Forritið gefur því forsendur fyrir réttlátari málalok slíkra prófa. Auk þess verða almenn próf sambærilegri milli ára, þannig að allt mat á skólastarfinu verður auðveldara, en það þykir stór kostur nú til dags. Margir auka-fíðusar eru þessu samfara, t. d. er hægt að prenta út próf með lausnum, og þessvegna persónulegum athugasemdum til sérhvers nemenda.

Til þess að þetta geti gengið fyrir sig á þann hátt sem að framan er lýst þarf vitaskuld mikla vinnu við að koma upp öllum gagnagrunninum. Það þarf að slá inn spurningarnar í bankann, og síðan þarf að nota þær a.m.k. einu sinni til þess að fá upplýsingar um hverja spurningu, þyngdarstig og aðgreiningarstuðul (aðgreiningarstuðull spurningar er tala milli -1 og 1 sem ber saman útkomu spurningarinnar hjá efstu og neðstu nemendunum á prófinu í heild. Þannig fæst vitneskja um hvort viðkomandi spurning greini „góða nemendur frá lélegum“). Þar sem forritið vinnur best

með spurningar sem annaðhvort eru réttar eða rangar, þá hefur þetta leitt til þess að við erum farnir að nota krossaspurningar töluvert á okkar prófum. Þær hafa ýmsa kosti þegar þær eiga við; þær eru hnitmiðaðri en opnar spurningar og auðveldari í yfirferð, og eyða óvissuþættinum úr yfirferðinni, þótt þær leysi vitaskuld ekki opnar spurningar alfarið af hólmi. Niðurstöður opinna spurninga þarf að færa inn í töflureikni eða tölfræðivinnslu einhverja til þess að fá jafngóðar upplýsingar, en Bandaríkjamenn virðast líta svo á að tölfræði eigi ekki við um slíkar spurningar.

Ég vil að lokum geta þess að við í MS erum ekki brautryðjendur hérlendis í notkun forritsins. Kennarar í Fjölbrautarskóla Suðurnesja með Konráð Ásgrímsson í fararbroddi hafa unnið við forritið í tvö ár, og ætlunin er að samhæfa starfið á báðum vígstöðvum svo öll vinna nýtist sem best. Einhverjum gæti þótt forvitnilegt að næla sér í upplýsingar af heimasíðu forritsins, en netfang framleiðandans í USA er <http://www.lxrtest.com>.

Ársæll er kennari í Menntaskólanum við Sund.



1-1-1-2-3-5-8-13-21-34-55-89-144

# Skólavörðungr Búðin

**Skólavörðungr - Laugavegi 166**  
**Pósthólf 5020 - 125 Reykjavík**  
**Sími: 552 80 88 - Fax: 562 4137**  
**[sala@nams.is](mailto:sala@nams.is)**

# FLATAR mál

1. tbl. 6. árg.

Anna Kristjánsdóttir Flötur - fyrstu fimm árin að baki	1
Meyvant Þórólfsson Sverðkettir og stærðfræði	8
Hafsteinn Halldórsson Vasareiknaverkefni í 4. bekk	12
Hafdís Ásgeirsdóttir, Ragnheiður Ásgeirsdóttir og Sigríður Ragnarsdóttir Stærðfræði skiptir máli Verkefnaflokkur í 8. bekk Grundaskóla	14
Ásrún Matthíasdóttir Tölfræði með tölvum	16
Anna Kristjánsdóttir Bent Christiansen brautryðjandinn 1921-1996	18
Ragnheiður Gunnarsdóttir 5 ára afmæli Flatar	19
Hafdís Ásgeirsdóttir, Ragnheiður Ásgeirsdóttir og Sigríður Ragnarsdóttir Matematik og sprog - ráðstefna í Danmarks Lærerhøjskole	20
Gunnar Gunnarsson og Kristján Sigurðsson Myndlistarstærðfræði	22
Jónína Eiríksdóttir Skilningur, skiptir hann máli? Reynsla mín af kennslu byrjenda í stærðfræði	24
Ársæll Mátsson Um forritið LXR-TEST	28