

FLATARMÁL

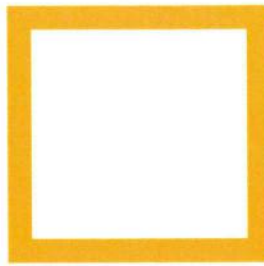
Málsgagn samtaka stærðfræðikennara



1 TBL., 24. ÁRG. 2017

rit Flatar, samtaka stærðfræðikennara

© 2017 Flatarmál



Flötur

SAMTÖK STÆRÐFRÆÐIKENNARA

Útgefandi

Flötur, samtök stærðfræðikennara

Laufásvegi 81, 101 Reykjavík

Stjórn Flatar

Formaður: Þórunn Jónasdóttir (Hörðuvallaskóla) thorunnjona@kopavogur.is

Gjaldkeri: Hrafnhildur Pálsdóttir (Álfhólsskóla) hrafnpal@kopavogur.is

Ritari: Kristín Einarsdóttir (Salaskóla) kreinars99@gmail.com

Vefumsjónarmaður: Jóhann Örn Sigurjónsson (Háskóla Íslands) jos34@hi.is

Meðstjórnandi: Edda Jónsdóttir (Árbæjarskóla) Edda.Jonsdottir@rvkskolar.is

Meðstjórnandi: Imke Schirmacher (Lágafellsskóla) imke@lagafellsskoli.is

Meðstjórnandi: Kristjana Skúladóttir (Melaskóla) Kristjana.Skuladottir@rvkskolar.is

Vefsíða

<http://www.ki.is/flotur>

Ritnefnd Flatarmála

Birna Hugrún Bjarnardóttir Laugarnesskóla

Guðbjörg Pálsdóttir Menntavísindasviði Háskóla Íslands

Hafdís Einarsdóttir Árskóla

Margrét S. Björnsdóttir Menntavísindasviði Háskóla Íslands

Prófarkalestur

Kristín Einarsdóttir

Kristín Bjarnadóttir

Birna Hugrún Bjarnardóttir

Umbrot og myndvinnsla

Finnbogi Örn Einarsson

finnbogidesign.com

Prentun

Guðjón Ó. - Vistvæna Prentsmiðjan

Mynd á forsíðu

Borghildur Jósúadóttir

Margflötungar unnir af nemendum í Fjölbrautaskóla Vesturlands

Til höfunda greina í Flatarmálum

Skil á greinum fyrir næsta blað má senda með tölvupósti til ritstjóra Flatarmála Birnu Hugrúnar á netfangið birnahugrun@gmail.com. Hverri grein skulu fylgja upplýsingar um nafn höfundar, starfsheiti og stofnun sem hann vinnur hjá. Höfundur er beðinn um að koma með tillögur að aðalfyrirsögn, millifyrirsögnum og myndatextum. Ljósmyndir, teikningar og myndrit skulu ekki sett inn í texta greinar, heldur vistuð sem stakar skrár. Númer eða nafn myndar komi fram í texta. Ritstjórn Flatarmála tekur endanlega ákvörðun um birtingu greina. Grein er skrifuð á ábyrgð höfundar. Ekki er greitt fyrir greinaskrif í blaðið.





RITSTJÓRAPISTILL

Ágætu lesendur

Enn eitt Flatarmál er nú komið út og vonandi hafa sem flestir bæði gagn og gaman af því. Leitast hefur verið við að birta efni sem er bæði gagnlegt og fræðandi fyrir stærðfræðikennara. Í þessu blaði má finna greinar um forritunarkennslu og hvernig hægt er að nota spjaldtölvur í stærðfræðikennslu. Einnig er sagt frá bók sem fjallar um áhugaverða kennsluhætti, og ein greinin fjallar um hvernig hægt er að skipuleggja námsáfangana „aftur á bak“. Sagt er frá síðustu námstefnu Flatar og einnig er sagt frá stærðfræðinámskeiði sem Jo Boaler var með í London. Rýnt er í niðurstöður PISA rannsóknarinnar og söguhorn Kristínar Bjarnadóttur er á sínum stað. Í blaðinu er greinargóð kynning á stærðfræðitorgi menntamiðju sem er starfssamfélag stærðfræðikennara á netinu og er samstarfsverkefni Flatar og Rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun. Auk þess segir árgömul stjórn Flatar frá störfum sínum á árinu og því sem framundan er hjá samtökunum.

Þann 3. mars á næsta ári eru liðin 25 ár frá stofnun Flatar og í maí á sama ári var fyrsta tölublað Flatarmála gefið út. Það hafa orðið miklar breytingar á útliti blaðsins og eru þær fyrst og fremst tilkomnar vegna tækniframfara í prentun. Einnig er nú hægt að nota veraldarvefinn til að birta og lesa blaðið.

Þegar efni fyrsta Flatarmáls er skoðað sést hvað þá var efst á baugi í stærðfræðikennslu. Þar eru greinar um námskrárþróun og námsmat, útikennslu, þrautalausnir, myndefni og tölvuforrit. Þar má einnig finna umfjöllun um nýtt námsefni og samræmdu prófin, áhugaverða grein í tímariti og viðtal við kennara um þátttöku í leshópi þar sem umfjöllunarefnið var bók um áherslur í stærðfræðikennslu. Flestar greinarnar eru enn í fullu gildi og í blaðinu eru góð verkefni sem leggja má fyrir nemendur enn þann dag í dag. Aðrar greinar eru góðar heimildir um það sem var til umfjöllunar fyrir 25 árum.

Eitt af markmiðum Flatar samtaka stærðfræðikennara er að gefa út Flatarmál sem er málagn stærðfræðikennara. Til að Flötur geti verið virk samtök stærðfræðikennara og sinnt fjölmörgum markmiðum sínum er mikilvægt að kennarar og skólastofnanir séu félagar í samtökunum. Ég hvet kennara og skóla til að skrá sig sem féлага í Fleti og stuðla þannig að betra baklandi fyrir stærðfræðimenntun á Íslandi.

Ég óska Fleti, samtökum stærðfræðikennara til hamingju með 25 ára afmælið þann 3. mars 2018 og vona að samtökin eigi eftir að eflast og dafna um ókomin ár öllum stærðfræðikennurum landsins til farsældar.

Birna Hugrún Bjarnadóttir, ritstjóri



FRÉTTIR AF STARFSEMI FLATAR

Stjórn Flatar hefur unnið ótullega að því að uppfæra félagatal, fjölga félagsmönnum og afla styrkja. Flötur gefur Flatarmál út og eitt frumskilyrðið fyrir útgáfunni er að samtökin hafi fjárhagslegt bolmagn til þess og þá skiptir máli að virkir félagsmenn séu margir. Fjölmargir grunnskólar á landinu hafa styrkt starfsemina og má segja að það sé þeim að þakka að þetta blað komst á prent.



Við í stjórn Flatar samtaka stærðfræðikennara höfum brennandi áhuga á að vera með öfluga starfsemi fyrir starfandi kennara. Markmið samtakanna eru:

- að efla stærðfræðináms og -kennslu í íslenskum skólum
- að stuðla að aukinni menntun stærðfræðikennara
- að vera vettvangur umræðna um markmið og áherslur í stærðfræðinámsi og -kennslu í samræmi við þróun greinarinnar, þjóðfélagsins og tækninnar
- að veita kennurum stuðning við að takast á við ný og breytt viðfangsefni og vinnubrögð

Samtökin vinna að markmiðum sínum:

- með samstarfi við menntastofnanir, kennara og aðra þá sem halda uppi fræðslustarfi fyrir kennara
- með því að efna til fræðslufunda, námskeiða og ráðstefna eitt sér eða í samvinnu við aðra
- með því að efla samstarf íslenskra stærðfræðikennara á öllum skólastigum
- með því að leita tengsla við stærðfræðikennara og samtök þeirra erlendis
- með útgáfustarfsemi svo sem útgáfu tímaritsins Flatarmála

Flatarmál kom síðast út á prenti í júní 2016. Í júlí það sama ár fóru 36 stærðfræðikennarar á alþjóðlegu ráðstefnunna ICME13 í Þýskalandi. Í september 2016 var boðið til málstofu sem byggði á efni frá ICME13. Í desember 2016 var 2. tölublað Flatarmála eingöngu gefið út á vefnum og var það helgað ICME13. Í því var ýmiss fróðleikur og fréttir af ráðstefnunni og má finna blaðið á heimasíðu Flatar.

Flötur er í góðu samstarfi við Rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun og í október 2016 voru málstofur á Menntakviku HÍ um stærðfræðimenntun og GeoGebru á Íslandi auk þess sem boðið var upp á kynningar á meistaraþingum stærðfræðinema. Í október á þessu ári voru síðan tvær málstofur um stærðfræðimenntun þar sem mörg áhugaverð erindi voru til umfjöllunar og má þar nefna notkun hljóðlausra myndbanda í stærðfræðikennslu, rannsóknir á skilningi nemenda á hlutföllum, stærðfræðikennslu og barnabækur og þróunarferli við samvinnurannsóknir.

Í nóvember 2016 var aðalfundur Flatar haldinn og að honum loknum hófst námstefna Flatar. Á aðalfundinum gengu þrír félagsmenn til liðs við sitjandi stjórn sem gaf öll kost á sér áfram, þannig að nú eru í stjórn: Þórunn Jónasdóttir formaður, Hrafnhildur Pálsdóttir gjaldkeri, Kristín Einarsdóttir ritari, Jóhann Örn Sigurjónsson vefumsjónarmaður, Edda Jónsdóttir, Imke Schirmacher og Kristjana Skúladóttir meðstjórnendur. Á námstefnunni var sjónum beint að samstarfi og samvinnu í námi og kennslu í stærðfræði. Aðalfyrirlesari var Barbara Jaworski prófessor í stærðfræðimenntun við Loughborough háskóla í Bretlandi. Fyrirlestur hennar má finna á heimasíðu Flatar, <http://ki.is/flotur/frettir/23-fyrirlestur-barb-ru-jaworski>. Nánar er fjallað um námstefnuna í annarri grein í blaðinu.

Í janúar 2017 var ný heimasíða Flatar opnuð á vef KÍ, <http://www.ki.is/flotur>. Fréttir af starfi samtakanna eru settar þar inn ásamt tilkynningum um það sem framundan er. Á heimasíðunni er hægt að sækja um aðild að samtökunum, sjá <http://ki.is/flotur/skraning-i-flot>. Þar má einnig finna eldri blöð Flatarmála og unnið er að því að setja inn öll blöð sem samtökin hafa gefið út. Heimasíðan er í vinnslu og stefnt er að því að þar megi finna ýmsan fróðleik um stærðfræði m.a. meistararitgerðir, áhugaverðar greinar og slóðir á stærðfræðiefni.

Dagur stærðfræðinnar er haldinn fyrsta föstudag í febrúar. Flötur hefur í samvinnu við RANNUNG sett upp þemaverkefni og safnað efni sem hægt er að vinna með þennan dag. Þemað árið 2016 var stærðfræðin í spilum. Hugmyndir að vinnu fyrir öll skólastigin má nálgast á Stærðfræðitorginu <http://staetorg.menntamidja.is/um-staerdfraeditorg/> og á títtnefndri heimasíðu Flatar.



Námstefna um námsmat var haldin í mars 2017. Námstefnan fór fram í húsnæði HÍ í Stakkahlíð. Ákveðið var að streyma henni til að mæta þörfum þeirra sem búa á landsbyggðinni og þeirra sem áttu ekki heimangengt. Það tókst með ágætum og ef miðað er við skráningu þá voru ríflega 50 manns sem nýttu sér streymið. Mæting í Stakkahlíðina var líka mjög góð eða ríflega 80 manns. Þetta var því nokkuð sögulegur viðburður því ekki hafa fleiri verið áður skráðir á námstefnu hjá Fleti svo vitað sé.

Í maí voru haldnar menntabúðir fyrir starfandi kennara og eru þær að verða árlegur viðburður sem samstarfsverkefni Flatar og Rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun.

Nú á haustmánuðum eru í gangi nokkur námskeið fyrir starfandi kennara og má finna nánari upplýsingar um þau á heimasíðu Flatar.

Samtökin halda upp á 25 ára afmæli sitt á næsta ári og af því tilefni verður haldin afmæliráðstefna Flatar, 3. mars 2018. Efni ráðstefnunnar verður auglýst þegar nær dregur. Við hvetjum alla félagsmenn og aðra áhugasama um að fylgjast með og kynna sér efni hennar þegar hún verður auglýst og vonandi sjá sem flestir sér fært að mæta.

Eins og sjá má af ofantöldu eru samtökin öflug og margt um að vera. Við hvetjum félagsmenn og aðra áhugasama til að nýta sér það sem í boði er hjá samtökunum og vera þannig þátttakendur í að efla stærðfræðinám og -kennslu í landinu.

