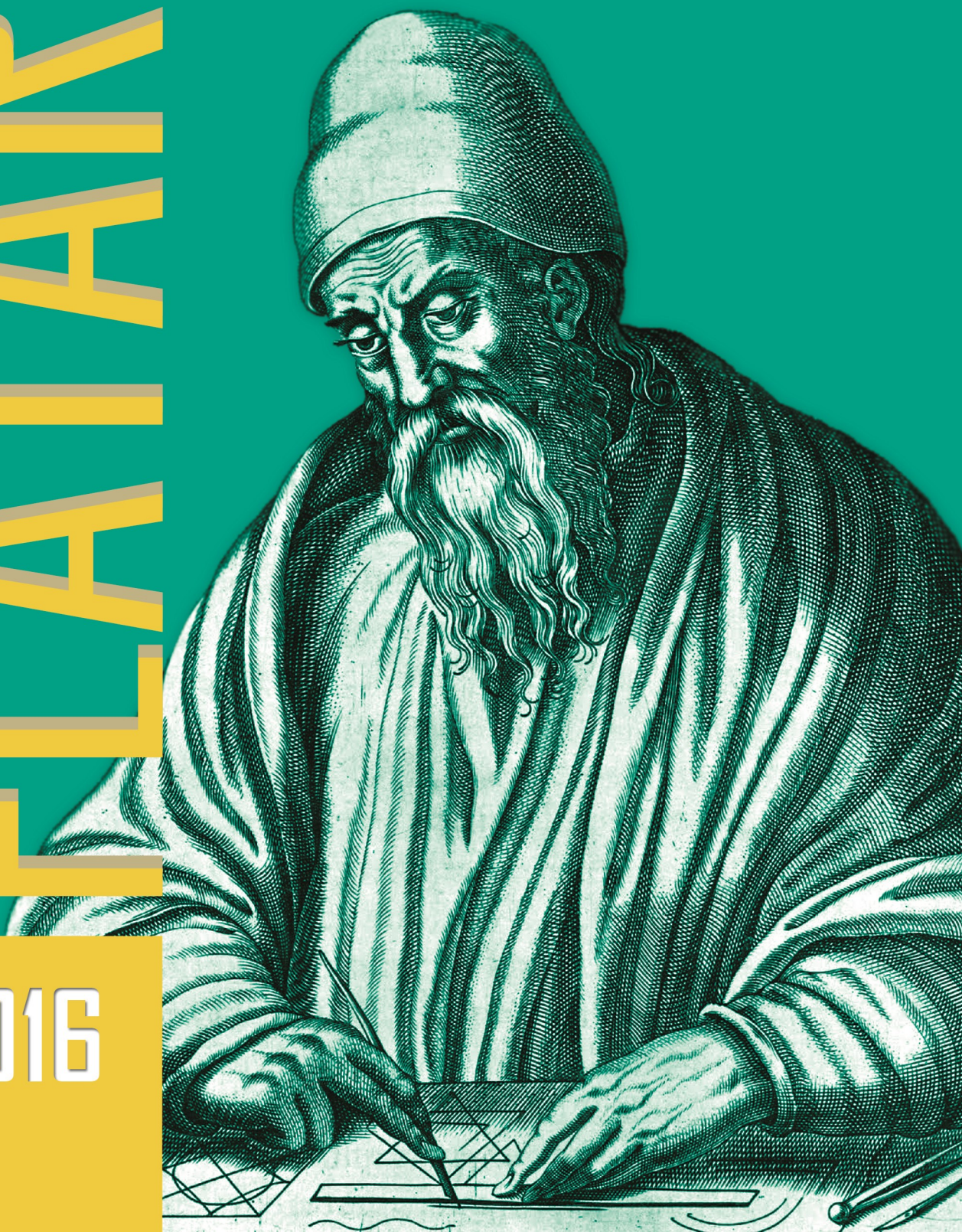


FLAFTARMÁL

TÍMARIT SAMTAKA
STÆRÐFRÆÐIKENNARA
1. TBL., 23. ÁRG.

2016



Flatarmál 1. tbl., 23. árg. 2016
rit Flatar, samtaka stærðfræðikennara
© 2016 Flatarmál

Útgefandi

Flötur, samtök stærðfræðikennara
Laufásvegi 81, 101 Reykjavík

Stjórn Flatar

Þórunn Jónasdóttir *formaður*
Hörðuvallaskóla thorunnjona@kopavogur.is
Hrafnhildur Pálsdóttir *varaformaður*
Álfhólsskóla hrafnpal@kopavogur.is
Jóhann Örn Sigurjónsson *gjaldkeri*
Háskóla Íslands jos34@hi.is
Kristín Einarsdóttir *ritari*
Salaskóla kristine@kopavogur.is
Kristinn Sverrisson *meðstjórnandi*
Kársnesskóla kristinns@kask.kopavogur.is
Kristján Kristjánsson *varamaður*
Tækniskólanum krkr@tskoli.is

Ritnefnd Flatarmála

Birna Hugrún Bjarnardóttir
Vatnsendaskóla
Guðbjörg Pálsdóttir
Menntavísindasviði HÍ
Hafdís Einarsdóttir
Árskóla

Prófarkalestur

Kristín Einarsdóttir
Kristín Bjarnadóttir
Birna Hugrún Bjarnardóttir

Umbrot og myndvinnsla

Kristinn Pétursson, Mínerva miðlun

Prentun

Prentsmiðjan Oddi ehf.

Veffang / netfang

Vefur Flatar er óvirkur sem stendur.
Vinsamlega hafið samband við fulltrúa
í stjórn Flatar með tölvupósti.

Til höfunda greina í Flatarmálum

Skil á greinum fyrir næsta blað má senda sem tölvupóst til stjórnar Flatar á flotur@ismennt.is. Hverri grein skulu fylgja upplýsingar um nafn höfundar, starfsheiti og stofnun sem hann vinnur hjá. Höfundur er beðinn um að koma með tillögur að aðalfyrirsögn, millifyrirsögnum og myndatextum. Ljósmyndir, teikningar og myndrit skulu ekki sett inn í texta greinar, heldur vistuð sem stakar skrár. Númer eða nafn myndar komi fram í texta. Ritstjórn Flatarmála tekur endanlega ákvörðun um birtingu greina. Grein er skrifuð á ábyrgð höfundar. Ekki er greitt fyrir greinaskrif í blaðið.



„Ég stefni að frama í pólitík þegar ég verð stór. Hvenær lærum við svona skapandi og frjálslega stærðfræði?“

Reglulega kemur upp sú umræða hjá stjórn Flatar og ritstjórn Flatarmála hvort halda eigi áfram að gefa blaðið út á prenti eða hvort eingöngu eigi að setja það á veraldarvefinn. Kveikjan að umræðunni er yfirleitt mikill prentkostnaður og há sendingargjöld sem fylgja prentuðu útgáfunni. Á móti kemur að það er gaman að fá vandað blað sent heim til að lesa á góðri stundu. Það má finna margs konar rök með og á móti prentun blaðsins og margar spurningar vakna. Hvað finnst Flatarfélögum um að hætta prentun blaðsins? Fjölgar lesendum blaðsins ef það verður sett á vefinn? Þessar spurningar eru dæmi um margskonar vangaveltur ritstjórnar og stjórnar Flatar. Það er nauðsynlegt að ræða þessi mál reglulega í síbreytilegum heimi þar sem tæknin er alltaf að aukast.

Á aðalfundi Flatar í febrúar síðastliðnum var ný stjórn kosin og eru allir stjórnarmeðlimir að stíga sín fyrstu skref í stjórninni. Það er áhugaverð staðreynd að enginn í þessari nýju stjórn þekkir hefðir og venjur eldri stjórna Flatar og mun því skapa sínar eigin venjur. Á fundinum var ákveðið að prenta þetta blað og síðan mun stjórnin taka ákvörðun um framhaldið.



Sigurður Jens, Dagur Tómas, Hjalti Þór, Stefania Katrín og Kristín Björg voru meðal efstu keppenda í *Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema* 2015. Sjá grein á bls. 4.

Í þessu blaði er leitast við að fjalla um stærðfræði út frá mörgum sjónarhornum. Söguhorn Kristínar Bjarnadóttur er á sínum stað og segir hún frá því hvað leiddi til þess að farið var að endurskoða skólastærðfræðina á heimsvísu. Ritstjórn ákvað að vera aftur með umfjöllun um smáforrit. Að þessu sinni varð þrautaleikurinn Box Island fyrir valinu en hann má finna í tveimur útgáfum á Appstore. Fjölmargir skólar eru farnir að nýta spjaldtölvur sem kennslu- og námstæki. Þessi tæki bjóða upp á marga möguleika í skólastarfi. Í einni greininni er sagt frá því hvernig kennarar í Árskóla nota spjaldtölvur í stærðfræðikennslu.

Önnur grein fjallar um stærðfræðikeppni framhaldsskólanna og er þar meðal annars sagt frá þeim erlendu keppnum sem sigurvegarar keppinnar taka þátt í.

Ein greinin segir frá samstarfi rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun, stærðfræðitorgs og Flatar og þeim viðburðum sem boðið hefur verið upp á í vetur. Finna má umfjöllun um ráðstefnuna ICME13 (alþjóðaleg ráðstefna um stærðfræðimenntun) sem verður haldin í Hamborg í Þýskalandi í sumar og sagt frá verðlaunum sem ICMI (alþjóðasamtök um stærðfræðimenntun) veita annað hvert ár. Í blaðinu má finna tvær greinar um áhugaverð meistaraþrófsverkefni. Önnur greinin fjallar um viðhorf starfandi kennara til

samræmdra prófa í stærðfræði. Í hinni greininni er sagt frá rannsókn þar sem rætt var við sex ungmenni sem glíma við sértæka stærðfræðiorðugleika og ljósi varpað á þá þætti sem hafa áhrif á líðan og námsframvindu þeirra. Auk þess var nemandi á unglíngastigi fenginn til að segja frá stærðfræðinámi sínu í Austurríki og bera það saman við stærðfræðinámi í Íslandi. Gaman væri að leyfa röddum nemenda að heyrast oftari í blaðinu.

Eins og hér að framan má sjá er margt í gangi hér á landi varðandi stærðfræðimenntun. Auk þess vil ég minna á alþjóðlegu ráðstefnuna ICME13 sem spennandi valkost fyrir þá sem vilja fylgjast með því sem er að gerast í stærðfræðimenntun erlendis.