Þórunn Jónasdóttir, formaður Flatar

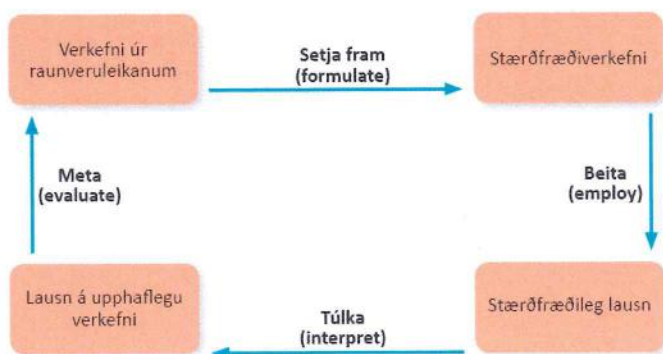
RÝNT Í PISA

Freyja Hreinsdóttir, dósent við Menntavísindasvið Háskóla Íslands

Niðurstöður PISA 2015 voru kynntar á hér á landi sem annars staðar hinn 6. desember 2016. Kom þá fram að árangur Íslendinga er á niðurleið eins og undanfarin ár. Um þetta má lesa í skýrslu Menntamálastofnunar „Helstu niðurstöður PISA 2015“ en þar eru tveir kaflar um niðurstöður í stærðfræðilæsi. Hér á eftir verður grafið dýpra í sum þessara atriða, einkum byggt á niðurstöðum úr PISA 2012 en eins og fram kemur á bls. 48 í skýrslunni er ekki marktækur munur á árangri íslenskra nemenda í stærðfræðilæsi árin 2012 og 2015. Árið 2015 var áhersla á náttúrufræðilæsi en árið 2012 á stærðfræðilæsi. Það ár var því spurt mun fleiri spurninga, t.d. varðandi námsvenjur nemenda og kennsluáferðir sem stærðfræðikennarar þeirra beita.

Færnisvið læsis í stærðfræði

PISA mælir fyrst og fremst hæfni nemenda til að leysa ýmis hagnýt verkefni. Ef skoðuð eru sýnishorn af PISA verkefnum sést að sá texti sem nemendur þurfa að lesa og skilja er misþungur. Stærðfræðin sem nemendur þurfa að beita er í flestum tilfellum ekki mjög erfið. Það er áhugavert að velta fyrir sér hvort það sé fyrst og fremst lestur textans eða beiting stærðfræðinnar sem einkum vefst fyrir nemendum. Eftirfarandi líkan af ferli stærðfræðilæsis er sett fram í OECD skýrslunni PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science.



Mynd 1 stærðfræðilæsi.

Með „setja fram“ er átt við ferlið þegar nemandi tekur þær upplýsingar sem gefnar eru í verkefninu og setur fram einhvers konar stærðfræðilegt líkan og þýðir þannig verkefnið yfir í stærðfræðiverkefni. Með „beita“ er átt við að nemandinn beiti ýmis konar stærðfræðipækkingu til að fá stærðfræðilega lausn á verkefninu. Til að fá lausn á upphaflega verkefninu þarf síðan að „túlka“ hina stærðfræðilegu lausn aftur yfir á hinar raunverulegu aðstæður sem gefnar voru í verkefninu og fá þannig lausn á upphaflega verkefninu. Þessir þrír þættir kallast færnisvið. Að lokum er lausnin metin. Með því að setja fram verkefni sem reyna mismikið á hvern þeirra þátta sem koma fram á myndinni má reikna út niðurbrot í færnisvið fyrir hvert land. Í áðurnefndri skýrslu eru gefin upp meðalstig í PISA 2012 fyrir hvert land á hverju færnisviði. Í töflu 1 eru þessi stig gefin fyrir Ísland og hin Norðurlöndin ásamt OECD meðaltali.

Tafla 1. Færnisvið og samanburður á niðurstöðum Norðurlanda og meðaltali OECD

PISA 2012	Að setja fram (formulate)	Að beita (employ)	Að túlka (interpret)	Heildarstig
OECD	492	493	497	494
Ísland	500	490	492	493
Danmörk	502	495	508	500
Finnland	519	516	528	519
Noregur	489	486	499	489
Svíþjóð	479	474	485	478

Hér eru íslenskir nemendur marktækt yfir OECD meðaltali í því að „setja fram“. Þeir eru nálægt OECD meðaltalinu í „beitingu“ stærðfræði en undir meðaltalinu í því að „túlka“ niðurstöðuna. Með öðrum orðum standa íslenskir unglingar sig frekar vel í því að lesa og skilja texta verkefnanna og þýða hann yfir í stærðfræðilegt verkefni. Þeir eru í meðallagi við að beita stærðfræði á verkefnið en eru undir meðallagi í því að túlka hina stærðfræðilegu niðurstöðu.

Það er athyglisvert að þetta mynstur er ekki almennt í heiminum því mörg lönd koma verr út í því að „setja fram“. Norðurlöndin koma ekki öll eins út í þessu samhengi eins og fram kemur í töflu 1. Erfitt er að fullyrða nokkuð um ástæður þessa mismunar en þetta þyrfti að rannsaka frekar og huga að kennsluefni og kennsluháttum í þessu samhengi. Spyrja má hvort lögð sé minni áhersla í stærðfræðikennslu grunnskóla á þetta atriði (túlkunina) en í öðrum löndum? Eða sýnir þetta ef til vill að nemendur hafi ekki tamið sér að klára dæmin? Að eftir að niðurstaða er fengin þá staldri þeir ekki við og velti fyrir sér hvað það er sem þeir voru að reikna út?

Niðurbrot á árangri í færnisvið má fá fyrir mismunandi svæði á landinu og það gefur tilefni til frekari vangaveltna um ástæður þessa. Menntamálastofnun tók saman tölurnar í töflunni hér fyrir neðan. Þar kemur fram nokkur munur milli landshluta á mismunandi færnisviðum. Bæði Norðurland vestra og Norðurland eystra eru með 494 stig í því að setja fram en hins vegar er töluverður munur á árangri þeirra á hinum færnisviðunum tveimur. Þannig eru nemendur á Norðurlandi vestra með 474 stig í því að beita stærðfræði en nemendur á Norðurlandi eystra með 486 stig. Hér verður þó að hafa í huga að þessar tölur byggja á árangri frekar fárra einstaklinga.

Tafla 2. Niðurbrot á færnisvið í hverjum landshluta

PISA 2012	Að setja fram	Að beita stærðfræði	Að túlka
Reykjavík	510	499	506
Nágrenni Rvk	511	502	503
Reykjanes	458	452	451
Vesturland	504	489	491
Vestfirðir	483	472	478
Norðurl.v.	494	474	470
Norðurl.e.	494	486	488
Austurland	467	460	470
Suðurland	487	479	470

Hvað segir PISA um aðferðir við stærðfræðinám og kennslu?

Grein Echazarra o.fl. (2016), fjallar um svör nemenda við spurningum um kennsluáðferðir og námsáðferðir sem þeir nota. Þessar spurningar voru lagðar fyrir nemendur árið 2012 þegar áhersla var á stærðfræði í PISA. Í niðurstöðum koma ekki fram sterk tengsl námsáðferða og árangurs en það er engu að síður áhugavert að skoða þann mun sem kemur fram milli landanna. Námsáðferðirnar eru greindar í þrennt og svör nemenda flokkuð miðað við hvað þau segjast nota mest.

- **Minnisaðferðir (memorisation strategies):** nemendur eru taldir nota þessa aðferð ef þeir segjast t.d. læra sem mest utanað þegar þeir læra stærðfræði.
- **Tengingaraðferðir (elaboration strategies):** nemendur eru taldir nota þessa aðferð ef þeir segjast t.d. reyna að tengja ný hugtök við hugtök sem þeir þegar kunna þegar þeir læra stærðfræði.
- **Stjórnunaraðferðir (control strategies):** nemendur eru taldir nota þessa aðferð ef þeir segjast t.d. reyna að finna út nákvæmlega hvað þeir eiga að kunna þegar þeir læra stærðfræði.

Nemendur svara nokkrum spurningum af svipuðum toga í þessum þætti rannsóknarinnar. Þessar spurningar má t.d. finna á bls. 61 í skýrslu Menntamálastofnunar og í grein Echazarra o.fl. 2016, bls. 71–72.

Niðurstaða þessarar flokkunar er áhugaverð fyrir íslenskt skólakerfi því íslenskir nemendur segjast:

- Nota minnisaðferðir undir meðaltali OECD
- Nota tengingaraðferðir langt undir meðaltali OECD
- Nota stjórnunaraðferðir langt yfir meðaltali OECD

Þetta kemur ekki eins út á hinum Norðurlöndunum. Norskir nemendur nota minnisaðferðir í meira mæli en OECD meðaltalið segir til um, sænskir og finnskir nemendur jafnmikið og meðaltalið en danskir nemendur notar minnisaðferðir í minna mæli eins og þeir íslensku. Íslenskir nemendur segjast nota tengingaradferðir minna en meðaltalið segir til um (eru þar næstneðstir á eftir Bretlandi) en nemendur á öðrum Norðurlöndum nota slíkar aðferðir í sama mæli og OECD meðaltalið. Þegar kemur að stjórnunaraðferðum nota íslenskir unglingar þær langmest af öllum og vel yfir OECD meðaltali, Noregur, Svíþjóð og Finland eru nálægt OECD meðaltali en Danmörk yfir meðaltali.

Í PISA rannsókninni eru nemendur einnig spurðir nokkurra spurninga um kennsluaðferðir kennara sinna. Svörin eru notuð til að ákvarða fjóra vísa (e. index) sem segja til um að hversu miklu leyti kennslan sé

- Kennarastýrð (e. Teacher-directed instruction, TDI): hefðbundin, bein kennsla þar sem kennarinn er í aðalhlutverki.
- Nemendamiðuð (e. Student-oriented instruction): þetta er nemendamiðuð kennsla þar sem nemendur vinna sjálfstætt eða í hópum.
- Byggð á leiðsagnarmati (e. Formative-assessment instruction): kennsla sem byggir mikið á leiðsagnarmati.
- Miðuð að vitsmunaörvun (e. Cognitive-activation instruction): með þessu er átt við kennslu þar sem vitsmunir nemenda eru örvaðir.

Til að grennslast fyrir um hefðbundnu kennsluna (TDI) eru nemendur spurðir um það hvort kennari þeirra geri alltaf/oftast í kennslustundum það sem stendur hér fyrir neðan. Prósentutölur innan sviga er hlutfall þeirra nemenda á Íslandi sem krossa við viðkomandi atriði sem alltaf/oftast.

- A. Segir nemendum hvað þeir eigi að læra (89%).
- B. Gefur stutta samantekt úr fyrri kennslustund (31%).
- C. Setur skýr markmið fyrir nám nemenda (80 %).
- D. Biður nemenda eða bekkjarfélaga hans/hennar að útskýra ítarlega hugsanir sínar eða rökstuðning (39%).
- E. Spyr spurninga til að kanna hvort nemandi hafi skilið það sem verið var að kenna (71%).

Á bls. 44 í grein Echazarra o. fl. eru tekin saman svör við A. – E. og reiknaður svokallaður vísir fyrir kennarastýrða kennslu (e. index of teacher-directed instruction). Á mynd 3.6 bls. 44 kemur fram að svör íslenskra nemenda benda til þess að slíkar kennsluaðferðir séu notaðar undir meðaltali OECD. Það er samt sem áður ekki sérstaklega sjaldgæft að mati nemenda að kennarar segi nemendum hvað þeir eigi að læra (spurning A) en hins vegar eru fáir nemendur (miðað við önnur lönd) sem telja kennara sína oft eða oftast gera B eða D.

Við mat á nemendamiðuðu kennslunni (e. student-oriented instruction) eru nemendur beðnir að svara hvort kennari geri eftirfarandi oft eða oftast í kennslustundum.

- A. Lætur þau vinna í litlum hópum (22%).
- B. Gefur einstaklingsmiðuð (mismunandi) verkefni til þeirra sem eiga erfitt með eða sérstaklega auðvelt með nám (47%).
- C. Setur fyrir stór verkefni sem þarf a.m.k. eina viku eða meira til að klára (30%).
- D. Biður þau að hjálpa til við að skipuleggja viðfangsefni í kennslustofunni (11%).

Út frá svörum nemenda við þessum spurningum er reiknaður vísir fyrir nemendamiðaða kennslu (e. index of student directed instruction) til að bera löndin saman og hér kemur í ljós að samkvæmt íslenskum nemendum eru slíkar kennsluaðferðir mjög algengar miðað við meðaltal OECD (sjá mynd 3.7 í grein Echazarra o.fl.). Það er athyglisvert að Finnland er mun nær OECD meðaltalinu varðandi þessar kennsluaðferðir en hins vegar segja 56% finnskra nemenda að kennari gefi alltaf eða oftast einstaklingsmiðuð verkefni. Þar virðast aftur á móti hópverkefni og stór verkefni miklu sjaldgæfari en hér.

Til að meta skoðanir nemenda á algengi kennslu sem byggist á leiðsagnarmati (e. formative-assessment instruction) eru nemendur beðnir að svara hvort kennarinn geri oft eða oftast eftirfarandi:

- A. Segir nemendum hverju er búist við af þeim þegar þau fara í próf eða verkefni eru sett fyrir (51%).
- B. Gefur nemendum endurgjöf varðandi styrkleika og veikleika í stærðfræði (17%).
- C. Segir þeim hversu vel þeim gangi með stærðfræðinám sitt (43%).
- D. Segir þeim hvað þau þurfi að gera til að verða betri í stærðfræði (44%).