Ritstjórn Flatar leggur sig fram um að bjóða upp á fjölbreytt efni í blaðinu. Til að svo megi verða treystum við ykkur lesendum til að koma á framfæri óskum ykkar um efni. Þið megið líka gjarnan senda okkur sögur og myndir úr kennslustundum í stærðfræði, áhugaverðar stærðfræðiþrautir og stærðfræðiverkefni.

Með bestu kveðjum
Birna Hugrún Bjarnadóttir
ritstjóri

STÆRÐFRÆÐIKEPPNI FRAMHALDSSKÓLANEMA - FORTÍÐ, NÚTÍÐ OG FRAMTÍÐ -

eftir
BJARNHEIÐI KRISTINSDÓTTUR
stærðfræðikennara í MH

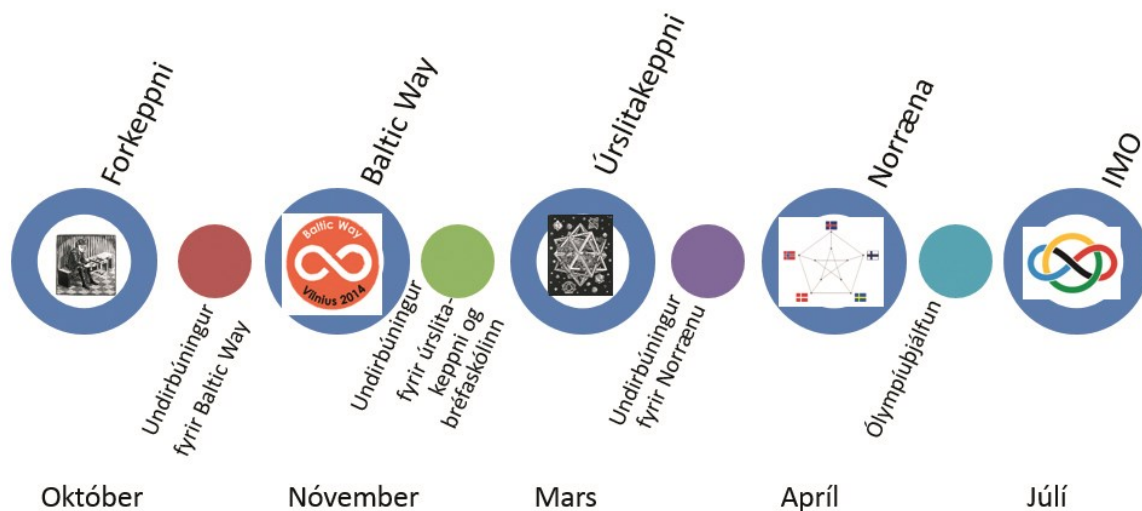
Í ÞESSARI GREIN ER ÆTLUNIN AÐ SEGJA FRÁ STARFI FRAMKVÆMDANEFNDAR UM STÆRÐFRÆÐIKEPPNI FRAMHALDSSKÓLANEMA ALLT FRÁ ÞVÍ ÞEGAR UNDIRBÚNINGUR HEFST AÐ HAUSTI OG ÞAR TIL LIÐ ER SENT TIL KEPPNI Á ÓLYMPIÚLEIKUNUM Í STÆRÐFRÆÐI (IMO) UM MITT SUMAR. IMPRAÐ VERÐUR Á SÖGU FORKEPPNINNAR, SAGT FRÁ STÖÐU MÁLA OG SPÁÐ Í SPILIN VARÐANDI BREYTINGAR OG BETRUMBÆTUR SEM GERA MÆTTI Á FYRIRKOMULAGI STÆRÐFRÆÐIKEPPNINNAR.

Upphaf Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema má rekja til haustsins 1984 þegar fyrsta forkeppnin var haldin með úrslitakeppni um veturinn og þátttöku í fyrstu Norrænu stærðfræðikeppninni vorið 1985. Í kjölfarið fóru þeir Reynir Axelsson og Benedikt

Jóhannesson með lið á IMO í Joutsa í Finnlandi sumarið 1985. Síðan þá höfum við tekið 30 sinnum þátt í IMO, 25 sinnum þátt í Eystrasaltskeppninni (Baltic Way) og 30 sinnum þátt í norrænu stærðfræðikeppninni.

Framkvæmdanefnd um Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema vinnur sjálfboðastarf og er skipuð 5-8 áhugasömum stærðfræðingum hverju sinni. Stærðfræðikeppnisárið hefst sem fyrr segir að hausti þegar forkeppni, sem er opin öllum áhugasömum framhaldsskólanemendum, er haldin í framhaldsskólunum. Hún er yfirleitt haldin fyrsta þriðjudag í október. Nefndin sér um að útbúa keppnina, afla styrkja til að prenta hana, auglýsa og dreifa í skólana.

Forkeppnin skiptist í neðra stig fyrir nemendur á fyrstu tveimur árum framhaldsskólans og efra stig fyrir lengra komna nemendur. Nemendur á neðra stigi fá tvær klukkustundir til að glíma við 15 krossasurningar, fimm svarsurningar þar sem einungis



MYND 1 Stærðfræðikeppnisárið



þarf að skila svári og tvær lausnaspurningar þar sem rökstyðja þarf svör til fulls á meðan nemendur á efra stigi fá tvær og hálf klukkustund fyrir 10 krossa-spurningar, fimm svarsurningar og fjórar lausna-spurningar. Í keppninni koma aðallega algebra, fléttu-fræði, rökfræði, rúmfræði og talnafræði við sögu. Lítum á eftirfarandi dæmi af síðustu forkeppni:

Reiknivél hans Gutta er biluð. Ef Gutti slær inn töluna x og smellir svo á = þá breytist talan í

$$|x| \text{ ef } x < -2 \quad -5 \text{ ef } -2 \leq x \leq 3 \quad \frac{1}{x} \text{ ef } x > 3.$$

Gutti slær inn töluna -3 og svo fjórum sinnum í röð á =. Hvaða tölu sýnir reiknivélin þá?

- -5 $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ 3

Hversu margar eftirfarandi mynda er mögulegt að teikna án þess að lyfta þenna af blaði og án þess að teikna ofan í neina línu sem komin er?

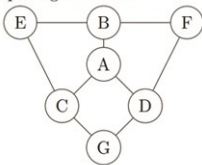


- 0 1 2 3 4

Hversu margar jákvæðar heiltölur minni en 1000 hafa þversummuna 9? (Þversumma tölu er summa tölustafa tölunnar; talan 234 hefur þversummu $2 + 3 + 4 = 9$.)

Svar: _____

Tölurnar $1, 2, \dots, 7$ eru faldar undir bókstafspjöldunum þannig að summan í hverjum ferhyrningi er 15. Hvaða tala er falin undir A?



MYND 2 Dæmi af forkeppni Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2015-2016.

Framkvæmdanefndin og aðstoðarfólk, m.a. úr hópi nemenda í stærðfræði á háskólastigi, fara yfir keppnina og í kjölfarið fá allir þátttakendur niðurstöður sínar og tölfraði um keppni ársins sendar í pósti ásamt vísun á lausnir keppinnar sem birtast á heimasíðu hennar.

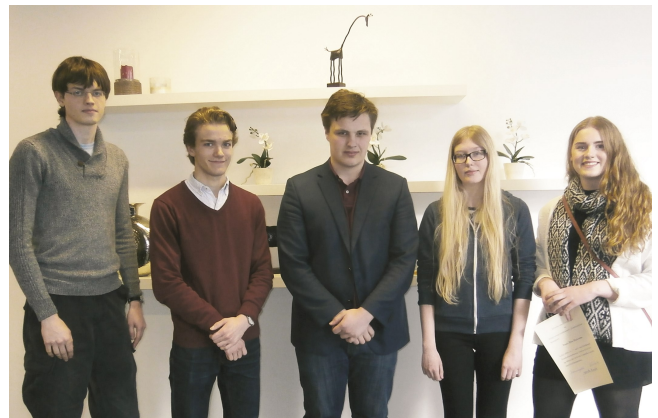
Haldið er hóf til heiðurs efstu keppendum á báðum stigum. Nemendur í þremur efstu sætum forkeppinnar á hvoru stigi fá bókarverðlaun og kringum 20 efstu á hvoru stigi er boðin þátttaka í úrslitakeppni að vori. Niðurstaða forkeppinnar ræður vali nemenda í lið Íslands í Eyrstrasaltskeppninni Baltic Way í byrjun nóvember, en það er liðakeppni þar sem 5 keppendur frá hverju landi keppast við að leysa 20 verkefni. Öll

Norðurlöndin og Eyrstrasaltsríkin auk Póllands, Hollands, Sankti-Pétursborgar og Norður-Þýskalands taka þátt í Eyrstrasaltskeppninni. Með hverju liði fara liðstjóri og dómnefndarfulltrúi sem jafnframt þjálfa liðið fram að keppni. Sjá má dæmi um keppnis-verkefni á síðunni <http://bw15.math.su.se>.

Fram að úrslitum Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema, sem hin síðari ár hefur yfirleitt farið fram fyrsta laugardaginn í mars í Háskólanum í Reykjavík, fá þeir 40-45 nemendur sem boðin var þátttaka senda tölvupósta með „bréfaskóla“ – áhugaverðu lesefni og dæmum til úrlausnar. Nemendur senda lausnir með pósti eða tölvupósti og fá síðan úrlausnir sínar yfirfarnar til baka með athugasemdum.



MYND 3 Keppendur í lokakeppni Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema glíma við sex dæmi.



MYND 4 Sigurður Jens, Dagur Tómas, Hjalti Þór, Stefanía Katrín og Kristín Björg voru meðal efstu keppenda í úrslitakeppninni í mars 2015.

Í úrslitakeppninni fá þátttakendur fjóra klukkutíma til að glíma við 6 lausnarverkefni af sviði algebru, talna-, talningar-, fléttu- og rúmfræði. Yfirleitt semur framkvæmdanefndin eitt verkefnanna í léttari kantinum, eitt erfitt og fjögur þar á milli og ber að sjálfsgöðu að

rökstyðja öll svör. Líkt og í forkeppninni aðstoða stærðfræðinemar (oft fyrrum keppendur) framkvæmdanefndina við yfirferð úrlausnanna og daginn eftir er haldið lokahóf þar sem efstu keppendur fá afhent peningaverðlaun. Sem dæmi um úrslitakeppnisverkefni má líta á eftirfarandi dæmi frá 2015:

Finnið öll þör jákvæðra heiltalna (a, b) með $a \leq b$ þannig að

$$\left(a + \frac{6}{b}\right) \left(b + \frac{6}{a}\right) = 25$$

Látum C vera hring með miðju M og $P \neq M$ vera punkt í sléttunni (í sama tvívíða fleti). Sérhver lína sem liggur í gegnum P og sker hringinn C , ákvarðar streng í hringnum. Sýnið að miðpunktur allra þessara strengja liggir á einum og sama hringnum.

Við höfum 8×8 reita skákborð og nóg af þeim. Á hve marga mismunandi vegu má velja reiti á borðinu og setja eitt þéð á hvern valinn reit, þannig að fjöldi þéða í sérhverri línu og sérhverjum dálki verði oddatala?

MYND 3 Dæmi um verkefni í úrslitakeppni stærðfræðikeppni framhaldsskólanema frá árinu 2015.

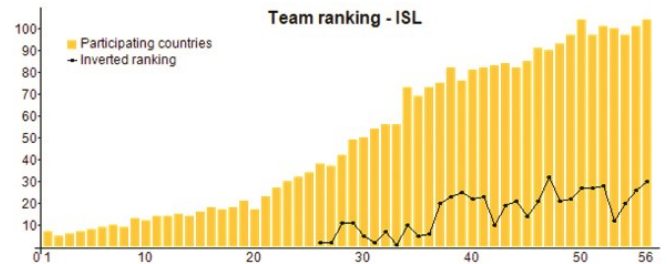
Úrslitin ráða vali á nemendum til þátttöku í Norrænu stærðfræðikeppninni fyrir Íslands hönd, en sú keppni fer fram í framhaldsskólum á öllum Norðurlöndunum og er 15-20 nemendum boðin þátttaka í henni. Nemendur fá þar fjóra klukkutíma til að leysa fjögur dæmi sem framkvæmdanefndin þýðir á íslensku og sér um yfirferð á út frá leiðbeiningum þess umsjónarlands sem við á hverju sinni.

Í júní hefst þjálfun liðs Íslands fyrir Ólympíuleikana í stærðfræði (IMO) sem haldnir eru í byrjun júlí. Liðið er valið út frá niðurstöðum bæði úrslitakeppninnar og norrænu keppninnar. Þjálfunin er í höndum fyrrum keppenda og fleiri velvildarmanna sem allir gefa vinnu sína svipað og nefndin sem heldur utan um starfið. Í árafjöld tóku háskólakennarar þátt í þjálfuninni og vonandi verður sú aftur raunin á næstu árum. Á IMO fara allt að 6 keppendur frá hverju landi og taka yfir 100 lönd alls staðar að úr heiminum þátt. Dórnefndarfulltrúi og liðstjóri úr framkvæmdanefndinni fylgja keppendum á IMO.

Á því 30 ára tímabili sem Ísland hefur tekið þátt í IMO hafa unnist eitt silfur, tíu brons og 30 heiðursviðurkenningar (veittar fyrir fullkomna lausn á einu dæmi) en það var Kári Ragnarsson sem hlaut silfurverðlaun í Mar del Plata í Argentínu árið 1997 (sjá mynd 6).

17 stúlkur og 81 piltur hafa tekið þátt í IMO fyrir Íslands hönd. Af þessum 98 nemendum tóku 53 þátt einu sinni, 28 tvisvar, 16 tóku þrisvar og einn tók

fjórum sinnum þátt. Ástæðan fyrir því hversu fáar stúlkur hafa farið á IMO er aðallega sú að hlutfallslega taka mun færri stúlkur þátt í forkeppninni og úrslitakeppninni. Virðist sem piltar séu tilbúnari að kanna hvernig þeim gangi á meðan stúlkur séu hræddari um að vera ekki nægilega undirbúnar fyrir þátttöku. Það er full ástæða fyrir kennara til að hvetja stúlkur sérstaklega til þátttöku í stærðfræðikeppninni enda er árangur þeirra engu síðri en piltanna.



MYND 6 Árangur Íslands á IMO, mynd tekin af vefnum www.imo-official.org.

Staðreyndin er sú að velflestir háskólanemendur í stærðfræði hafa komið við í keppninni og gaman er að fylgjast með nemendum uppgötva að til er margs konar og fjölbreyttari stærðfræði en kynnt er í skólum. Afburðanemendur fá þarna verkefni við hæfi, „Loksins eitthvað sem reynir á“, eins og þau segja gjarnan. Þykir mörgum skemmtilegt að hvíla vasa-reikninn en einungis skriffæri og teikniáhöld (reglustika og hringfari) eru leyfileg jafnt í stærðfræðikeppni innanlands og utan. Þátttaka í keppni erlendis eykur sjálfstraust og þjálfar vinnubrögð fyrir háskólanám og þar sem þjálfunin fer fram á háskólasvæðinu þá fá nemendur þar nasasjón af háskólalífinu. Einnig hafa nemendur sem standa sig vel í stærðfræðikeppninni staðið sig vel í keppni í öðrum tengdum greinum svo sem forritun, eðlis- og efnafræði.

Líkt og rakið hefur verið hér að ofan er verksvið nefndarinnar sem sér um Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema nokkuð vítt. Auk þess að velja dæmi forkeppninnar að hausti og lokakeppninnar að vori, fer nefndin yfir úrlausnir nemenda, sendir dæmatillögur fyrir Íslands hönd í Eystrasaltskeppni, Norrænu keppni og Ólympíukeppni, heldur utan um þjálfun liða fyrir Eystrasaltskeppni og Ólympíuleikana og skipar stöður dórnefndarfulltrúa og liðsstjóra (fararstjóra), heldur utan um „bréfaskóla“ fyrir lokakeppnina, aflar styrkja til að halda úti innanlandskeppninni, heldur Norrænu stærðfræðikeppnina og Eystrasaltskeppnina



Þegar röðin kemur að Íslandi og aflar styrkja og sjálfboðaliða til þess. Starfið í nefndinni er sjálfboðaliðastarf og víst að ekki myndu margir endast í því ef það væri ekki gefandi að sjá nemendur blómstra fyrir tilstilli keppinnar.

Menntamálaráðuneytið þiggur boð um að taka þátt fyrir Íslands hönd og greiðir fyrir ferðakostnað þátttakenda í Eyrstrasaltskeppninni og Ólympíukeppninni í stærðfræði. Bæjarfélög nemenda hafa styrkt liðsmenn Ólympíuliðsins með launum fyrir að sitja kennslu og þjálfun fram að IMO.

Sé litið til framtíðar þá væri það sannarlega óskandi að til keppinnar fyndust fastir styrktaraðilar, náms efni yrði aðgengilegt öllum nemendum til undirbúnings fyrir þátttöku í keppninni og að betri tenging fengist við háskólana og grunnskólana. Nemendur og starfsfólk háskólanna mætti gjarnan senda okkur oftast dæmatillögur og taka þátt í þjálfun og undirbúningi. Betri tenging fengist við grunnskólana ef Ísland tæki þátt í hinni árlegu alþjóðlegu Kengúrukeppni, en sú keppni er haldin í hverjum grunnskóla fyrir sig.



MYND 7 Tákn kengúrukeppinnar sett saman úr tangram-kubbum.

Sumir framhaldsskólar á Íslandi bjóða nokkrum grunnskólum upp á stærðfræðikeppni. Þetta er hins vegar ekki í boði fyrir alla og með því að halda Kengúrukeppnina væri öllum grunnskólum boðin þátttaka auk þess sem verkefni gætu gagnast bráðgerum nemendum.

Eins og er þá taka um 60 milljón þátttakendur í 60 löndum þátt í Kengúrukeppninni þriðja fimmtudag marsmánaðar og glíma þar í 75 mínútur m.a. við rökfræði og talningarfræði. Spurningarnar eru krossspurningar og bæði mismargar og misþungar eftir aldri keppenda í 1.-12. bekk. Allir þátttakendur fá lausnir sendar, skjal með staðfestingu á þátttöku og í mörgum löndum fá þau litið stærðfræðileikfang eða þraut að gjöf.

Á heimasíðu Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema (stae.is/stak) er að finna dæmi, lausnir og upplýsingar um úrslit frá liðnum árum. Einnig heldur keppnin úti Facebook-síðunni [facebook.com/staerdfraedikeppni](https://www.facebook.com/staerdfraedikeppni) og hefur netfangið staekeppni@gmail.com. Endilega hafið samband ef spurningar vakna, þið hafið hugmyndir fyrir starfið eða ykkur langar að koma og vinna með okkur í nefndinni!

Í nefnd um Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema sitja nú Auðun Sæmundsson stærðfræðikennari í MR, Bjarnheiður Kristinsdóttir stærðfræðikennari í MH og höfundur þessarar greinar, Friðrik Diego lektor við Menntavísindasvið HÍ, Gunnar Freyr Stefánsson stærðfræðikennari í MH, Jóhanna Eggertsdóttir stærðfræðikennari í Borgarholtsskóla og Marteinn Þór Harðarson stærðfræðingur hjá Íslenskri erfðagreiningu. Auk þeirra hefur Guðbjörn Freyr Jónsson stærðfræðingur hjá Íslenskri erfðagreiningu verið starfandi mörg undanfarin ár en er nú að draga sig út úr starfinu og mega áhugasamir um utanumhald með Norrænu stærðfræðikeppninni gjarnan hafa samband.

SAMSTARF RANNSÓKNARSTOFU UM STÆRÐFRÆÐIMENNTUN, STÆRÐFRÆÐITORGS OG FLATAR



MYND 1 Þátttakendur.

eftir
MARGRÉTI S. BJÖRNSDÓTTUR
XXX

Í Flatarmálum (2015) kemur fram að í nóvember 2014 hafi rektor Háskóla Íslands, í samráði við forseta Menntavísindasviðs og Verkfræði- og náttúruvísindasviðs, sett af stað starfshóp til að koma með tillögur um bætt menntun kennara (sjá nánar í Flatarmál 2015, 1. tbl., 22. árg., bls. 15).

Starfshópurinn kom með tillögur að nýjum námsleiðum í Háskóla Íslands sem ætlað er að efla stærðfræðimenntun kennara. Þær voru samþykktar í háskólaráði í byrjun árs 2015. Þessar leiðir eru:

- *B.S. gráða í hagnýttri stærðfræði*
- *B.S. gráða í stærðfræði og stærðfræðimenntun*
- *Stærðfræðimenntun fyrir starfandi framhaldsskólakennara (diplóma).*

Einnig var Margrét S. Björnsdóttir ráðin verkefnastjóri í hálfstarf í eitt ár til að vinna að málefnum tengdum eflingu stærðfræðimenntunar.