Í heildina er Ísland nokkuð undir meðaltali OECD landa varðandi notkun leiðsagnarmats að mati nemenda (sjá mynd 3.8 í grein Echazarra o.fl.). Er það líklega einkum vegna svara við atriði B hér fyrir ofan því í flestum löndum svarar mun hærra hlutfall nemenda að kennari geri þetta alltaf eða oftast.

Til að meta síðasta þáttinn, vitsmunalega örvun (Cognitive-activation instruction), eru nemendur spurðir hvort kennari þeirra geri oft eða oftast eftirfarandi:

- A. Biður þau að útskýra hvernig þau leystu verkefni (54%).
- B. Biður nemendur að ákveða sjálfa hvaða aðferðir þeir nota við að leysa flókin verkefni (34%).
- C. Spyr spurninga sem fær þá til að ígrunda verkefni (52%).
- D. Setur fyrir verkefni sem krefjast umhugsunar í langan tíma (44%).
- E. Setur fram verkefni þar sem það er engin augljós lausnarleið (43%).
- F. Setur fram verkefni í mismunandi sambengi svo nemandinn viti hvort hann/hún hafi skilið hugtökin (55%).
- G. Hjálpar þeim að læra af mistökum sem þeir gera (66%).
- H. Setur fram verkefni sem krefjast þess að þeir nýti þekkingu sína í nýju sambengi (55%).
- I. Setur fram verkefni sem hægt er að leysa á marga mismunandi vegu (56%).

Í þessum vísi (index) eru Íslendingar töluvert undir OECD meðaltalinu (sjá mynd 3.9 í grein Echazarra o.fl.). Það skýrist líklega mest af lágu hlutfalli (miðað við önnur lönd) sem svara að kennarinn geri A eða B oft/oftast. Það er nokkuð áberandi hér er hversu fáir nemendur telja að kennarar þeirri biðji þá að ákveða oft sjálfa hvaða aðferð þeir noti við að leysa flókin verkefni en af löndunum 64 eru einungis 15 með lægra prósentuhlutfall í svörum við þessari spurningu.

Eins og áður kom fram er hér um að ræða mat nemenda á kennsluháttum kennara. Í Talis könnunum eru kennarar spurðir svipaðra spurninga og eru svör þeirra ekki endilega þau sömu og svör nemendanna, sjá grein Ragnars Ólafssonar um niðurstöður Talis rannsóknarinnar (Ragnar Ólafsson, 2014).

Lokaorð

Hér hefur verið fjallað um ýmis atriði sem ekki hafa verið sérstaklega áberandi í umræðum um niðurstöður PISA hér á landi. Margar niðurstöður vekja upp spurningar um kennsluhætti og námsvenjur nemenda.

Það er að mínu mati athyglisverðast að nemendur virðist aðhyllast stjórnunaraðferðir í sínu námi og að þeir telji að kennarar láti þá ekki í mjög miklum mæli ákveða sjálfa hvaða aðferðir þeir noti við að leysa verkefni.

Heimildir

Echazarra, A., Salinas, D., Méndes, I., Denis, V. og Rech, G. (2016), How teachers teach and students learn: Successful strategies for school, OECD Education Working Papers, No. 130, OECD Publishing, Paris. Sótt af:

[http://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=EDU/WKP\(2016\)4&docLanguage=En](http://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=EDU/WKP(2016)4&docLanguage=En)

Menntamálastofnun (2017). Helstu niðurstöður PISA 2015. Sótt af:

https://mms.is/sites/mms.is/files/helstu_nidurstodur_pisa_2015_prent_-_loka.pdf

OECD. (2014). PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I, Revised edition, February 2014), PISA, OECD Publishing.

Ragnar F. Ólafsson (2014). TALIS 2013: Starfsaðstæður, viðhorf og kennsluhættir kennara og skólustjóra á Íslandi í alþjóðlegum samanburði. Sótt af https://rafhladan.is/bitstream/handle/10802/9567/talis_skyrsla_2014.pdf

NÁMSTEFNA FLATAR 12. NÓVEMBER 2016

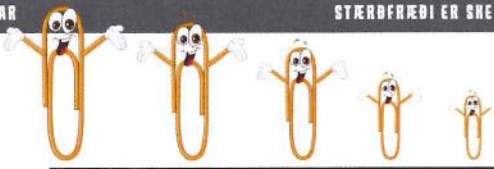
Eitt af því sem ný stjórn Flatar hefur staðið fyrir síðan hún tók til starfa snemma árs 2016, er námstefna sem haldin var í Hörðuvallaskóla laugardaginn 12. nóvember 2016. Í upphafi dags var aðalfundur Flatar haldinn, en að honum loknum hófst námstefnan þar sem sjónum var beint að samstarfi og samvinnu í námi og kennslu í stærðfræði.

Aðalfyrirlesari námstefnunnar var Barbara Jaworski, prófessor í stærðfræðimenntun við Loughborough háskóla á Bretlandi. Hún kom til Íslands til að vera viðstödd doktorsvörn Jónínu Völu Kristinsdóttur, en hún var leiðbeinandi hennar. Barbara Jaworski fjallaði um gildi námssamfélaga, samvinnu kennara og stærðfræðinám. Erindi hennar hét Mathematics teachers collaboration in teaching and learning about mathematics teaching. Erindi Barböru var athyglisvert og voru góðar umræður að því loknu þar sem fundarmenn veltu fyrir sér mikilvægi samvinnunnar í öllu skólastarfi og mikilvægi þess að ætla tíma í þann þátt. Hlusta má á upptöku af erindinu inná Stærðfræðitorginu.

Að loknum sameiginlegum hádegisverði hófust málstofur þar sem samvinna og samstarf um stærðfræðinám og -kennslu var skoðað frá ýmsum hliðum:

Guðrún Angantýsdóttir stærðfræðikennari við Menntaskólann í Kópavogi fjallaði um samvinnu milli skólastiga, það er að segja eldri deilda grunnskóla og framhaldsskóla.

TEGLAR STÆRDFRÆÐI ER SNEMMTILEG



GLÆRUSÝNINGAR TENGJAR

- Glærusýning um margföldunarskifur
- Glærusýning um rangoli munstur
- Glærusýning um frumtölur og Fibonacci
- Glærusýning um Pýþagoras

Lilja Björk Heiðarsdóttir kennari í Kársnesskóla fjallaði um samstarf kennara í sveigjanlegri hópaskiptingu í unglingadeild. Málstofan hét betri líðan, betri árangur og þar sagði Lilja frá því hvernig gekk að kynjaskipta árgangi í sumum fögum en hafa breytilega hópá í öðrum og hvernig betri líðan hafði áhrif á betri árangur í námi. Ástæða þess að farið var af stað í þetta starf var að í áttunda bekk voru tveir erfiðir bekkir þar sem í voru nemendur með ýmis vandamál. Veturinn eftir þegar þessir nemendur voru komnir í níunda bekk var þeim kynjaskipt að hluta og með því myndaðist önnur stemning hjá nemendum. Einnig unnu nemendur í breytilegum hópum, en það var gert til að stuðla að því að nemendur kynntust öðrum en þeir voru vanir að umgangast. Þetta varð til þess að allur árgangurinn kynntist betur og varð samheldnari, færri nemendum leið illa og almennt voru nemendur ánægðir með þetta þegar á leið og margir náðu betri árangri en áður.

Þuríður Ástvaldsdóttir kennari í Lindaskóla sagði frá samstarfshópi kennara í Kópavogi sem voru á netnámskeiðinu How to learn math við Stanford háskóla í Kaliforníu. Námskeiðið er í umsjón Jo Boaler sem er prófessor í stærðfræðikennslu við Stanford háskóla. Námskeiðið skiptist niður í nokkra námsþætti og er þátttakendum frjálst að bregðast við ýmsum atriðum sem fram koma og einnig að senda inn greinagerð í lok hvers námsþáttar og fá þá námskeiðið metið í lokin. Sem dæmi um námsþætti má nefna stærðfræði og hugarfar (mindset), mistök og þrautseigju, kennslu byggða á vaxandi hugarfari (growth mindset), stærðfræðinám byggt á skilningi (conceptual learning) og algebrukennslu. Kennararnir skráðu sig sem hópur inn á námskeiðið, en lásu og unnu einstaklingslega hvern námsþátt. Þeir hittust einu sinni í mánuði, ræddu saman og báru saman bækur sínar. Mikil ánægja var með námskeiðið og voru þátttakendur sammála um mikilvægi þess að hittast og vinna saman eftir hvern námsþátt. Óhætt er að segja að þeir hafi fengið hvatningu til að þróa stærðfræðikennslu sína og ýmsar hugmyndir til að nota í kennslunni.

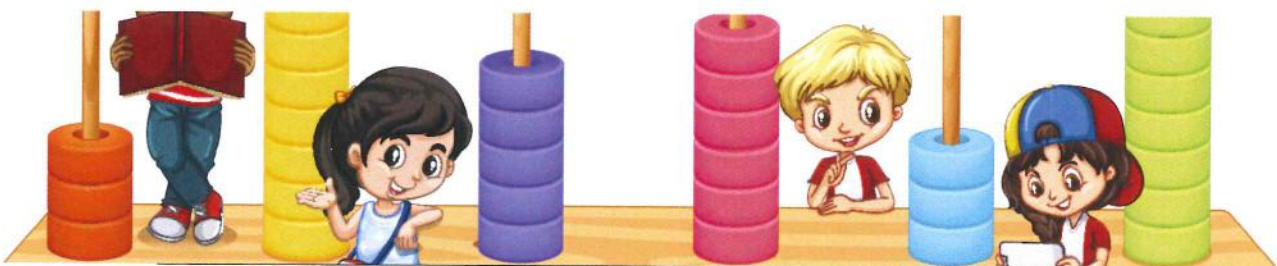
STÆRÐFRÆÐI ER SKEMMTILEG

Birna Hugrún Bjarnardóttir kennari í Vatnsendaskóla sagði frá stærðfræðinámsveri í Vatnsendaskóla og hvernig samstarfi sérkennara, bekkjakennara og nemenda er háttað. Tilgangur námsversins er að koma til móts við þá nemendur sem eiga undir högg að sækja í stærðfræðinámi sínu. Í námsverinu starfar einn kennari sem sinnir nemendum í 1. – 10. bekk. Nemendahópar sem koma í námsverið eru misstórir og geta verið 2 til 10 nemendur í hópi. Yfirleitt koma nemendur í námsverið en í sumum tilfellum fer kennarinn úr námsveri inn í bekki með verkefni eða til að aðstoða nemendur og kennara. Kennarar vilja síður fá aðstoð inn í kennslustundir til sín og velja fremur að senda nemendur í námsverið. Samstarf við umsjónarkennara er mest á yngsta stigi og minnkar eftir því sem nemendur eru eldri. Birna Hugrún sér einnig um stærðfræðigögn skólans og stærðfræðispil sem kennarar fá hjá henni. Hún hefur lagt stærðfræðikannanir fyrir nemendur til að kanna stöðu þeirra og einnig hefur hún verið með ráðgjöf fyrir kennara sem þess óska. Birna Hugrún telur að samstarf við nemendur skipti ekki minna máli en samstarf við umsjónarkennara. Hún tekur sérstaklega eftir því að skjólstæðingar hennar hafa brotna sjálfsmynd í stærðfræðinámi sínu og leggur hún því áherslu á að byggja upp sjálfsmynd þeirra. Hún byggir meðal annars á áherslum Jo Boaler um að allir geti lært stærðfræði og að mistök séu mikilvæg. Umræður á málstofunni voru áhugaverðar og höfðu þátttakendur áhuga á umræðuefninu og lögðu margt til málanna.

Edda Jónsdóttir kennari í Árbæjarskóla sagði frá samvinnu kennara á miðstigi um samþættingu í stærðfræði og íslensku. Vinnan fer þannig fram að stærðfræðiverkefni eru samþætt við lestrarkennslu á miðstigi og unnið er með blaðsíðufjölda og bóka fjölda sem nemendur lesa til að útbúa súlurit. Edda sagði frá verkefnum sem hún hefur verið að vinna með í tengslum við tölfræði og hvernig vinna má með heimalestur á tölfræðilegan hátt í hópavinnu.

Þórunn Jónasdóttir aðstoðarskólalastjóri í Hörðuvallaskóla kynnti stærðfræðiverkefni sem unnið hefur verið í skólanum frá stofnun hans. Verkefnið heitir „Stærðfræði er skemmtileg“. Markmið verkefnisins er að vinna á fjölbreyttan og sveigjanlegan hátt með stærðfræðina og leggja áherslu á jákvætt viðhorf og áhuga bæði hjá nemendum og starfsmönnum. Áhersla er lögð á að tengja viðfangsefnið á fjölbreyttan hátt við daglegt líf og umhverfið þar sem byggt er ofan á reynslu og þekkingu nemenda. Unnið er með alla námsþætti stærðfræðinnar í aldursblönduðum hópum og lögð áhersla á samvinnu, upplifun og umræður um efnið sem tekið er fyrir. Í tengslum við þessa vinnu hafa orðið til fjölmörg verkefni og hafa þau verið gefin út í rafrænu formi í samstarfi við Menntamálastofnun.