STÆRÐFRÆÐIMENNTUN FYRIR STARFANDI FRAMHALDSSKÓLAKENNARA

Í ágúst 2015 hófst svo nýtt diplómanám (60 einingar) á meistarastigi fyrir þá sem sinna stærðfræði á framhaldsskólastigi. Það hófst á einnar viku staðlotu.



Síðan hefur verið kennt tvo daga í viku, þriðjudaga og fimmtudaga, frá kl. 15:00 – 18:00. Fyrst var kynning og svo upplýsingatækni í umsjón Freyju Hreinsdóttur, dósents á Menntavísindasviði, en síðan tók við talningarfræði hjá Rögnvaldi Möller sem er prófessor við Raunvísindadeild. Þegar þessi orð eru rituð eru þátttakendur að hefja nám í tölfræði og tölfræðikennslu í umsjón Önnu Helgu Jónsdóttur adjunkts við HÍ. Um er að ræða tveggja ára nám þar sem stefnt er að því að þátttakendur hafi lokið 60 ECTS einingum vorið 2017.

GRUNNSKÓLASTIGIÐ

Verið er að skipuleggja nám fyrir kennara sem kenna stærðfræði á grunnskólastigi. Ætlunin er að það hefjist haustið 2016 og verður boðið upp á mismunandi námsleiðir eftir aldursstigum. Rafræn könnun var send út til grunnskólakennara sem kenna stærðfræði þar sem þeir voru beðnir um að skrá hvað myndi styrkja þá sem stærðfræðikennara, hvað þeim þætti léttast/erfiðast að kenna o.s.frv. Einnig fengu þátttakendur í menntabúðum tækifæri til að taka þátt. Námið verður sett saman m.t.t. niðurstaðna úr þessari könnun. Kynningar munu fara fram á vorönn. Vonast er til að námið verði raunhæfur valkostur fyrir kennara bæði á höfuðborgarsvæðinu og úti á landsbyggðinni og verði liður í að efla stærðfræðikennara í starfi.

DAGSKRÁ HAUSTIÐ 2015

Eitt af fyrstu verkefnum verkefnastjóra, í samvinnu við Rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun, Stærðfræðitorgið og Flöt var að skipuleggja dagskrá fyrir stærðfræðikennara og áhugafólk um stærðfræði. Allir dagskrárliðir hafa farið fram á Menntavísindasviði HÍ v/Stakkahlíð en lögd hefur verið áhersla á að vera með beinar rafrænar útsendingar á netinu eins og hægt er. Einnig er unnið að gerð lista yfir netföng þeirra sem kenna stærðfræði í grunnskólum landsins.

MÁLSTOFA

Fyrst á dagskrá, eða 7. september, var málstofa þar sem fram fóru kynningar á tveimur nýlegum íslenskum rannsóknnum sem voru meistaraverkefni til M.Ed. gráðu frá Kennaradeild. Önnur var um umræður í stærðfræðinámi og hin um sjálfsmynd nemenda.

- „Það hugsar enginn eins...“ Notkun hugmynda-korta til að skapa umræður í stærðfræðinámi. Fyrirlesari var Nanna Þ. Möller grunnskólakennari í Sæmundarskóla.
- Hugmyndir nemenda um sjálfa sig í stærðfræðinámi. Fyrirlesari var Heiða Lind Heimisdóttir grunnskólakennari í Norðlinga-skóla.

Yfir 20 þátttakendur mættu í Stakkahlíðina og tveir fylgdust með rafrænt í fundarherbergi í Adobe Connect.



MYND 2 Heiða Lind og Nanna.

Menntakvika Menntavísindasviðs (MVS) HÍ

Menntakvika er árleg ráðstefna Menntavísindasviðs HÍ um rannsóknir, nýbreytni og þróun. Þetta árið bar hún yfirskriftina Efst á baugi fyrr og nú: Hvað hefur áorkast í menntavísindum á þeirri öld sem liðin er frá því konur hlutu kosningarétt á Íslandi.

Rannsóknarstofa um stærðfræðimenntun var með tvær málstofur. Fyrri málstofan var um fagmennsku stærðfræðikennara í skóla án aðgreiningar. Þar fjallaði Guðný Helga Gunnarsdóttir, lektor á MVS, um rannsókn sína og Guðbjargar Pálsdóttur, dósents á MVS, um stærðfræðikennslu í skóla án aðgreiningar og uppbyggingu kennslustunda í stærðfræði. Jónína Vala Kristinsdóttir, lektor á MVS, fjallaði um fagmennsku stærðfræðikennara.

Seinni málstofan var um þekkingu kennaranema og inntak stærðfræðináms. Þar sagði Friðrik Diego, lektor á MVS, frá rannsókn á könnun á stærðfræðigetu

kennaranema árin 1992 og 2014. Kristín Bjarnadóttir, prófessor emerita á MVS, tók fyrir rúmfræðikennslu í íslenskum skólum fyrir og eftir tíma nýstærðfræðinnar, og Benedikt Magnússon, lektor í VON, og Sólrún Halla Einarsdóttir, BS í VON, fjölluðu um gagnvirkt kennslufni í stærðfræði.

Báðar þessar málstofur voru mjög vel sóttar og ánægjulegt var að sjá hve margir höfðu áhuga á að kynna sér málefni tengd stærðfræðinni.

Menntabúðir um stærðfræði

Menntabúðir eru leið til starfsþróunar þar sem fólk kemur saman til þess að miðla af eigin reynslu og þekkingu og afla sér fróðleiks frá öðrum þátttakendum. Þær eru ætlaðar starfandi kennurum á öllum skólastigum og kennaranemum en eru einnig spennandi vettvangur fyrir alla þá sem hafa áhuga á stærðfræði og er þátttaka ókeypis. Í boði er staðfest viðurkenning á endurmenntun frá Starfsþróun Menntavísindastofnunar HÍ.

Meginmarkmið menntabúða er að:

- skapa jafningjaumhverfi þar sem miðlun þekkingar og reynslu á sér stað
- veita þátttakendum tækifæri til að læra og prófa sig áfram með ýmis áhugaverð viðfangsefni
- stuðla að tengslamyndun og samvinnu fólks sem hefur áhuga á stærðfræði

Fjöldmenni var í menntabúðum um stærðfræði þetta árið og um auðugan garð að gresja þegar kom að dagskránni sem var bæði fjölbreytt og áhugaverð. Flestar kynningar voru sendar út rafrænt og nokkrir kennarar nýttu sér þá þjónustu.

Á dagskrá var eftirfarandi:

Verkefni m.a. tengd byrjendalæsi – Birna Hugrún Bjarnadóttir í Vatnsendaskóla.

Stærðfræði og spil – Helen Símonardóttir í Laugarnesskóla.



MYND 3 3 Birna og byrjendalæsi, 4 Helen og stærðfræði og spil, 5 Kristinn og ipad, 6 Elsa og námsmat, 7 Anna Helga og Tudor Web, 8 Þóra og verkefni/námsefni, 9 Kristjana og húsagerð, 10 Borghildur og hringir - mandala munstur, 11 Þórunn og þemavinna í stæ., 12 veitingar.



ClassKick – App fyrir ipada – Aðallega fyrir kennara í unglingadeild en má nýta á öllum skólastigum – Kristinn Sverrisson í Kársnesskóla.

Námsmat við lok 10. bekkjar – Elsa Lyng Magnúsdóttir o.fl. í Réttarholtsskóla.

Tudor Web – Námsvefur ætlaður framhaldsskólanemum/-kennurum og efstu bekkjum grunnskólans – Anna Helga Jónsdóttir aðjunkt við HÍ.

Verkefni/námsefni fyrir miðstigi, unglingastigi og byrjunaráfanga framhaldsskóla – Þóra Þórðardóttir í Framhaldsskóla Mosfellsbæjar.

Húsagerð – Þemaverkefni um húsagerð fyrir 7. bekk – Kristjana Skúladóttir í Melaskóla.

Hringir og hyrningar, mandala mynstur – Borghildur Jósúadóttir í Grundaskóla.

Þemavinna í stærðfræði og námsefnið Stærðfræði er skemmtileg – Þórunn Jónasdóttir í Hörðuvallaskóla.

Stutt námskeið

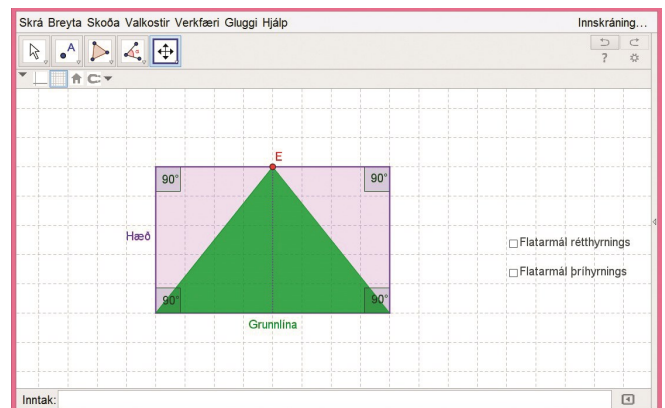
Boðið var upp á þrjú stutt námskeið þar sem ætlunin var að þátttakendur kæmu þrisvar sinnum í tvo og hálfan tíma í senn. Ekki náðist næg þátttaka til að hægt væri að halda námskeið sem ætlað var leikskóla-kennurum en að öllum líkindum verður gerð önnur tilraun á nýju ári.

Fyrir kennara á unglingastigi var boðið upp á námskeiðið Jákvæð viðmið í stærðfræðikennslu og var það í höndum Þóru Þórðardóttur stærðfræðikennara í Framhaldsskólanum í Mosfellsbæ. Þar var lögð áhersla á að skoða kenningar og leiðir til að skapa námsumhverfi þar sem:

- jafnrétti og lýðræði er haft að leiðarljósi og allir hafi jafna möguleika til náms
- byggt er á samvinnunámi sem eykur stærðfræðihæfni og félagslega hæfni
- nemendur byggja upp jákvæða sjálfsmynd í stærðfræðinámi

Námskeiðið tengdist verkefni Þóru í starfsþróun sem haldið var í samstarfi við Mennta- og menningarmálaráðuneyti og Menntavísindasvið HÍ 2014 - 2015.

Námskeið um GeoGebra hugbúnað var ætlað kennurum á miðstigi en nýttist einnig kennurum á unglingastigi. Umsjón með því hafði Margrét S. Björnsdóttir verkefnisstjóri og aðjunkt á Menntavísindasviði HÍ.



MYND 4 GeoGebra verkefni - flatarmál þríhyrnings í tengslum við flatarmál rétthyrnings.



MYND 5 Á námskeiði hjá Þóru.

Lögð var áhersla á að kennarar:

- lærðu sjálfir á forritið og gætu notað það í kennslu með nemendum sínum
- þekktu fjölbreytta möguleika á að nýta sér GeoGebra við stærðfræðikennslu
- gætu nýtt sér hugbúnað til skjámyndbandagerðar

Fyrir þá sem ekki vita þá er GeoGebra frjáls (open-source) hugbúnaður sem nota má við stærðfræðináms- og -kennslu. Þetta forrit hentar á öllum skólastigum við iðkun algebru, rúmfræði, tölfræði og stærðfræðigreiningar. Forritið hefur verið þýtt á 45 tungumál og má nálgast ókeypis á <http://www.geogebra.org>. Það keyrir á Windows, Machintosh og Linux. Höfundur forrits er Markus Hohenwarter.

ICME13

Fimmtudaginn 3. desember var haldinn fundur í Stakkahlíðinni, á vegum Flatar, vegna fyrirhugaðrar hópferðar á ráðstefnu um rannsóknir á stærðfræðimenntun þar sem Friðrik Diego og Guðbjörg Pálsdóttir voru með framsögu. Fundurinn var einnig sendur út rafrænt með Adobe Connect og voru nokkrir sem nýttu sér þann möguleika. Ráðstefnan verður haldin í Hamborg í Þýskalandi dagana 24. – 31. júlí 2016. Á fundinum var ákveðið að stofna hóp á Facebook undir nafninu ICME13. Þátttakendur sjá sjálfir um að skrá sig á ráðstefnuna og koma sér á staðinn. Einnig var ákveðið að velja ákveðið hótél og er þá hægt að panta þar eða á öðru hóteli í grenndinni.

Í fyrirsögn er vísað í samstarf Rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun, Stærðfræðitorgs og Flatar. Stærðfræðitorg (<http://staetorg.menntamidja.is>) er eitt af átta torgum Menntamiðju (<http://menntamidja.is>). Mikill áhugi er fyrir því að efla Stærðfræðitorgið til þess að það geti orðið sá miðill sem væntingar standa til. Lesendur eru hvattir til að kynna sér torgið og koma með hugmyndir að efni og ábendingar þannig að torgið geti þjónað sem best tilgangi sínum sem er að vera starfssamfélag stærðfræðikennara og upplýsingaveita fyrir allt sem tengist stærðfræði. Tengiliður fyrir Stærðfræðitorgið er greinarhöfundur og hefur hann netfangið margreb@hi.is.

HVAÐ ER FRAMUNDAN?

Vorið 2016 er ætlunin að halda áfram að efla veg stærðfræðinnar og styrkja kennara með ýmsu móti. Stefnt er að því að koma með hugmyndir fyrir dag stærðfræðinnar sem er árlega fyrsta föstudag í febrúar. Einnig verða á dagskrá málstofur, menntabúðir og námskeið ætluð kennurum á öllum skólastigum ásamt fundum tengdum ferð á ráðstefnu ICME13 í Þýskalandi.

„Niður með Evklíð!“

- Rúmfræði og nýstærðfræðin

SÖGUHORNID

eftir
KRISTÍNU BJARNADÓTTUR
prófessor emeríta
við Menntavísindasvið HÍ

Fundur í Royaumont 1959

Frægur fundur var haldinn í nóvember 1959 í Royaumont í Frakklandi um endurbætur á stærðfræðikennslu. Líta má á fundinn sem upphaf heimshreyfingar um að endurskoða skóla-stærðfræði. Víða um heim var tekið að kenna það sem nefnt var „nýja stærðfræðin“. Hér á landi er hennar helst minnst fyrir þýddar danskar kennslubækur fyrir börn, nefndar Bundgaard-námsefni, þar sem hugtakið mengi átti áberandi sess. Annars staðar er minnst slagorðs sem einn frummælandinn á fundinum, Jean Dieudonné, hafði á orði: „Niður með Evklíð!“

OEEC, Stofnun um efnahagssamstarf Evrópuríkja, sem síðar varð Efnahags- og framfarastofnunin, OECD, stóð fyrir fundinum. Aðildarþjóðum var boðið að senda þrjá fulltrúa: framúrskarandi stærðfræðing, fulltrúa kennaramenntunar eða ráðuneytis og framúrskarandi stærðfræðikennara. Fulltrúar frá öllum aðildarlöndum nema Íslandi, Spáni og Portúgal sóttu fundinn.

Dieudonné var fyrsti frummælandi fundarins og ræddi um tengsl framhaldsskóla og háskóla. Hann taldi að fyrsta árs nemandi í háskóla ætti að hafa öðlast þrennt: vissa grundvallartækni sem langan tíma tæki að þjálf; grundvallarþjálfun í rökrænni afleiðslu, og nokkra þekkingu á uppbyggingu frumsendukerfis. Eins og háttaði um þær mundir kæmu nemendur með óljósar hugmyndir út úr ofhlöðnu

námsefni. Endurskipuleggja yrði námsefni menntaskólanna til að koma í veg fyrir tímasóun. Dieudonné sagði að nýlega hafi verið unnt að endurskoða evklíðska rúmfræði (sem kennd er við Grikkjann Evklíð frá um 300 f. Kr.) og koma henni á tryggan grundvöll. Grundvallaratriði væru þar greind frá ruglingslegri hrúgu af reglum sem skiptu engu máli og væru afurð klunnalegra gamaldags aðferða við efnisatriði sem sótt væru héðan og þaðan.

Líklega var Dieudonné að tala um verk Gustaves Choquets sem byggði upp svonefnda ummyndunarrúmfræði með fáar en mjög öflugar frumsendur þar sem skilgreind eru fimm óskilgreind hugtök (slétta, punktur, lína, fjarlægðarfall og raðvensl í mengafræðilegri framsetningu) og fjórar meginfrumsendur en tíu alls með undirfrumsendum: legufrumsendur (e. incidence axioms), röðunarfrumsendur, vildarfrumsendur (e. affine axioms) og samhverfufumsendur (e. folding axioms).

Dieudonné hélt áfram og sagði að eins og sakir stæðu um rúmfræðikennslu kostaði hún fáránlega mikla vinnu án þess að fullkomid frumsendukerfi væri sett fram og ómögulegt væri að sannreyna hvort nokkur sönnun væri rétt. Hann dró mál sitt saman í setninguna: „Niður með Evklíð!“ Í stað evklíðskrar rúmfræði mætti setja upp frumsendukerfi um tvívíða línulega algebru. Hann gerði tillögu um eftirfarandi staðgengla:

- fylki og ákveður af 2. og 3. stigi
- deilda- og heildareikningur um föll af einni breytu
- gróf af föllum og ferlum með stikaframsetningu, rannsókuð með deildun
- grundvallareiginleikar tvinntalna og pólhnit.



Stærðfræðikenningu væri aðeins hægt að kenna á árangursríkan hátt ef nemandinn er þegar orðinn kunnugur viðkomandi efni, þ.e. með stöðugri tilvísun til innsæis (e. intuition), og nemendur þyrftu að þekkja til þeirra hluta sem setja ætti fram kenningu um. Þegar rökfærsla væri sett fram um tiltekið stærðfræðilegt viðfangsefni, sagði hann ennfremur, ætti alltaf að setja hana fram af fullkomnum heiðarleika án þess að reyna að fela eyður eða veilir í röksemdafærslunni.

Dieudonné setti síðan fram tillögu að námskrá í stærðfræði. Stærðfræðikennslu nemenda fram að 14 ára aldri ætti að takmarka við algebru og rúmfræði í sléttu án þess að reyna á nokkurn hátt að setja efnið fram með frumsendum, en leggja áherslu á grundvallarþætti eins og samhverf, speglun, hliðranir og samsetta flutninga eins og Choquet lagði til. Á þessum tíma var námsferill nemenda ákveðinn við 11 ára aldur í ýmsum Evrópulöndum og stundum tekið að kenna evklíðska rúmfræði út frá frumsendum þá þegar. Tillaga Dieudonnés var síðan að nám frá 14 ára aldri ætti að leiða upp að og tengjast beint fyrsta árs námskeiðum í háskóla þar sem nemendur gátu hafið nám 18 ára gamlir:

- 14 ára: gröf falla
- 15 ára: frumsendukerfi tvívíðrar línulegrar algebru bæði með algebrískri og rúmfræðilegri túlkun og áherslu á línulegar ummyndanir og grúpur sem þær mynda
- 16 ára: dýpri athugun á grúpum í sléttu, notkun horna og hornafalla
- 17 ára: þrívíð rúmfræði með fylkjum og ákveðum.

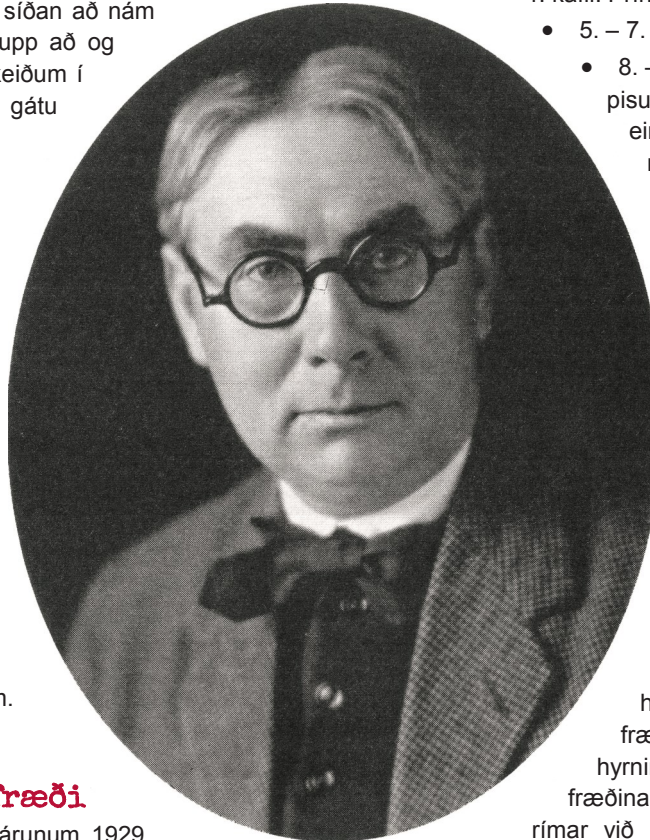
Rúmfræði á Íslandi fyrir tíma nýstærðfræði