Kristín Einarsdóttir, kennari við Salaskóla



AÐ BYGGJA LÆRDÓMSPRÓTT

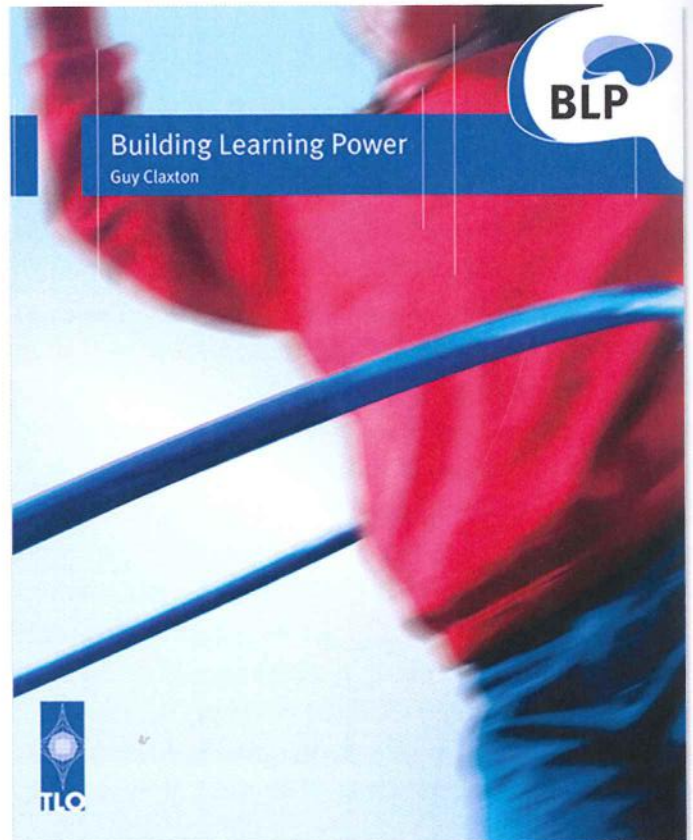
Getur verið að mismunandi kennsluáferðir kenni nemendum mismunandi hluti? Getur verið að leiðin til þess að nemandi læri meira sé önnur en til þess að nemandi læri betur? Þarf jafnvel þriðju leiðina til að kenna nemandanum að verða betri í að læra? Ef nemandi á að læra meira getur kennari þurft að brytja efnið niður í smærri einingar – en við það þjálfar nemandi illa kjálkavöðva sína. Með því að kenna meira er heldur ekki víst að nemandi læri betur og hvað þá að nemandi læri að læra. Það er hægt að kenna nemendum að læra betur með því að veita þeim mikinn stuðning. En hvað gerist ef sá stuðningur er fjarlægður, fyllast nemendur þá óöryggi og hætta að vinna? Hvernig kennum við nemendum sjálfstæð vinnubrögð en ekki lært hjálparleysi? Bækur um kennsluáferðir byggja oft á leiðum til þess að nemendur læri meira eða læri betur, en í bók sinni Building Learning Power kynnir Guy Claxton leið til að kenna nemendum að verða betri í því að læra. Hann vill meina að þessi hæfileiki sé langt því frá meðfæddur og því þurfi að kenna nemendum þessar leiðir, ekki bara til þess að þeir standi sig betur í námi, heldur í lífinu almennt.

Byggjum upp lærdómsþróttinn

Hvernig er hægt að byggja upp lærdómsþrótt (BLP, e. Building Learning Power)? Markmið BLP er að fá nemendur til að hugsa og vinna sjálfstætt, læra að þekkja sjálfa sig sem nemendur og gefa þeim verkfæri sem rannsóknir hafa sýnt fram á að virki í námi.

Með sjálfsþekkingu getur nemandi til dæmis lært hvert hann getur leitað þegar hann strandar í námi í stað þess að gefast upp. Það var Piaget sem skilgreindi greind sem „hæfileikann til þess að vita hvað þú átt að gera þegar þú veist ekki hvað gera skal”.

BLP skiptir lærdómsferlinu í fjóra þætti; seiglu (e. resilience), bjargfærni (e. resourcefulness), þankagang (e. reflectiveness) og miðlun (e. reciprocity).



Þegar seiglan er þjálfuð er verið að kenna nemandanum að meðtaka. Nemandi lærir að þekkja leiðir til að hlusta, bregðast við truflun og þróa með sér venjur til að fylgjast með þannig að það verði honum eðlilegt. Það er eðlilegt að byrja á seiglu því lítið nám getur farið fram ef við náum ekki að hlusta. Stór hluti þessarar þjálfunar felst í því að bregðast við truflun.

Truflun í námi getur verið af ýmsum toga og því mikilvægt að kenna nemendum að bregðast við. Kuldi, hungur eða þreyta er algeng truflun að mati Claxtons (hann minnst ekkert á snjallsíma, sem þó valda mikilli truflun í skólastofum okkar hér á landi). Nemanda eru kenndar leiðir til að hann verði ábyrgur í námi sínu og að hans framlag skipti máli. Claxton varar við að láta nemendur fá of létt verkefni því það muni draga úr vilja nemenda til að leggja sig fram og gleyma sér í verkefnum (Claxton, bls. 19).

Í bjargfærni finna nemendur svar við spurningunni: “Hvað geri ég þegar ég stranda?” Þjálfun í bjargfærni felst í að kenna nemendum að spyrja spurninga sem hjálpa þeim að ná árangri. Hér er hugmyndaflugið notað til að búa til tengingar, og mikilvægi rökræðu og umræðu kenndar. Hér á áherslan að vera á að nemandi finnist mikilvægt að öðlast skilning og allt gert til að komast hjá lærðu hjálparleysi. Áherslan í orðræðunni ætti að vera á “Hvers vegna...?” og “Hvað ef...?”

Þankagangur beinist að því að fá nemandi að meta það sem hann hefur lært. Gerjun námsins og endurhugsun stjórnna ferðinni og nemandi lærir að þekkja sjálfan sig sem námsmann. Hann fær tækifæri til að svara spurningunni: “Hvað þarf ég að gera til að leysa verkefnið, taka frumkvæði, skipuleggja mig og hvaða hindrunum verð ég fyrir á leiðinni?”

Í miðlun er kennslunni beint í að kenna nemendum að miðla öðrum því sem þeir hafa lært. Claxton segir að nám hafi í raun ekki farið fram fyrr en við getum miðlað því til annarra. Nemandi fær tækifæri til þess að vinna með öðrum, læra að hlusta og sýna skoðunum annarra virðingu. Aðalatriðið verður yfirfærsla þekkingar.

Aðferðir til að þjálf þessa þætti koma fram í þriðja hluta bókarinnar. Lesandinn fær dæmisögur sem byggja á raunverulegum dæmum um það hvernig aðrir kennarar hafa farið að. Hugmyndin er því að kennarar sem lesa bókina finni þar hugmyndir sem þeir geta yfirfært í sína kennslustofu. Dæmin eru frá ýmsum skólastigum allt frá 1. bekk upp í 10. bekk.

Í Bretlandi eru nokkrir skólar sem hafa innleitt BLP í allt sitt skólastarf og rannsóknir þar í landi sýna bættan árangur á ýmsum af þeim samræmdu prófum sem eru þar í landi. BLP er líka á netinu <https://www.buildinglearningpower.com>. Þar er einnig hægt að fá aðgang að samfélagi kennara sem nota BLP í sinni kennslu, bæði í þeim skólum sem hafa innleitt stefnuna, en líka þeim sem vinna eftir henni í kennslustofu sinni einir og sér.

Claxton er menntunarfræðingur og vinnur sem prófessor við University of Winchester. Áhersla hans á menntun er augljós öllum þeim sem lesa Building Learning Power. Áhugavert er að skoða t.d. þessa skilgreiningu hans á menntun til framtíðar:

„Grunnur menntunar er það sem samfélagið býður ungu fólki upp á til að hjálpa þeim til að fá sem mest út úr þeirri veröld sem þau hafa fæðst í. Við viljum gefa þeim tækifæri til að finna sér starfsframa sem veitir þeim lífsfyllingu þannig að þau þroskist og muni hvorki gera umhverfi sínu eða fólki mein. Við viljum kenna þeim að búa í samfélagi við aðra þannig að þau geti verið í samskiptum við annað fólk, orðið ábyrgir foreldrar og skapað frið og sátt í kringum sig” (Claxton, bls. 46).

Það er friðar- og umhverfisboðskapurinn sem stendur hér upp úr og undir það er hægt að taka.

Sigrún Lilja Guðbjörnsdóttir tók saman.

Heimild:

Guy Claxton. (2002). Building Learning Power. Bristol: TLO Limited.



SPJALDTÖLVUR OG STÆRÐFRÆÐIKENNSLA

Notkun spjaldtölva í námi og kennslu er tiltölulega nýr en vaxandi þáttur í skólastarfi á Íslandi. Frá árinu 2010, er fyrstu iPadarnir komu á markað, hafa sífellt fleiri nemendur fengið spjaldtölvur í hendur og nú er svo komið að sveitarfélag eins og Kópavogur hefur fært kennurum og öllum nemendum í 5. – 10. bekk grunnskólans spjaldtölvur ásamt því að nemendur í 1. – 4. bekk hafa aðgang að bekkjarsetti/bekkjasettum.

Tilgangurinn er margþættur, en segja má að afhending spjaldtölva sé birtingarmynd á mun stærra verkefni, þ.e. heildstæðri breytingu á kennsluháttum. Þar er áherslan á nemandann og hvaða heimur bíður hans við útskrift. Segja má að verið sé að valdefla nemendur, sem þýðir að þeir geta í auknum mæli farið sínar leiðir að námsmarkmiðum og þar með orðið ábyrgari námsmenn. Einnig er verið að efla þátt einstaklingsmiðunar og sköpunar í skólastarfinu, ásamt því að auka aðgengi nemenda að upplýsingum, efla þroska þeirra og ala þá upp sem ábyrga borgara í hinum stafræna heimi.

Ljóst er að breytingar eru framundan varðandi margt sem þykir sjálfsagt í dag. Tæknin mun verða stærri hluti af okkar daglega lífi með þeim afleiðingum að mörg almenn störf munu hverfa og önnur sérhæfðari munu skapast. Aðgengi að upplýsingum mun aukast eftir því sem árin líða og þar liggur til grundvallar breyttar dreifileiðir en veigamest er að breytt lífsmynstur og atvinnulíf krefst annars vinnuafls nú en áður og þarfirnar munu halda áfram að breytast á næstu árum og áratugum. Lykilþættir eru og verða skapandi og gagnrýnin hugsun, samvinna, frumkvæði og ábyrg hegðun í netheimum og til að nálgast nýjar þarfir er mikilvægt að breyta námi, menntun og kennslu á öllum skólastigum.

Sá skóli sem verið er að hverfa frá, menntar nemendur undir störf í samfélagi sem er liðið, þ.e. iðnbyltinguna. Mikilvægir þættir voru skilvirkni, að fara eftir fyrirmælum og vinna eftir fyrirframgefnum ferlum í þjóðfélagi sem nýtti náttúruauðlindir sem forsendur til framfara. Þeir þættir eru hverfandi í þjóðfélaginu og því þurfa skólarnir að breytast enda er hlutverk þeirra samkvæmt grunnskólalögum að stuðla að alhliða þroska allra nemenda og þátttöku þeirra í lýðræðisþjóðfélagi sem er í sífellri þróun. Hér eru lykilorðin þjóðfélag sem er í sífellri þróun sem þýðir að skólanum er ætlað að þróast í takt við þjóðfélagslegar breytingar. Svo vitnað sé í franska ljóðskáldið og heimspekingin Paul Valéry þá er vandamál okkar tíma fólgið í því að framtíðin er ekki lengur það sem hún var.

Breytingar á kennsluháttum í Kópavogi snúast því um að verið er að endurskilgreina nám, kennslu og menntun í öllum þáttum grunnskólastarfsins. Þar er stærðfræði sem námsgrein ekki undanskilin.

Stærðfræðinám og stærðfræðikennsla hefur því miður verið svolítið föst í áratugagömlum hefðum og lítið rými hefur verið fyrir nýja nálgun. Alla jafna gengur stærðfræðinám í íslenskum grunnskólum út á að finna fyrirframgefið rétt svar. Lítið svigrúm hefur verið gefið til leiks með tölur eða til að upplifa og fá merkingu í tölur sem eru byggðar á forsendum nemenda. Þar af leiðandi hefur stærðfræðikennsla markast talsvert af vinnu með efni úr námsbók ásamt því að temja sér það sem skilgreint hefur verið sem vinnubrögð stærðfræðinnar. Visslega hefur verið reynt að færa stærðfræði sem námsgrein á aðrar brautir í gegnum tíðina.

Nægir að nefna áratugagamalt námsefni um mengi, nýlegar leiðir til miðlunar á borð við Moodle og vendikennslu ásamt og hugmyndafræðina sem liggur að baki námsefninu Geisli sem dæmi um tilraunir til breytinga. En sé stærðfræðikennsla skoðuð almennt þá má fullyrða að kjarninn hefur lítið breyst og vegamiklir þættir í öllu námi á borð við sköpun ekki náð að festa rætur.

Fjölmargt er tengist tölvum má nýta til að auðga og breyta stærðfræðinámi og kennslu. Má þar nefna forrit og vefsíður líkt og innlagnarforritin Classkick og Nearpod, námsmatsforritið Socrative, töflureikninn Numbers, vendikennsluappið Explain Everything, hin frábæru Motion Math stærðfræðiforrit, hina íslensku Galdrabúð o.fl. en flest af því ofantalda miðar að því sama sem er að finna fyrirframgefið rétt svar. Skapandi þáttinn vantar.

Þar af leiðandi þarf að horfa út fyrir veggj stærðfræðinnar til að nálgast breytingar því þær virðast eiga erfitt með að vaxa innan frá og þar kemur þáttur forritunar mjög sterkt inn enda hafa allir nemendur í grunnskólum Kópavogs aðgengi að tölvu.

Þrátt fyrir að stærðfræði og forritun séu ekki sama fyrirbærið og þar sé talsverður munur á, þá byggir forritun m.a. á þrautalausnum, notkun stærðfræðilegra tákna, stærðfræðilegum lögmálum o.s.frv. Í Aðalnámskrá grunnskóla (2011, bls. 209-210) segir að megintilgangur náms í stærðfræði er að nemendur öðlist alhliða hæfni til að nota stærðfræði sem lifandi verkfæri í fjölbreyttum tilgangi og við ólíkar aðstæður. Til þess að svo verði þurfa nemendur að leita lausna og geta sett stærðfræðileg viðfangsefni fram á fjölbreyttan hátt með því að beita skapandi hugsun, ígrundun og röksemdum. Þeir þurfa að ráða yfir sveigjanlegum, áhrifaríkum, nákvæmum og viðeigandi aðferðum til lausnar á hvers kyns viðfangi. Einnig þurfa þeir hæfni til að setja fram, tákna og leysa ýmis stærðfræðileg vandamál og nýta hjálpartæki til þess, þar með talið tölvutæknina. Sem þýðir í stuttu máli að stærðfræði er langt í frá það eitt að vinna með tölur á blaði í leit að einum sannleik. Gert er ráð fyrir skapandi þáttum í stærðfræðikennslu og -námi og til að svara því er eðlilegast að innleiða forritun í allt stærðfræðinámi (1. – 10. bekkur).

Vissulega skarast fjölmargt varðandi stærðfræði og forritun en það veigamesta er að með því að tengja saman stærðfræðikennslu og forritun þá skapast rými fyrir nemendur til að vinna með tölur og aðgerðir á skapandi hátt. Þeir munu vinna með aðgerðir á eigin forsendum þar sem gefið er rými fyrir fjölmargar ólíkar lausnir, þ.e. nemendur geta sjálfir skilgreint rétt og rangt og þar með hafa þeir tækifæri til að skapa eitthvað nýtt og spennandi með aðstoð stærðfræðilegra tákna og lögmála.

Breyting á kennsluháttum í Kópavogi gengur út á fjölbreyttari verkfæri til náms, kennslu og menntunar og þar með að þróa það sem áður hefur verið markað af nokkurri kyrrstöðu og hefðum. Skapandi vinna í stærðfræði með forritun gefur nýja vinkla sem auka fjölbreytni námsins en á sama tíma gera skólann áhugaverðari og skemmtilegri fyrir nemendur. Auðvelt er að samþætta forritun við stærðfræðinámi og -kennslu og taka t.d. 40 mínútur af stærðfræðitímum hverrar viku í slíka vinnu. Hefja má leik með yngstu nemendum í forritum á borð við Box Island, Tynker eða Daisy the Dinosaur og fíkra sig svo áfram í MicroBit, Spyro og Swift Playground með tilheyrandi skapandi vinnu svo einhver dæmi séu nefnd.

Stærðfræðin sem námsgrein hefur því fjölmörg tækifæri á til að þróast í ljósi þess að sífellt fleiri nemendur hafa nú spjaldtölvur eða aðgengi að þeim. Þá þróun má nú þegar sjá í skólum Kópavogs enda eru spjaldtölvurnar að verða stærri hluti af eðlilegu námsumhverfi nemenda. En betur má ef duga skal og stöðugt þarf að skoða allt nám, alla kennslu og alla menntun með það að markmiði að færa skólastarfið í þær áttir sem það þarf að fara. Sem er skapandi og lifandi skóli þar sem horft er til þeirrar færni sem nemendur þurfa að búa yfir til að geta fóttað sig í nútíð og framtíð.

Eyþór Bjarki Sigurbjörnsson



SÖGUHORNID: HVERNIG REIKNUÐU MENN MEÐ BROTUM Á DÖGUM RÓMAVELDIS?

Þessi grein birtist fyrst á Vísindavefnum 3.5 2001 og var skrifuð sem svar við spurningunni: Notuðu Rómverjar brotareikning, og ef svo var, hvernig táknuðu þeir hann með öllum sínum X-um og V-um?

Engar heimildir eru um það að Rómverjar hafi sett upp reikningsdæmi með X-um og V-um eða öðrum talnatáknum þess tíma.

Reikningar voru í upphafi gerðir í sand eða á plötur sem sandi var stráð á. Markaðir voru dálkar í sandinn og í dálkana var síðan raðað smávölum sem nefndar voru calculi eða lapuli. Völurnar voru gjarnan úr filabeini eða öðru endingargóðu efni og voru geymdar í öskjum, nefndum loculi.

Dálkarnir í sandinum voru undanfarar talnagrindar. Rómverskar talnagrindur, sem varðveist hafa, eru með allmörgum þvergrindum, tvískiptum þannig að fjórar perlur eru öðrum megin en ein (eða tvær) hinum megin. Staka perlan táknar 5 en hinar fjórar eina einingu hver. Þannig er hægt að tákna allar tölur frá einum upp í níu. Slíkar talnagrindur er alþekktar í mörgum menningarsamfélögum og hafa verið notaðar í Austur-Asíu til skamms tíma.

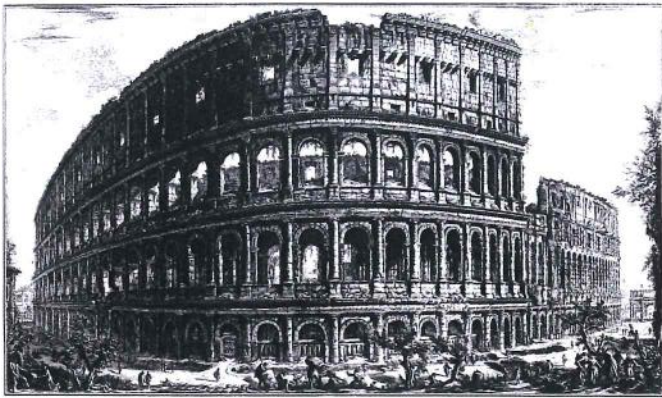
Dálkarnir í sandinum og grindurnar á talnagrindinni tákna sæti þannig að dálkurinn lengst til vinstri hefur táknað einingasæti, næsti dálkur tugasæti og svo framvegis.

Hvað brot varðar fer litlum sögum af brotareikningi Rómverja til forna en vitað er um brot hjá eldri menningarþjóðum, svo sem Egyptum og Grikkjum, og líklegt að Rómverjar hafi lært af þeim. Báðar þessar þjóðir notuðu mest einingarbrot, það er að segja brot með einn í teljara. Slík brot voru ekki mjög hentug til reikninga. Voru útbúnar sérstakar töflur til að margfalda brotin og leggja saman. Er óhætt að segja að engin hentug uppsetning hafi verið notuð heldur stuðst við hugareikning og töflur. Þetta var svo langt fram á miðaldir, jafnvel eftir að tugasætiskerfið kom fram.

Almenn brot með nefnaranum sextíu, sem áttu rætur að rekja til Babýloníumanna allöngu fyrir tímatal okkar, voru notuð við útreikninga á gangi himintunglanna og aðrar vísindalegar iðkanir. Þau eru raunar notuð við staðarákvarðanir enn í dag því að mínútur í landfræðilegri lengd og breidd eru sextugustu hlutar úr gráðu og sekúndur eru aftur sextugustu partar úr mínútu. Hnattstaða Reykjavíkur er til dæmis 64°8'24" n.br., eða 64 gráður, 8 mínútur og 24 sekúndur norðlægrar breiddar.

Sextugabrot voru rituð á þennan sama hátt á dögum Ptólemaíósar sem var uppi á 2. öld eftir Krist. Ptólemaíós reiknaði og ritaði miklar töflur sem samsvara sínum og kósínum vorra tíma. Töflurnar voru reiknaðar í sextugakerfi. Ptólemaíós ritaði á grísku og bjó í Alexandríu þar sem nú er Egyptaland en á þeim tíma laut það rómverska heimsveldinu.





Grikkir rituðu tölur með bókstöfum þannig að fyrstu níu stafirnir í stafrófinu táknuðu tölurnar 1 til 9, næstu níu bókstafir táknuðu tugina 10 til 90 og hundruðin voru táknuð á sama hátt. Ptólemaíos ritaði til dæmis $5^{\circ}45'27''$ þannig: e me kx. Þetta var eins konar sætiskerfi. Til dæmis kemur stafurinn e tvisvar fyrir, fyrst sem 5 gráður en síðan sem 5 mínútur.



Hafa verður í huga að rómverska heimsveldið var víðáttumikið og það var ekki einsleitt heldur mættust þar margir menningarstraumar. Sextugakerfið er ættað frá Babýloníumönnum, sem bjuggu þar sem nú er Írak, en einingabrotin frá Egyptum. Landsvæðið þar sem áður var ríki Hellena á næstu öldum fyrir fæðingu Krists var komið undir Rómaveldi á næstu öldum eftir Krists burð. En hellensk menning lifði og mál menntaðra manna víða í Rómaveldi var gríska. Mörgum menningarþáttum laust saman og menn voru ekki ætíð samkvæmir sjálfum sér í framsetningu talna eða annarri fræðiiðkun. Ptólemaíos blandaði til dæmis saman grískri talnaritun og sextugakerfi. Auk þess átti ólík framsetning við ólík viðfangsefni.

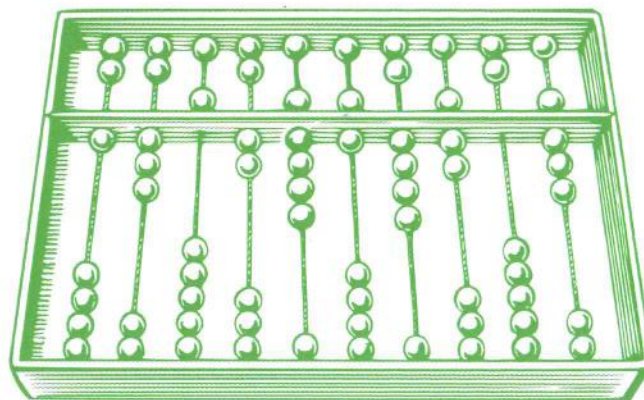
Sætistalnaritun í tugakerfi er ættuð frá Indverjun og Aröbum og er oft nefnd indóarabísk talnaritun. Upphaf slíkrar talnaritunar í Evrópu er oft miðuð við árið 1202 eða ritun bókarinnar Liber Abaci (Bókin um reikningtalnagrindina) eftir Leonardo Fibonacci. Talnaritunin breiddist hratt út á 13. öld en tugabrot komu þó ekki til sögunnar fyrr en hollenski stærðfræðingurinn Stevin birti verk sitt De Thiende (List tíunduhlutanna) árið 1585. Fram til þess tíma höfðu menn einungis notað almenn brot og einingabrotin urðu einnig lífseig. Fibonacci notaði til dæmis helst einingabrot þótt þau væru stíð til útreikninga.

Segja má að það hafi tekið um það bil heila þúsöld eftir að sætistalnaritun í tugakerfi varð til meðal Indverja þar til menn fóru að nota hana til brotareikninga þar sem kostir hennar nýtast þó einmitt sérlega vel. Að lokum má nefna að ritháttur brota var lengi á reiki. Stundum var teljari ritaður fyrir ofan nefnara en einnig var nefnari ritaður fyrir ofan teljara. Brotastrík kom fram með indóevrópskum tölum í byrjun 13. aldar en var þó ekki almennt notað fyrr en á 16. öld.

Heimildir:

- Aaboe, Asger: Episodes from the Early History of Mathematics. MAA: New Mathematical Library. 1964.
- Boyer, Carl, og Merzbach, Uta: A History of Mathematics. John Wiley and Sons. 1991.
- Steel, Robert: The Earliest Arithmetics in English. Kraus Reprint. N.Y. 1988.