Námskrár fyrir skyldunám frá árunum 1929

og 1962 mæltu á sviði rúmfræði aðeins fyrir um að reikna ummál og flatarmál samkvæmt formúlum þar um. Evklíðsk rúmfræði var kennd í Menntaskólanum í Reykjavík og forvera hans, Lærða skólanum, með Rúmfræði eftir Julius Petersen í nánast heila öld frá 1877 til 1971. Það var þó með hléum er kennslubókin Um flatarmyndir eftir Ólaf Daníelsson (1920) var kennd og einnig önnur dönsk kennslubók, þýdd, um stutt skeið. Rúmfræði Petersens var kennd í danski útgáfu þar til síðari heimsstyrjöldin rauf samgöngur við Danmörku, en var gefin út í íslenski þýðingu árið 1943 og notuð

fram á áttunda áratuginn. Hún var kennd til skiptis á fyrsta og öðru ári á meðan menntaskólinn var sex ára skóli, þ.e. 14 og 15 ára nemendum. Fyrstu tveir bekkir menntaskólanna voru felldir burt með fræðslulögum árið 1946 og í staðinn tekið upp landspróf miðskóla um allt land. Þegar prófa átti úr efni Rúmfræði Petersens með litlum fyrirvara á landsprófi árið 1946 reyndist hún of þung. Var hún þá flutt í þriðja bekk menntaskólanna tveggja, í Reykjavík og á Akureyri. Efni bókarinnar var hefðbundið:

- 1. kafli: Nokkur frumhugtök – frumsenda um eina og aðeins eina beina línu gegnum tvo punkta – aljöfnuður. Kynning á uppbyggingu: Frumhugtök og frumsendur – skilgreiningar – reglur með sönnunum.
- 2. og 3. kafli: Nokkrar skilgreiningar, s.s. strik, hringur og horn, ásamt samsíða frumsendunni, til að geta sett fram reglur með sönnunum.
 - 4. kafli: Þríhyrningar.
 - 5. – 7. kafli: Dráttarmyndir.
 - 8. – 12. kafli: Horn og bogar, trapisur og samsíðungar, leg punkta, einslaga þríhyrningar, ásamt mælingu flatarmáls með viðeigandi skilgreiningum, reglum, sönnunum og drætti mynda.



Ólafur Daníelsson fæddist í Viðvík í Viðvíkursveit í Skagafirði, sonur Daníels Ólafssonar, söðlasmiðs og bónda, og konu hans, Svanhildar Loptsdóttur. Hann lauk stúdentsprófi frá Lærða skólanum í Reykjavík árið 1897.

Rúmfræði Jul. Petersens sætti nokkurri gagnrýni, bæði hérlendis og í Danmörku. Finnur Jónsson, sem var stúdent í Kaupmannahöfn og síðar prófessor þar, ritaði grein í Andvara árið 1883 þar sem hann gagnrýndi nýja reglugerð um Lærða skólann. Hann sagði þurfa betri skilning og meiri sjálfstæða hugsun en þeir, sem væru í neðsta bekk hefðu til að bera, til að nema rúmfræði, og nær væri að kenna þríhyrningafræði í fyrsta bekk en rúmfræðina í þriðja bekk. Þessi gagnrýni rímar við það sem Dieudonné sagði um nauðsyn þess að öðlast reynslu af efninu áður en haldið er út í sannanir út frá frumsendum.

Nemendur sem settust í menntaskóla á nítjándu öld höfðu aldrei gengið í skóla. Þeir fengu undirbúning heima eða hjá prestum í dönsku og latínu en síður í stærðfræðilegum listum. Inntökukröfur í stærðfræði voru reikniaðgerðirnar fjórar í heilum tölum og brotnum. Ástæðan fyrir að Finnur nefnir þríhyrningafræði, sem nú er nefnd hornafallafræði (e. trigonometry), gæti verið áhugi landsmanna á landmælingum til að teikna kort. Björn Gunnlaugsson hafði gert

kort af Íslandi sem gefið var út árið 1844 og menn hafa vafalaust haft áhuga á að eignast nothæf kort af einstökum svæðum og landshlutum.

Þegar Julius Petersen lést var hans minnst sem atorkusams kennara, fræðimanns og kennslubókahöfundar. Hann var til dæmis kennari Ólafs Daníelssonar sem var merkur stærðfræðingur og kennslubókahöfundur á fyrri hluta 20. aldar. Þó leyndist gagnrýni meðfram þar sem sagði í einum eftirmælum um Petersen árið 1910: „Fólk fór að átta sig á að kostir þessarar bókar [Jul. Petersens] voru augljósari fyrir kennurunum en nemendum - hin mikla samþjöppun og skrefin sem sleppt var hentuðu ekki börnum“.

Norrænt samstarf

Fundarmenn í Royaumont frá Norðurlöndunum fengu áhuga á að vinna saman að endurskoðun námsefnis í stærðfræði og sett var á laggirnar Nordiska kommittén for modernisering af matematik-undervisningen, NKMM, í framhaldi af fundinum. Nefndin lét skrifa námsefni sem þýtt var á hin ýmsu norrænu tungumál. Danskar og seinna sænskar afurðir nefndarinnar voru notaðar óþýddar fyrir kennaranema og menntaskólanema á Íslandi en kennslubækur fyrir barna- og unglíngastig voru þýddar á íslensku. Bókin *Matematik 65* eftir Bent Christiansen og Jonas Lichtenberg var kennd verðandi framhaldsskólakennurum en þar segir frá tillögu Choquet um nýtt frumsendukerfi fyrir rúmfræði. Bókin *Geometri* eftir Anderson, Bo, Nielsen and Damgaard Sørensen, útgefin 1963, byggði á speglun og samsettum flutningum eins og Choquet lagði til. Hún var notuð við undirbúning grunnskólakennara, en einnig bandarísk bók, *Basic Concepts of Elementary Mathematics*, fyrir þá sem völdu stærðfræði sem kjörsvið. Bókaflokkurinn *Stærðfræði – reikningur e. Agnete Bundgaard* var þýddur fyrir 7–12 ára börn. Annar NKMM-bókaflokkur, sænskur, var þýddur fyrir unglíngastig og notaður um stutt skeið. Anna Kristjánsdóttir þýddi *Rúmfræði* eftir Gunnar Bergendal, Ove Hemer og Nils Sander, og Guðmundur Arnlaugsson ritaði formála við íslensku útgáfuna.

Hvað breyttist?

Segja má í stuttu máli að rúmfræðihugtök voru leidd fram með lengri aðdraganda en áður hafði tíðkast. Áhersla var lögð á mælingar og nemendur voru leiddir til að finna sjálfir reglur sem áður höfðu verið settar fram með litlum formála. Þar má nefna reglur um ummál og flatarmál einfaldr hluta, s.s. réttþyrnings, samsíðungs, þríhyrnings og hrings, en einnig reglur um horn við samsíða línur og summu horna í þríhyrningi sem ekki voru kynntar í eldra námsefni fyrir skyldunámsstig.

Margar kennslubækur, íslenskar og erlendar, voru prófaðar á framhaldsskólastiginu á árunum 1967–1973 til að nota í stað *Rúmfræði e. Jul. Petersen*. Nefna má NKMM-bækur með áherslu á vigra, föll og afleiður, og breskar bækur úr bókaflokknum *School Mathematics Project, SMP*, til dæmis *Book T4*, sem tengdi algebru og rúmfræði með vigrum og

fylkjum til að framkvæma flutninga með algebrískum hætti. Lokakafliinn var um algebrulegar frumsendur fylkja og dæmum um flutningagrúpur. Hornafallafræði var einnig sett fram í þessum bókum.

Áhrif frá Royaumont bárust þannig til Íslands með norrænum, bandarískum og breskum bókum. Á fárra ára tímabili var evklíðsk rúmfræði í endurbættri túlkun Dieudonné og Choquets komin inn í kennaramenntunina og á öll skólastig. Segja mátti að Evklíð hafi verið endurvakinn á Íslandi, einmitt þegar hann var hrópaður niður.

Heimildir

- Andersen, C. C., S. A. Bo, Gunnar Nielsen og J. Damgaard Sørensen. (1963). *Realskolens regning og matematik. Geometri. 3. útgáfa*. Kaupmannahöfn: J. H. Schultz forlag.
- Bergendal, Gunnar, Ove Hemer og Nils Sander. (1970). *Rúmfræði. Formála ritaði Guðmundur Arnlaugsson, Anna Kristjánsdóttir þýddi*. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Bergendal, Gunnar, Matts Håstad og Lennart Råde. (1970). *Matematik för gymnasiet, naturvetenskaplig og teknisk linje, årskurs 1, brun version*. Stockholm: Biblioteksförlaget.
- Bundgaard, Agnete og Eeva Kyttä. (1967–1972). *Stærðfræði. Reikningur*. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Choquet, Gustave. (1969). *Geometry in a Modern Setting*. París: Hermann.
- Christiansen, Bent og Jonas Lichtenberg. (1965). *Matematik 65*. Kaupmannahöfn: Munksgaard.
- Finnur Jónsson. (1883). Um hinn lærða skóla á Íslandi. Andvari 9, 97–135. Reykjavík.
- OEEC (1961). *New Thinking in School Mathematics, 2. útg.* París: OEEC.
- Ólafur Daníelsson. (1920). *Um flatarmyndir*. Reykjavík: Guðmundur Gamalielsson.
- Petersen, Julius. (1870). *Lærebog i den elementære Plangeometri*. Kaupmannahöfn: Schønberg.
- Petersen, Julius. (1943). *Kennslubók í rúmfræði handa gagnfræðaskólum*. Sigurkarl Stefánsson þýddi. Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.
- Schaaf, William L. (1965). *Basic Concepts of Elementary Mathematics. 2. útgáfa*. New York: John Wiley and Sons.
- School Mathematics Project Book T4* (1966). Cambridge: Cambridge University Press.