Kristín Bjarnadóttir



FORRITUN Í ÁRSKÓLA

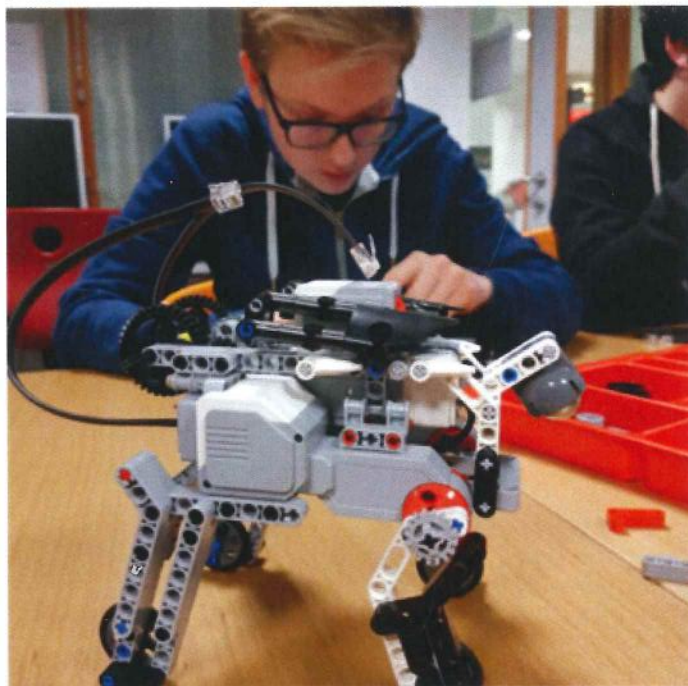
Forritun er kennd í öllum bekkjum í Árskóla. Á yngsta stigi er hún samtvinnuð stærðfræðikennslu og er mest notast við OSMO Coding og forritunaröpp á borð við Box Island, eða vefsíður, t.d. Code.org. Á mið- og unglíngastigi er forritun kennd í lotum á móti öðrum námsgreinum. Nemendur eru því ekki í forritun allt skólaárið en allir fá forritunarkennslu í tiltekinn tíma. Á miðstigi er unnið m.a. með OSMO, Sphero og Dash vélmenni ásamt forritunaröppum eins og Lightbot Hour, Cargo-Bot og Tynker. Á unglíngastigi hefur hingað til verið unnið með allt það sem nefnt er hér að framan en núna fer forritunarkennslan fram með appinu Swift Playgrounds, Learn to Code 1, 2 og 3. Swift Playgrounds er hannað þannig að það er byrjendavænt í upphafi en verkefni þyngjast með góðum stíganda. Appið getur tengst Dash, Sphero, Parrot, Augmented Reality og fleiru og er þannig með mikið af skemmtilegum aukaverkefnum fyrir þá sem fara hraðar yfir. Samhliða forritun í Swift Playgrounds vinna nemendur í rafrænni vinnubók þar sem þau ígrunda forritunarnám sitt og dýpka þannig þekkingu sína. Í vinnubókina setja þau líka inn önnur forritunarverkefni sem þau vinna og halda þannig utan um allt forritunarnám sitt á einum stað.



Á öllum aldurstigum er byrjað að vinna með forritun án tækja þar sem nemendur nota eingöngu blað, skriffæri og plastglös til að forrita hvort annað. Það er snúnara en margur heldur og góð leið til að skilja hvernig mörg lítil skref þurfa að smella saman til að ná ákveðnu markmiði.

Forritun er einnig kennd sem valfag hjá 9. og 10. bekk. Í forritunarvali er unnið m.a. með Lego Mindstorms, Makey Makey, Sphero, GameMaker, Parrot dróna og Java forritun ásamt fleiru. Nemendur fá þar frjálsari hendur til að velja sér verkefni sem vekja áhuga þeirra og vinna þá að þeim til lengri tíma.

Markmiðið með forritunarkennslunni er ekki að allir verði forritarar, heldur að allir kynnist forritun, rétt eins og allir kynnast heimilisfræði eða smíðum án þess að verða endilega kokkar eða smiðir.



Ávinningurinn af forritunarkennslu er mikill. Hún þjálfar bæði rökhugsun og lausnarmiðaða hugsun og nemendur æfast í samvinnu og þrautseigju. Samvinna er mjög mikilvægur þáttur í forritun því fleiri hugmyndir að lausninni verða til með samvinnu og samræðu. Að auki kennir forritun góð vinnubrögð því hálfkláraður kóði skilar engri virkni. Það þarf að hugsa verkefnið í litlum skrefum svo að lokamarkmiðin náist. Forritun er líka góð leið til að læra að það er í lagi að gera mistök, því leiðir að markmiðinu geta verið margar og alls ekki sjálfgefið að ná réttri leið í fyrstu tilraun. Þeir nemendur sem finna sig ekki endilega í hefðbundnum bóklegum fögum ná oft góðum tókum á forritun og þannig getur hún aukið sjálfstraust og áhuga hjá þeim einstaklingum.

Að þekkja og nota forritunartungumál er ákveðið læsi á stafrænni öld. Nemendur færast úr því að vera eingöngu notendur tækninnar yfir í að geta gert hugmyndir sínar að raunveruleika og er það í raun aðeins þeirra eigið ímyndunarafli sem er hindrun í þeirri sköpun. Þannig stjórna nemendur tækninni en tæknin ekki þeim.

*Álfhildur Leifsdóttir, grunnskólakennari og forritari.
@AlfhildurL*

FLÖTUR 25 ÁRA

Námsstefna Flatar 2.–3. mars 2018

Flötur verður 25 ára þann 3. mars næstkomandi. Af því tilefni verður haldin námstefna á Hótel Selfossi dagana 2.–3. mars. Dagskráin hefst klukkan 10 föstudaginn 2. mars og lýkur kl. 15 þann 3. mars.

Á námstefnunni verða fyrirlestrar, umræður og vinnustofur. Stærðfræðisetrið í Noregi sendir okkur nokkra af sínum sérfræðingum og munu þeir bera hitann og þungann af dagskránni og kynna fyrir okkur starfsemi og heimasíðu stærðfræðisetursins <http://www.matematikkssenteret.no/>.

Boðið er upp á tvær vinnustofur og munu þær fara fram á ensku. Önnur vinnustofan verður fyrir kennara sem kenna yngri börnum upp í 7. bekk. Þar munu Svein H. Torkildsen, Astrid Bondø og Olaug E. L. Svingen kynna viðfangsefni og leiðir úr starfsþróunarverkefni fyrir stærðfræðikennara þar sem lögð er áhersla á að kennarar nái tökum á metnaðarfullri stærðfræðikennslu. Í verkefninu er unnið með talnaleikni. <http://matematikkssenteret.no/grunnskole/kompetanseutvikling/mam>

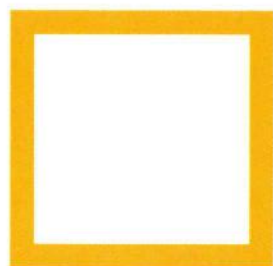
Hin vinnustofan verður fyrir kennara í efri bekkjum grunnskóla og framhaldsskóla undir stjórn Ingvill Merete Stedøy. Þar leggur hún áherslu á fjölbreytt viðfangsefni, kennsluhætti og mat. Hún mun m.a. kynna ýmis viðfangsefni sem hún notaði með nemendum sínum en hún starfaði sem framhaldsskólakennari í um átta ár en er nú nýkomin til starfa aftur við Matematikksenteret. Hvor vinnustofa verður um 7 klukkustundir og velja kennarar hvorri þeir taka þátt í.



Einnig mun Edda Óskarsdóttir sérkennari, sem nýverið lauk doktorsprófi frá HÍ, fjalla um stærðfræðikennslu fyrir alla og ýmis álitamál tengd skimunum og greiningartækjum.

Á föstudagskvöldinu verður haldin afmælisveisla með góðum mat og skemmtun.

Skráning hefst eftir áramótin og verða sendar út nánari upplýsingar strax eftir áramót.



Flötur
SAMTÖK STÆRÐFRÆÐIKENNARA

Í UPPHAFI SKYLDI ENDINN SKOÐA

Um aftur-á-bak hönnun áfanga

Síðastliðið haust vann ég verkefni sem fólst í því að hanna stærðfræðiáfanga með svokallaðri „aftur-á-bak“ hönnun. Verkefnið var hluti af námi mínu við Háskóla Íslands í Stærðfræðimenntun fyrir starfandi framhaldsskólakennara og unnið undir leiðsögn Ingólfs Gíslasonar. Það var lærdómsríkt og áhugavert að glíma við þessa aðferð og þess virði að reyna að koma frá sér nokkrum punktum til áhugasamra.

Þegar verið er að undirbúa kennslu yfir lengri tíma, t.d. að hanna námskrá, skipuleggja áfanga eða búa til námsáætlun getur einmitt verið árangursríkt að hugsa meira aftur á bak en áfram. Byrja á því að sjá fyrir sér æskilegar útkomur og hugsa síðar um leiðina þangað. Grant P. Wiggins og Jay McTighe (2012) hafa sett fram ramma sem byggir meðal annars á því að hanna námskrá aftur á bak í þremur stigum. Ramminn nefnist Understanding by Design, og er í raun mun ítarlegri en hér verður lýst, en við reynum þó að glöggva okkur á meginhugmyndinni.

Fyrsta stigið við hönnunina er að skilgreina lokatakmarkið. Hverjar eru æskilegar útkomur? Hvar á nemandinn að vera staddur í lokin? Hvaða skilningur er æskilegur og hvað á nemandinn að geta gert? Hér þarf að forgangsraða út frá þeim grundvallarspurningum sem viðkomandi námsgrein fæst við.

Annað stigið er að setja fram áætlun um hvernig gagnanna skal afla og hvaða upplýsingar verði notaðar til þess að komast að því hvort nemandinn sé staddur þar sem æskilegt væri samkvæmt fyrsta stiginu. Hér þarf að hugsa um það hvernig er best að framkvæma lokamat, hvaða gagna þarf að afla og hvernig er líklegast að þau sýni það sem þau eiga að sýna, miðað við það sem skilgreint hefur verið á fyrsta stigi.

Þriðja stigið felst svo í að lýsa því hvaða námsathafnir þurfa að fara fram til þess að nemandinn annars vegar komist þangað sem æskilegt er samkvæmt fyrsta stigi og hins vegar geti sýnt fram á að hann sé þar samkvæmt öðru stigi. Hér þarf að skipuleggja hina dags daglegu kennslu og viðfangsefni nemandans í kennslustundum, hvað nemandinn ætti að fást við til þess að mjaka sér áfram að markmiðunum.

Lykilatriði í þessari hugmynd er að tenging milli stiga sé skýr, þannig að þriðja stigið byggir á því sem kemur fram á öðru stigi og annað stigið byggir á því sem kemur fram á fyrsta stigi. Taflan hér fyrir neðan er lauslega þýdd úr bæklingi eftir Wiggins og McTighe (2012) og sýnir helstu spurningar sem velta þarf fyrir sér á hverju stigi.

Hægt er að stilla upp nokkurs konar andstæðu við þessa leið, það er þegar fyrsta skref við skipulagningu kennslu er að skoða kennslubókina og finna sniðug verkefni fyrir nemendur að vinna. Markmið og viðmið verða þannig ósýnileg, týnast eða gleymast. Þetta leiðir til þess að nemendur hugsa oft meira um það að klára verkefni og kennarinn hugsar oft meira um það að klára bókina en báðir aðilar ættu að hugsa fyrst og fremst um markmiðin og leiðina þangað.

Stig	Spurningar
Stig 1: Æskilegar útkomur	Hver eru langtíma markmiðin? Hvaða mikilvæga skilning ættu nemendur að hafa? Hverjar eru grundvallarspurningarnar? Hvaða þekkingu ættu nemendur að hafa?
Stig 2: Gagnasöfnun og mat	Hvaða frammistaða endurspeglar skilning nemendanna? Hvaða viðmið eru notuð þegar verkefni eru metin? Eru örugglega allar æskilegar útkomur af stigi 1 metnar?
Stig 3: Námsathafnir	Hvað þarf nemandinn að ganga í gegnum til þess að ná markmiðunum á stigi 1 og viðmiðunum á stigi 2? Hvernig eiga viðfangsefni nemandans að hjálpa honum að ná markmiðunum? Eru viðfangsefni nemandans í takt við markmið um æskilegar útkomur á stigi 1 og viðmið um námsmat á stigi 2?

Rammi um stig og viðmið til að ná námsmarkmiðum (lauslega þýtt úr bæklingnum: Understanding by Design Framework eftir Wiggins og McTighe).

Í ramma sínum mæla þeir félagar með því að átta sig á stóru spurningunum sem liggja til grundvallar hverju sinni. Þessar grundvallarspurningar ættu að endurspeglast í markmiðunum og því sem nemandinn er að fást við. Hugsum okkur sem dæmi stærðfræðiáfangar þar sem viðfangsefnið er föll og fallahugtök. Grundvallarspurningar í slíkum áfanga gætu til að mynda verið eitthvað á þessa leið:

- Hvað þýðir það að tveir hlutir séu háðir hvor öðrum?
- Er hægt að segja eitthvað um fyrirbæri A ef maður veit eitthvað um fyrirbæri B? Eða

öfugt?

- Getum við lýst sambandinu á milli tveggja hluta sem eru háðir hvor öðrum? Með

orðum? Með tölum? Með jöfnu? Með mynd?

- Ef fyrirbæri A er háð fyrirbæri B sem er háð fyrirbæri C, er þá A háð C? Hvernig þá? Hvernig getum við fundið sambandið milli A og C?

- Hvaða atriði um föll er áhugavert að vita? Hver eru helstu „persónueinkenni“ falla?

- Hvernig nær maður í þessar upplýsingar og hvaða vandmál er hægt að leysa með þessum upplýsingum?

Ef við skoðum dæmi um eina æskilega útkomu úr slíkum áfanga gætu stigin þrjú litið einhvern veginn svona út:

Stig 1: Markmið – æskileg útkoma: Að nemandinn öðlist skilning á fallahugtakinu og hvers vegna það er gagnlegt að skilgreina slíkt hugtak og geti sett fram fall á mismunandi vegu, með orðum, með tölum, með jöfnum og í hnitakerfi.

Stig 2: Gagnasöfnun og mat á því hvort útkoma er æskileg : Nemandinn nefnir dæmi um fall sem lýsir einhverju verðugu og setur það fram á þessa fjóra mismunandi vegu.

Stig 3: Leið nemandans að æskilegri útkomu: Nemandinn lýsir sambandi tveggja hluta sem eru háðir hvor öðrum. Með orðum, með tölum, með jöfnum og með myndum og farið er á milli framsetninga með sama fallið. Föll eru flokkuð í flokka eftir því hvað er líkt með þeim. Eftirfarandi eru hugmyndir að fyrirmælum sem gætu leitt nemandann áfram að því markmiði að ná viðmiðum um æskilega útkomu:

Heimild:

Grant P. Wiggins og Jay McTighe (2012). Understanding by Design Framework.

Aðgengilegt á http://www.ascd.org/ASCD/pdf/siteASCD/publications/UbD_WhitePaper0312.pdf

- Finnið dæmi um hluti sem eru háðir og lýsið sambandinu á milli þeirra á a.m.k. tvo ólíka vegu.

- Finnið dæmi um hluti sem eru línulega háðir og lýsið sambandinu á milli þeirra á a.m.k. þrjá ólíka vegu.

- Finnið dæmi um hluti sem eru háðir en ekki línulega háðir og lýsið sambandinu á milli þeirra á a.m.k. tvo ólíka vegu.

- Flokkið eftirfarandi vensl eftir því hvort þau eru línuleg eða ekki. Rökstyðjið flokkunina ykkar.

- Það sem er búið að drekka úr flösku og það sem er eftir.

- Flatarmál hrings og radius hans.

- Háralitur einstaklings og kyn hans.

- Tímalengd ferðalags og meðalhraði á ferðalaginu.

Getið þið sett fram almenna leið til þess að skera úr um hvort vensl eru línuleg eða ekki?

Eins og áður segir byggir líkan þeirra Wiggins og McTighe á ítarlegri hugmyndum um nám og kennslu en hér hefur verið lýst og er áhugasömum bent á að margs konar lesefni má finna um þær á netinu. Grunnhugmyndin er þó að markmið náms sé að dýpka og þróa skilning og áherslan eigi að vera á meginhugmyndir og grundvallarspurningar. Námið á að nýtast til yfirfærslu, þannig að þekking verði virk og hún notuð við nýjar aðstæður. Árangursríkasta aðferðin við skipulagningu náms og kennslu sé að setja stefnu á markmiðin, gagnasöfnun fyrir lokamat og leiðina þangað, í þessari röð.

Stigin þrjú eru nokkuð einföld og aðgengileg eins og þeim hefur verið lýst hér en það getur þó reynst hægara sagt en gert að fylla inn í rammann. Í minni glímu reyndist annað stigið oftast vera stærsti þröskuldurinn, enda er það eilífðar umræðuefni kennslufræðinnar, hvernig meta eigi frammistöðu nemenda og skilning á réttmætan hátt. Það sem sat helst eftir úr þessu verkefni og ég hef tekið með mér yfir í skipulag náms almennt er þessi hugsun um röðina markmið -> námsmat -> kennsla.

Ég get ekki annað en mælt með því að prófa að setja sig í þessar stellingar við undirbúning kennslu yfir lengri tíma. Áherslan færir frá gömlum venjum eins og kennslubók og verkefnasafni og yfir á markmiðin, þar sem hún ætti að vera. Markmiðin eru nefnilega upphafspunktur en ekki endapunktur.

Dóróthea Margrét Einarsdóttir

STÆRÐFRÆÐITORG

Starfssamfélag stærðfræðikennara

Stærðfræðitorg er starfssamfélag stærðfræðikennara á netinu og er samstarfsverkefni Rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun og Flatar, samtaka stærðfræðikennara.

Stærðfræðitorgið er eitt af tíu torgum Menntamiðju en starfsemi hennar er haldið úti af Menntavísindasviði HÍ, Kennarasambandi Íslands, Menntamálaráðuneytinu, Reykjavíkurborg og Sambandi íslenskra sveitarfélaga. Markmið Menntamiðju er skv. heimasíðu hennar að virkja hópa sem hafa þekkingu, áhuga og erindi í margbreytilega orðræðu um þróun menntunar og skólamála, s.s. kennara, skólustjórnendur, fræðimenn, stefnumótendur og ekki síst nemendur í menntunarfræðideildum háskólanna. Nánar má lesa um hugmyndafræði Menntamiðju á heimasíðu hennar en þar kemur fram að samkvæmt Etienne Wenger, sérfræðings í menntamálum, sé starfssamfélag hópur fólks sem deilir áhuga eða ástríðu fyrir einhverju sem það fæst við og lærir hvernig á að gera betur í gegnum regluleg samskipti.

Á heimasíðu Menntamiðju segir einnig að ávinningur af starfssamfélögum geti verið margvíslegur, sbr. myndina hér að neðan.

	Skammtíma ávinningur	Langtíma ávinningur
Meðlimir	<ul style="list-style-type: none">Hjálp við áskoranirAðgangur að sérþekkinguSjálfskrautGleði með starfsfélögumInnihaldsrikt starf	<ul style="list-style-type: none">Persónuleg þróunOrðsporFagleg sjálfsmyndFagleg tengslMöguleiki á starfsframa
Stofnun	<ul style="list-style-type: none">LausnaleitTímasparnaðurDeiling þekkingarSamvirkni einingaEndurnýting auðlinda	<ul style="list-style-type: none">Geta til stefnumótunarFremst í flokkiNýsköpunVarðveisla hæfniNý stefna

http://ewenger.com/theory/start-up_guide_PDF.pdf

Skóla og frístundasvið Reykjavíkurborgar

Hjálpaðu barninu þínu að læra stærðfræði

Leiðbeiningar fyrir foreldra

2012



Stærðfræðitorginu er ætlað að þjóna öllum skólastigum allt frá leikskóla til háskóla. Þar er að finna fréttir úr skólastarfi, fyrirlestra, efni fyrir kennara og foreldra ásamt ýmsum upplýsingum um námskeið, námstefnur o.fl. sem tengist stærðfræði. Sem dæmi má nefna myndbönd ætluð foreldrum þar sem þeir geta lært ýmis spil og leiki til að efla talnaskilning barna sinna. Margir foreldrar og forráðamenn velta því fyrir sér hvernig þeir geti með sem bestu móti stutt við stærðfræðináms og stuðlað að stærðfræðilegri hugsun barna sinna. Árið 2012 gaf Skóla- og frístundasvið Reykjavíkurborgar út bækling undir nafninu Hjálpaðu barninu þínu að læra stærðfræði en hann er einkum ætlaður foreldrum elstu barna leikskóla upp í 7. bekk grunnskóla. Bæklinginn má prenta út á síðunni sjálfri og væri tilvalið að koma honum á framfæri, ekki síst þar sem hann er aðgengilegur á 15 tungumálum á heimasíðu Skóla- og frístundasviðs.

The home of rich mathematics.

Tenglasafnið í Stærðfræðitorginu inniheldur tengingar í innlendar og erlendar síður ýmissa félaga og stofnana sem hafa með stærðfræðinám og –menntun að gera en þar eru einnig tengingar í áhugavert efni fyrir stærðfræðikennara og sérstök áhersla á stærðfræði og upplýsingatækni.

inside + × = ÷
mathematics

Farsælt samstarf hefur verið á milli Rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun, Flatar, samtaka stærðfræðikennara, og Stærðfræðitorgsins þegar kemur að námskeiðum, námstefnum og menntabúðum. Dagskráin hefur verið auglýst á öllum skólastigum, vefmiðlum og netfangalista félagsmanna Flatar.

Menntabúðir hafa verið haldnar einu sinni til tvisvar sinnum á önn. Þær fylgja ákveðnu formi þar sem kennarar/kennaranemar koma saman og deila hugmyndum hver með öðrum. Um er að ræða stuttar kynningar í litlum hópum sem fara samtímis fram við nokkur borð. Þar er tilvalið tækifæri til að segja frá vel heppnuðu verkefni, skemmtilegu smáforriti, gagnlegri vefsíðu, skemmtilegum leik, góðri grein sem viðkomandi hefur lesið eða hverju því sem hann hefur áhuga á og tengist í þessu tilviki stærðfræði á einhvern hátt. Ekki þurfa allir að leggja fram efni í hvert sinn.

Meginmarkmið menntabúða er að:

- skapa jafningjaumhverfi þar sem miðlun þekkingar og reynslu á sér stað
- veita þátttakendum tækifæri til að læra og prófa sig áfram með ýmis áhugaverð viðfangsefni
- stuðla að tengslamyndun og samvinnu fólks sem hefur áhuga á stærðfræði

Menntabúðir eru því spennandi vettvangur fyrir þá sem hafa áhuga á stærðfræði og starfsþróun.

Síðast en ekki síst má nefna upptökur frá ýmsum viðburðum, s.s. fyrirlestri Tamsin J. Meaney, prófessors í stærðfræðimenntun við kennaramenntunardeild Högskolen i Bergen, um leiðir til að vekja áhuga stúlkna á raungreinum og stærðfræði og frá mjög svo vel sótttri námstefnu um námsmat. Báðir þessir viðburðir áttu sér stað á vormánuðum 2017.

Stærðfræðitorgið er öllum opið og ætlað kennurum, foreldrum og hverjum þeim sem áhuga hefur á stærðfræði. Vonandi verða þessar upplýsingar til þess að þú getir nýtt þér eitthvað af því efni sem boðið er upp á. Ef þú lumar á efni sem má deila á Stærðfræðitorginu eða ert með fyrirspurn/ábendingu er hægt að koma því á framfæri við Margrét S. Björnsdóttur á netfanginu (margreb@hi.is) og Þórunni Jónasdóttur (ThorunnJona@kopavogur.is).



Menntamálastofnun heldur úti veforgum fyrir námsgreinar grunnskólans. Veforg sem inniheldur upplýsingar um námsefni í stærðfræði fyrir 1. - 10. bekk nefnist stærðfræðitorg en hér er um tvö ólík veforg að ræða.

Margrét S. Björnsdóttir, aðjúnkt og verkefnisstjóri á Menntavísindasviði HÍ



NÁMSKEIÐ JO BOALER Í LONDON

Á síðasta skólaári skráðu nokkrir kennarar í Kópavogi sig á vefnámskeiðið „How to Learn Math” sem Jo Boaler prófessor við Stanford háskóla í Bandaríkjunum stendur fyrir. Kennararnir hittust einu sinni í mánuði til að ræða efni námskeiðsins. Á vefsíðunni youcubed.org sáu þeir auglýsingu um að Jo Boaler yrði með eins dags námskeið í King’s College í London 6. febrúar 2017. Heiti námskeiðsins var „Mindset Maths Workshop” og ákváðu þrír kennarar sem voru á vefnámskeiðinu að fara á námskeiðið. Það voru María Ásmundsdóttir, Þuríður Ástvaldsdóttir og undirrituð.

Við stöllum mættum eldsnemma á mánudagsmorgni á námskeiðsstaðinn og þurftum að bíða eftir að húsið yrði opnað. Við vorum með þeim fyrstu í salinn sem smám saman fylltist af fólki því það voru yfir 100 þátttakendur frá 21 landi skráðir á námskeiðið.

Jo Boaler talaði hratt og af mikilli sannfæringu svo ljóst var að viðfangsefni fyrirlestrarins var hennar hjartans mál. Í þessari frásögn verða aðeins nefnd örfá atriði sem hún fjallaði um.