STÆRÐFRÆÐINÁM Á ÍSLANDI OG Í AUSTURRÍKI

eftir

MARÍU FINNBOGADÓTTUR

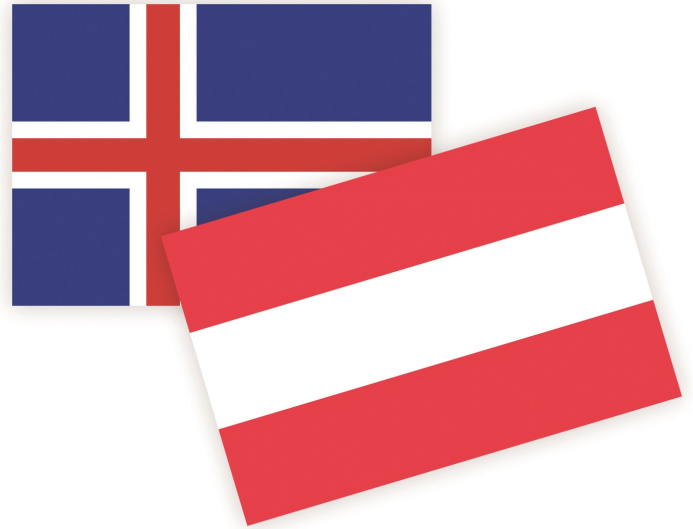
Ég heiti María Finnbogadóttir og er 15 ára, fædd árið 2000. Ég flutti til Austurríkis í ágúst 2014 vegna þess að mig langaði til að fá tækifæri til að æfa skíði við bestu mögulegu aðstæður. Ég fór í síðasta bekk grunnskólans í litlum skíðabæ hátt uppi í fjöllum vestast í Austurríki og æfði þar skíði með skíðafélaginu í bænum. Nú er ég komin í framhaldsskóla og bý á heimavist í öðrum bæ mun austar í landinu, nálægt Salzburg. Ég kynntist yndislegri fósturfjölskyldu þegar ég flutti út 2014 og fer „heim“ til þeirra um helgar þegar ég er ekki að æfa skíði um helgar. Framhaldsskólinn minn er hótél- og veitingaskóli og þaðan get ég útskrifast með stúdentspróf og lokið fullu námi í ferðamálafræðum.

Það er ekki endilega það að austurrískir eða þýskumælandi nemendur læri „meira“ eða „betur“ í skólanum. Ég lít öðrum augum á það.

Eins og ég sé stærðfræðina á Íslandi í samanburði við hana hér í Austurríki er í raun ekki mikið öðruvísi við námið þegar upp er staðið.

Grundvallaratriðin hér byggjast að stórum hluta á miklum aga og nákvæmni og það er alltaf ætlast til að þú hafir heimalærdóminn til á réttum tíma og við eigum alltaf að vera tilbúin að taka til máls og segja kennaranum hvað hann/hún eigi að skrifa á töfluna! Það gefur „munnlega“ einkunn, og hún telur vanalega upp að 50% í aðaleinkunninni hjá flestum kennurum.

Því nánast allt sem kennarinn spyr þig út í fer í einkunnina þína.



Það fer hins vegar alltaf eftir hverjum og einum kennara hvað hann leggur mesta áherslu á, hvort hann/hún telur mikilvægast að vera með í samræðum, rétta upp hönd og taka til máls, eða það sem sett er á blað. Sumum kennurum finnst allt í lagi að þú gerir heimavinnuna þína þótt hún sé vitlaus. Aðalatriðið er þá að þú gerðir hana, skilaðir á réttum tíma og munt þá læra af mistökum, á meðan að hjá öðrum kennurum verður allt að vera rétt gert og sumir kennarar gefa þér einkunn fyrir hverja einustu heimavinnu.

Ég myndi segja að það sé strangari kennsla hér í Austurríki en í rauninni erum við alltaf að tala um sömu hlutina. Já, ég er á undan kennslunni á Íslandi, þar sem við förum bara nákvæmara eða lengra inn í námsefnið; algebru sérstaklega.

Það sem við erum að gera núna er „Zahlenbereiche“ þar sem við erum að fræðast um „die Systeme“ (talnakerfin). Þar sem við erum að mestu leyti að flokka tölur og vita af hverju tölurnar heita t.d. 1000 og að 1000 g sé 1 kg að það heiti þá í rauninni það að 1 standi fyrir 1000 og svo framvegis, eins og við séum að horfa vísindalega á stærðfræðina og um það hvernig við eigum að skilja kerfin sem gerð voru og sett til að læra eftir.

SÉRTÆKIR STÆRÐFRÆÐI- ÖRÐUGLEIKAR

Í ÞESSARI GREIN ER FJALLAÐ UM RANNSÓKN SEM UNNIN VAR Í TENGLUM VIÐ MEISTARA-PRÓFSVERKEFNI HÖFUNDAR ÞAR SEM RÆTT VAR VIÐ SEX NEMENDUR Á ALDRINUM SEXTÁN TIL TUTTUGU OG SJÖ ÁRA SEM GLÍMA VIÐ SÉRTÆKA STÆRÐFRÆÐIÖRÐUGLEIKA. TILGANGUR RANNSÓKNARINNAR VAR AÐ NÁ FRAM SJÓNARMÍÐUM UNGS FÓLKS, SEM GLÍMIR VIÐ SÉRTÆKA STÆRÐFRÆÐIÖRÐUGLEIKA, Á ÞÆTTI SEM HAFNA ÁHRIF Á LÍÐAN OG NÁMSFRAMVINDU ÞEIRRA.

Greinin er skrifuð með það markmið í huga að kennarar, foreldrar og aðrir sem málið varðar geti lesið sér til gagns og fróðleiks um efnið. Með auknum skilningi er líklegra að hægt sé að mæta betur þörfum þeirra nemenda sem eiga við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja. Stiklað er á stóru um stærðfræðinám, stærðfræðiörðugleika og líðan nemenda með námsörðugleika og niðurstöður rannsóknarinnar látnar njóta sín. Nánari fróðleik um framangreind atriði má finna í meistara-prófsritgerð höfundar (Hafdís Einarsdóttir, 2013) og í grein höfundar sem nýverið birtist í Glæðum (Hafdís Einarsdóttir, 2015).

eftir
HAFDÍSI EINARSDÓTTUR
kennara á unglingsstigi í Árskóla á Sauðárkróki



STÆRÐFRÆÐINÁM

Stærðfræðinám byggist á því að læra marga litla hluti sem síðar verða að einni stórrri heild og því þarf að vera ákveðin samfella í náminu (Chinn og Ashcroft, 1993). Til þess að nemendur nái tökum á námi sínu verður að gefa þeim nægan tíma og byggja námið á þeirri þekkingu sem þeir þegar búa yfir. Ýmsar forsendur þurfa að vera til staðar hjá nemendum svo þeir geti lært stærðfræði. Má þar nefna tengslahugsun, skilning á jafnaðarmerkinu, hæfni til að fylgja röð fyrir mæla og að yfirfæra reglur á

aðstæður hverju sinni (Carpenter, Franke og Levi, 2003; Vaidya, 2004).

Þeir nemendur sem eiga í erfiðleikum með stærðfræðinám eru ekki færir um að fylgja sínum aldurshópi í kunnáttu og færni í stærðfræði (Vaidya, 2004). Örðugleikar nemenda geta lýst sér á marga vegu og hafa ýmis hugtök verið notuð hér á landi til að lýsa stærðfræðiörðugleikum. Í þessari grein er talað um að nemendur eigi við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja. Þá er átt við þá nemendur sem eiga í mjög miklum örðugleikum vegna líffræðilegra ástæðna og líklegt er að erfiðleikarnir fylgi þeim alla tíð.

SÉRTÆKIR

STÆRÐFRÆÐIÖRÐUGLEIKAR

Rannsóknir hafa sýnt að hlutfall þeirra sem eiga við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja sé á bilinu 3,0-6,4% (Butterworth og Reigosa, 2007; Shalev, Auerbach, Manor og Gross-Tsur, 2000). Þessi hlutföll eru svipuð og hlutfall þeirra sem eru með ADHD og lesblindu (Geary og Hoard, 2005; Hallahan, Kauffman og Pullen, 2012). Hlutfall drengja og stúlkna sem eiga við námsörðugleika að etja eru 3:1.



Ástæður sértækra stærðfræðiörðugleika geta verið nokkrar; líffræði-, sálfræði-, kennslu-, og félagsfræðilegar. Helstu einkenni eru meðal annars óhefðbundnar vinnsluáferðir, slakt vinnslu-, skammtíma- og langtímaminni, slakur hugtaka-skilningur og speglun talna. Þá má nefna atriði eins og að eiga í erfiðleikum með að telja, vinna með peninga og að læra um tíma og áttir. Nemendur telja á fingrum sér, eiga í erfiðleikum með hugarreikning og hafa lítinn talnaskilning (Vaidya, 2004). Þá reynast orðadæmi þeim sérstaklega erfið, að muna mælieiningar og margt fleira (Butterworth og Yeo, 2004; Vaidya, 2004).

Sértækir stærðfræðiörðugleikar eru viðvarandi örðugleikar og eiga nemendur sem glíma við þá í flestum tilfellum við aðra örðugleika að etja. Samkvæmt rannsókn Basso, Caporali og Faglioni (2005) eru aðeins um fjórðungur nemenda sem eiga við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja sem ekki glíma við aðra örðugleika. Þá sýndi rannsókn Butterworth og Yeo (2004) að allt að 60% þeirra nemenda sem eiga við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja eigi einnig í erfiðleikum með lestur.

Sértækir stærðfræðiörðugleikar sjást ekki utan á nemendum og geta fylgt þeim í þó nokkurn tíma án þess að aðrir taki eftir þeim. Mikilvægt er að greina örðugleikana, en samkvæmt Ann Dowker (2005) á að vera hægt að greina þá strax við upphaf skólagöngu nemenda. Mismunandi skoðanir eru á greiningum nemenda þar sem að sumir telja

þær geta verið léttir fyrir nemendur og aðstandendur, á meðan aðrir telja þær neikvæðan stimpil á nemendur sem muni fylgja þeim alla tíð. Hér á landi eru víða lagðar fyrir skimanir í 3. - 6. bekk.

LÍÐAN NEMENDA SEM EIGA VIÐ SÉRTÆKA STÆRÐFRÆÐIÖRÐUGLEIKA AÐ ETJA

Líðan nemenda með sértæka stærðfræðiörðugleika er oft verri en þeirra sem gengur vel í námi. Endurtekin reynsla af því að vera lélegur og að geta lítið, setur mark sitt á sjálfsmynd þeirra og í framhaldinu minnkar löngun og hvati til náms. Nemendum finnst þeir oft vera misheppnaðir (Rodd, 2006), þeir hafa lítið sjálfstraust (Stage og Milne, 1996) og finna fyrir mun meiri streitu tengda námi sínu (Wenz-Gross og Siperstein, 1998). Þeir eru einnig í meiri áhættu en aðrir varðandi þunglyndi, einmana-leika og fleira (Hallahan o.fl., 2012) og glíma oft við félagslega erfiðleika (Hallahan o.fl., 2012; Wenz-Gross og Siperstein, 1998).