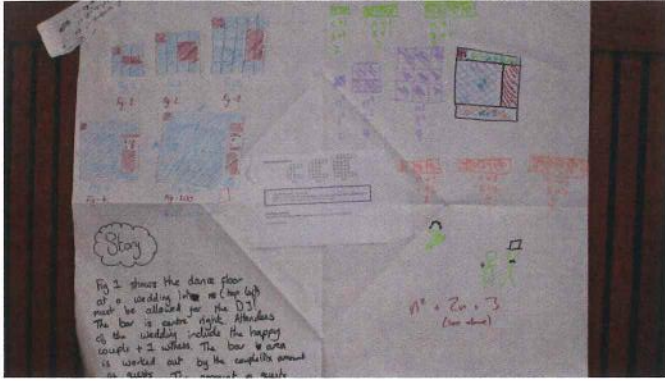
Í upphafi kom hún inn á rannsóknir á heilastarfsemi og sagði frá því hve mikil áhrif hugarfarið er talið hafa á virkni heilans. Þeir sem hafa vaxandi hugarfar (e. growth mindset) hafa mun virkari heilastarfsemi en þeir sem hafa staðnað hugarfar (e. fixed mindset). Þetta helgast af því að þeir sem hafa vaxandi hugarfar trúa á eigin getu og vita að með því að setja sér markmið og leggja sig fram við að leysa verkefni þá ná þeir því sem þeir ætla sér. Þeir sem hafa staðnað hugarfar telja sig vita hvers þeir eru megnugir og þeir þurfa því ekki að leggja sig fram. Þeir trúa því að annað hvort hafi þeir hæfileikann sem þarf eða ekki og það skilar þeim engu að ströggla við verkefni.

Fram kom að ef kennarar leggja mikla áherslu á að gefa nemendum einkunnir þá er afar líklegt að nemendur þrói með sér staðnað hugarfar. Einnig var bent á að börn geta orðið kvíðin gagnvart stærðfræði ef foreldrar þeirra eru haldnir stærðfræðiótta og eru að aðstoða þau við heimanám í stærðfræði.

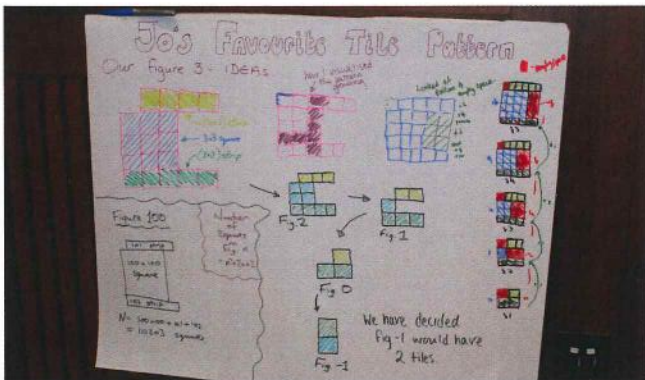
Við þurfum að endurskoða skilning okkar á getu barna til náms og fara að líta til þeirra óþrjótandi möguleika sem þau hafa til að ná auknum þroska. Við eigum ekki að dæma börn út frá því sem þau hafa gert hingað til því það er mun mikilvægara að líta fram á veginn en ekki til baka. Við eigum að forðast að setja merkimiða á börnin og við eigum að láta öll börn fá samskonar viðfangsefni í stærðfræðitímum. Við þurfum að átta okkur á að við getum ekki vitað hvað börn geta gert og lært í framtíðinni ef þau fá viðeigandi tækifæri til náms.

Ef við viljum að hugarfar nemenda okkar sé vaxandi (e. growth mindset) þurfum við að breyta stærðfræðikennslunni í skólum. Hvernig er hægt að viðhalda vaxandi hugarfari þegar eingöngu er unnið með lokaðar spurningar sem hafa eingöngu eitt rétt svar í stærðfræðitímum? Slíkar spurningar leiða til staðnaðs hugarfars í stærðfræði.

Við þurfum að hætta að leggja áherslu á hraða í stærðfræðinám og eigum frekar að hvetja nemendur til að hugsa hægar og dýpra og fá þá til að reyna að skilja stærðfræðina til hlítar. Við þurfum líka að sýna nemendum fram á að það er mikilvægt að sýna stærðfræðina bæði í myndum og í tölum. Slíkt eykur skilning þeirra á viðfangsefninu.



Jo Boaler sagði frá nýlegum rannsóknum sem sýna að heilinn „sér“ fingur þegar hann reiknar. Eftir því sem verkefnið er erfiðara því betur sér heilinn fingurna. Þessa vitneskju er hægt að nýta sér þegar meta á stærðfræðikunnáttu ungra nemenda og er það gert með því að láta nemendur vinna ákveðin verkefni með fingrunum.



Eftir hádegi fengum við opið verkefni sem við unnum í hópum. Við Íslendingarnir unnum með sænskum kennurum. Við fengum mynd af vaxandi mynstri og áttum að byrja að finna út hvað væru margir ferningar í myndinni $n=100$. Að því loknu áttum við að finna út hvernig myndin $n=-1$ liti út. Þetta var skemmtilegt verkefni sem krafðist mikilla umræðna, rökræðna og útskýringa innan hópsins. Í lokin festu allir hóparnir vinnublöðin sín upp á vegg og við gátum gengið um og skoðað ólíkar lausnir og niðurstöður. Við stóðum í þeirri trú að námskeiðið yrði til kl. 16:00 en það var einungis til kl. 15:00 svo það gafst enginn tími til að láta hópa segja frá vinnu sinni og niðurstöðum og því varð þessi hópvinna fremur endasleppt.



Jo Boaler vitnaði mikið í bókina sína Mathematical Mindset sem ég hafði lesið og unnið með. Hún notaði verkefni úr bókinni og einnig af vefsíðunni youcubed.org og hafði ég unnið þau sömu verkefni með mínum nemendum. Einnig byggir vefnámskeiðið sem við stöllum vorum á að nokkru leyti á sama efni. Það olli mér nokkrum vonbrigðum hvað Jo Boaler byggði námskeiðið mikið á því sem hún hafði áður gefið út og hvað hún bætti sáralitlu nýju við. Hún var meira að segja með verkefni sem hún hafði gefið út. Stöllum mínar voru sama sinnis að því leyti að þær voru búnar að vera á vefnámskeiðinu og þekktu því hugmyndafræðina vel og þær rannsóknir sem vísað var til.

Jo notaði tækifærið og auglýsti bækurnar sínar og seldi einhverjar á staðnum. Einnig auglýsti hún vefsíðuna youcubed.org, vefnámskeiðin og önnur námskeið sem voru komin á dagskrá hjá henni í Bandaríkjunum. Svo sagði hún okkur nokkuð ítarlega frá sumarnámskeiðum í stærðfræði fyrir krakka sem hún stendur fyrir í Stanford háskóla á hverju sumri. Það eru áhugaverð námskeið þar sem boðið er upp á opin verkefni sem leiða vonandi til þess að krakkarnir öðlist vaxandi hugarfar.



Ég kalla Jo Boaler stundum „vinkonu“ mína af því ég vitna svo oft í hana þegar ég tala um stærðfræðinám. Það var einstök upplifun að sjá hana í eigin persónu og ég hefði ekki viljað missa af þessu námskeiði þó það hafi valdið mér vonbrigðum hve mikið ég hafði heyrt áður af því sem sagt var.

Birna Hugrún Bjarnardóttir

MARGFLÖTUNGUR (ICOSAHEDRON) BÚINN TIL ÚR EYRNAPINNUM

Síðastliðinn vetur notaði ég mikið myndbönd á youtube til að láta nemendur teikna þrívíddarmyndir.



Í haust rakst ég svo á myndband af margflötungi úr eyrnapiðnum á youtube og langaði til að prófa. Nemendur mínir í Fjölbrautarskóla Vesturlands teiknuðu fyrst margflötunginn og gerðu síðan þrívíddarlíkan úr eyrnapiðnum.

Það er mjög þægilegt og einfalt að nota youtube og mínir nemendur notuðu símana sína. Einstaka nemandi sem ekki var með síma gat notað Ipad. Nemendunum fannst spennandi að bera saman teikninguna og líkanið.

Teikning:

How to draw a Icosahedron:
<https://youtu.be/ithlX422Ubo>

Eyrapinnaverkefni:

How to make a Cotton Swab Icosahedron:
<https://youtu.be/S1gQxElolF4>

Borghildur Jósúadóttir

STÆRÐFRÆÐI Á HREYFINGU

Á þessu ári (2017) kom út bókin *Math ON THE Move* eftir Malke Rosenfeld. Þar segir hún frá reynslu sinni af þróun hugmynda um hvernig vinna megi með allan líkamann í stærðfræðinámi. Hún tengir stærðfræðinámi og dans með áhugaverðum hætti þar sem nemendur fá að búa til dans og önnur hreyfimyndur. Viðfangsefni eru sett fram sem þrautir sem gefa nemendum tækifæri til að vinna að eigin lausnum á skapandi hátt. Áhersla er lögð á að útskýra lausnina með hreyfingum, munnlegri tjáningu og skráningum af ýmsu tagi. Í bókinni eru verkefni aðallega útfærð fyrir miðstig en vel má aðlaga þau að yngri nemendum allt niður í leikskólaaldur og fyrir unglingastig og framhaldsskóla.

Malke hefur verið að þróa þessa vinnu í um 6 ár í samvinnu við kennara. Hún hefur komist að þeirri niðurstöðu að flestum nemendum gengur betur að ná valdi á hugmyndum og hugtökum stærðfræðinnar með þessum leiðum. Í bókinni lýsir hún því hvernig unnið er með sömu hugtök bæði í dansinum og stærðfræðinni. Gefin eru dæmi um hvernig vinna má með mörg af viðfangsefnum stærðfræðinnar. Þar má nefna mynstur, algebru, hliðrun, speglun, snúninga, stefnur, form og þrautalausnir.



Í haust var Margrét S. Björnsdóttir með námskeið fyrir kennara á miðstigi sem Rannsóknarstofa um stærðfræðimenntun og Flötur stóðu að. Um var að ræða tveggja skipta námskeið þar sem þátttakendur fóru í gegnum nokkrar af hugmyndum bókarinnar. Hér verða gefin tvö dæmi.

Hrynjandi og mynstur með líkamanum: Nemendur koma saman í hring. Einn nemandi velur eina hreyfingu og viðeigandi hljóð sem gengur hringinn þannig að allir endurtaki hvoru tveggja. Síðan bætir sá næsti einni hreyfingu og hljóði við. Sem dæmi má nefna klapp (segja klapp) og slá í öxl (segja búmm). Þannig er haldið áfram þar til komið er allan hringinn. Þetta er endurtekið þar til allir hafa fengið að setja inn hreyfingu og hljóð. Þá er komið mynstur sem áhugavert er að skoða og skrá. Hér er unnið með regluleika og táknmál sem eru hluti af algebrunámi.



Stærðfræði í fótum þínum

Í þessu verkefni vinna nemendur bæði með algebru og rúmfræði. Þeir vinna saman í pörum og byrja á því að afmarka tvo ferninga á gólfíð með speglunarás á milli.



Nemendur búa til sín eigin mynstur með því að raða saman fótahreyfingum og æfa sig í útfærslu á þeim. Þeir skrá mynstrin með táknum sem þeir velja sjálfir eða nota fyrirfram ákveðin tákn. Hvert par sýnir mynstrið sitt og hópurinn reynir að greina hvernig það er sett saman.

Hér hafa verið nefnd tvö lítil dæmi um hvernig vinna má með stærðfræði og hreyfingu en í bókinni er sagt frá mörgum öðrum leiðum og farið dýpra í viðfangsefnin.

1		0
Hoppa		1
Hoppa		2
Hoppa		3
Hoppa		4

4		0
Stíga		1
Stíga		2
H/Snúa 180°		3
H/Snúa 180°		4

Hægt er að nálgast TED fyrirlestur höfundar bókarinnar á þessari slóð:

TED fyrirlestur: <https://youtu.be/oL6zwmfRpp8>

Nú á vormánuðum verður aftur boðið upp á námskeið um stærðfræði á hreyfingu.

Margrét S. Björnsdóttir, aðjúnt og verkefnisstjóri á Menntavísindasviði HÍ
Guðbjörg Pálsdóttir, dósent á Menntavísindasviði HÍ



EFNISYFIRLIT

Ritstjórapistill

Birna Hugrún Bjarnadóttir 3

Fréttir af starfsemi Flatar

Þórunn Jónasdóttir 4

Rýnt í PISA

Freyja Hreinsdóttir 6

Námstefna Flatar 12. nóvember 2016

Kristín Einarsdóttir 10

Að byggja lærdómsþrótt

Sigrún Lilja Guðbjörnsdóttir 12

Spjaldtölvur og stærðfræðikennsla

Eypór Bjarki Sigurbjörnsson 14

Hvernig reiknuðu menn með brotum á dögum Rómaveldis?

Kristín Bjarnadóttir 16

Forritun í Árskóla

Álfhildur Leifsdóttir 18

Flötur 25 ára

19

Í upphafi skyldi endinn skoða

Dóróthea Margrét Einarsdóttir 20

Stærðfræðitorg

Margrét S. Björnsdóttir 22

Námskeið Jo Boaler í London

Birna Hugrún Bjarnadóttir 24

Margflötungur búinn til úr eyrnapinum

Borghildur Jósúadóttir 26

Stærðfræði á hreyfingu

Margrét S. Björnsdóttir

Guðbjörg Pálsdóttir 26