Nemendur sem eiga við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja upplifa oft skilningsleysi samnemenda og þeim finnst erfitt að sjá félagasína vinna sömu verkefni á miklu styttri tíma en þeir sjálfir gera (Stage og Milne, 1996). Þeir afsaka stundum stöðu sína með greiningum og þá kemur sér vel að greining á örðugleikunum hafi farið fram.

Sumum nemendum líður vel í litlum getuskiptum hópum þar sem einungis getuminni krökkum er kennt saman (Sigríður Einarsdóttir, 2003) á meðan öðrum líður mjög

illa í slíkum hópi og vilja fá að vera með bekknum (Boaler, Dylan og Brown, 2000; Rodd, 1996).

Þegar vanlíðan nemenda er orðin svo mikil að þeir hætta að ráða við hana myndast oft mikil reiði hjá þeim. Þessi reiði getur þróast út í andúð gagnvart stærðfræðinni (Butterworth og Yeo, 2004; Chinn, 2004).

MARKMIÐ OG ÞÁTTAKENDUR RANNSÓKNARINNAR

Markmið rannsóknarvinnu minnar var fyrst og fremst að öðlast skilning á þáttum sem hafa áhrif á líðan og námsgetu nemenda sem eiga við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja. Mér fannst ég sem kennari þurfa á sýn nemenda á skólagöngu sinni og hugmyndum að halda auk þess sem ég er sannfærð um að það geti einnig aðstoðað aðra kennara og foreldra.

Rætt var við sex ungmenni sem öll eiga við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja. Niðurstöður rannsóknarinnar voru greindar í fimm þemu. Hér að neðan kemur stutt lýsing á örðugleikum þátttakendanna og niðurstöður rannsóknarinnar.

Gísli var elstur þátttakendanna og var nýbyrjaður í námi að loknu tíu ára hléi. Örðugleikar hans byrjuðu í 7. bekk en hann gat ekki sagt til um ástæður þess. Þegar Gísli var í grunnskóla fékk hann aðlagað námsefni og tók ekki samræmd próf í 10. bekk. Hann taldi örðugleikana sem hann á við að etja vera að hluta til vegna þess að grunnþekkinguna vanti auk þess sem lestrarörðugleikar hrjá hann.

Gunnar, fimmtán ára, var að hefja nám í framhaldsskóla. Hann á við ýmsa örðugleika að etja og var til að mynda greindur með ADHD, minniserfiðleika og lesblindu. Gunnari fannst örðugleikar hans helst koma fram í erfiðleikum við að muna hvernig og hvaða aðferðum ætti að beita hverju sinni auk þess sem hann ruglaðist í orðadæmum. Móðir hans sagði hann með góða grunngreind en „Algebran bara of erfið, hann hefur ekki þroska í það“.

Jón var nítján ára. Hann var greindur með sértæka stærðfræðiörðugleika í þrígang á grunnskólageöngu sinni. Örðugleikarnir byrjuðu snemma og sagði hann meðal annars: „Í fyrsta bekk var einn plús einn jafnt og ellefu..., ..það var strax mikill munur á mér og hinum“. Auðveldur hugarreikningur vefst fyrir honum enn þann dag í dag og örðugleikarnir há honum í daglegu lífi. Örðugleikarnir sem Jón á við að etja höfðu seinkað honum í námi, sé miðað við fjögur ár til stúdentsprófs.

Margrét, átján ára, átti í miklum örðugleikum með stærðfræðinámi. Hún átti erfitt með að skilgreina örðugleikana en sagði meðal annars: „Bara skilja hvað ég á að gera..., ...um hvað var verið að biðja og hvað ég ætti að gera og hvernig ég ætti að gera það“. Margrét tók ekki samræmd próf í 10. bekk og var á eftir samnemendum sínum í stærðfræði frá upphafi. Hún rifjar upp atvik í 5. bekk og segir: „...þá áttum við að tvöfalda uppskrift og ég horfði bara á það og gat það ekki, og allir hinir bara ekkert mál og unnu þetta á tveimur

mínútum“. Að auki við stærðfræðiörðugleikana er Margrét greind með athyglisbrest og sagði það auka erfiðleikana í stærðfræði. Örðugleikarnir há henni mikið í daglegu lífi og á hún til að mynda erfitt með afgreiðslustörf.

Sigurður, tvítugur, á við örðugleika að etja sem eru nokkuð frábrugðnir örðugleikum hinna þátttakendanna. Hann átti til að mynda ekki í erfiðleikum með að læra á klukku, að reikna eða þróa talnaskilning. Auk þess há stærðfræðiörðugleikarnir honum ekki í daglegu lífi en hann tengir þá við athyglisbrest sem hann er greindur með og segir að taki hann ekki lyfin sín eigi hann í hinum mestu örðugleikum með stærðfræðinámi en að það gangi annars ágætlega. Hann ákvað að hætta á lyfjunum átján ára gamall og þar af leiðandi námi en án lyfjanna líður honum mun betur.

Svava á við örðugleika að etja í öllu námi. Hún var á öðru ári í framhaldsskóla, sautján ára. Örðugleikar hennar lýsa sér helst í lélegu vinnsluminni, litlum tengslaskilningi, lesblindu og að auki grunaði föður hennar og hana að færi hún í greiningu á stærðfræðiörðugleikum fengist hún greind með sértæka stærðfræðiörðugleika.

NIÐURSTÖÐUR RANNSÓKNAR SJÁLFSTRAUST OG LÍÐAN TENGD SAMNEMENDUM

Þátttakendurnir í rannsókninni áttu það flestir sameiginlegt að uppgötva ekki örðugleika sína fyrr en þó nokkuð var liðið á skólagöngu þeirra. Í framhaldi af því breyttist

afstaða þeirra gagnvart félagslegri stöðu innan hópsins. Þeim fannst þau sjálf vera heimsk og upplifðu einnig þá afstöðu frá samnemendum sínum. Jón sagði meðal annars að honum hafi þótt hann hafa verið „ógeðslega heimskur“ í langan tíma og hafi jafnframt hugsað að „sá sem kann ekki stærðfræði hlýtur að vera heimskur“. Hann sagði hins vegar að með tímanum hafi afstaða sín breyst og hann uppgötvað að það gæti enginn sagt að einhver væri heimskur þrátt fyrir að ná ekki færni í stærðfræði.

Margréti leið illa yfir sínum örðugleikum og leið eins og „Allir hinir krakkarnir fyndist ég skrytinn“. Hún taldi örðugleikana sem hún átti við að etja orsakast af eigin tregðu og að þeir væru henni að kenna. Gunnar leið ekki fyrir sína örðugleika en rifjaði þó upp einn vetur þar sem hann hafði fengið sérstakan kennara fyrir sig en þá upplifði hann sérstöðu sína í bekknum.

Gísli lenti í einelti á grunnskólageöngu sinni, meðal annars vegna námsörðugleikanna. Honum leið illa yfir örðugleikum sínum þegar hann var yngri, en í dag er hann búinn að sjá að hann hefur hæfileika á öðrum sviðum. Hann segir meðal annars: „Ég er mjög stoltur af að vera með dyslexíu og stærðfræðiblindu, ég á til dæmis auðveldara með að sjá fyrir mér hlutina..., ...mér finnst það frábær hæfileiki“.

Svövu leið aldrei illa í grunnskólanum en sagðist sakna bekkjarkerfisins eftir að hún fór í fjölbrautaskóla. Hún fann fyrir óöryggi í síbreytilegum hópum en ekkert



óyfirstíganlegt. Hún fann hins vegar fyrir afbrýðisemi í sinn garð í grunnskóla og sagði meðal annars að sumum samnemendum sínum hafi fundist skrytið að aðrir fengju meiri aðstoð og fengju að fara annað í tímum.

Sammerkt var hjá þátttakendum rannsóknarinnar að þeir voru lítið fyrir hópavinnu. Þeim fannst þeir hafa lítið til málanna að leggja og Margrét sagði til að mynda: „Ég var bara með..., ég veit kannski ekkert hvað ég gerði mikið í þessum verkefnum“. Gísli sagðist muna eftir einu verkefni þar sem hann gerði verklega hlutann en hópfélaginn bóklega.

Jóni leið mjög illa í hópavinnu og hafði þetta að segja:

Jú, ég reyndi að segja eins lítið og ég gat. Ég bara var þarna og ef einhver spurði mig þá sagði ég bara já. Bara gerð þetta svona og ef ég fékk einhver verkefni var ég alltaf mjög kvíðinn yfir því að ég myndi klúðra því og það endaði alltaf með því að ég gerði það. Svo endaði þetta bara alltaf með því að það var sagt „gerðu þetta bara fyrir Jón“.

Námsaðferðir og líðan tengd hópum

Þátttakendurnir höfðu flestir ákveðnar skoðanir á því hvaða námsaðferðir hentuðu þeim. Margrét sagðist til að mynda læra best þegar systir hennar sæti henni við hlið og hjálpaði henni og Jón sagðist læra best þegar hann færi í aukatíma til konu í bænum. Jón og Margrét áttu það einnig sammerkt að hafa slæma reynslu af hópaskiptingum innan bekkjarins. Með hópaskiptingum innan bekkjarins er átt

við sérkennsluhópa, getuskipta hópa og almenna kennsluhópa.

Margrét brast í grát þegar hún rifjaði upp reynslu sína af getuskipta hópnum sem hún var sett í og átti mjög erfitt það sem eftir var af viðtalinu. Hún lýsir sinni reynslu á þennan hátt:

Nei, mér leið frekar illa, það voru allt krakkar sem voru, þú veist, einn var einhverfur, annar með einhvern sjúkdóm og er svona eftirá og mér leið bara eins og ég væri bara, og mér leið bara eins og ég væri bara, ógeðslega illa, með þessum krökkum sem eru, ég á ekkert að vera með svona krökkum í hópi, þá leið mér bara eins og ég væri bara..., ...mér fannst alltaf leiðinlegt, af hverju ég?, af hverju bara ég?, en ekki einhver annar. Af hverju þurfti ég að leggja tvöfalt á mig en ekki hinir? En ég hefði alveg tekið vel í að vera í hópi sem áttu í sömu erfiðleikum og ég.

Jón var, líkt og Margrét, í miklum ham þegar kom að umræðunni um getuskipta hópa. Hann átti slæmar minningar frá skólagöngunni.

Einhvern tímann var ég og tveir aðrir strákar kallaðir bara tveir í svona sérkennslu og það vildu allir fá að vita hvað við vorum að gera. Og við fengum einhver svona hefti sem voru með auðveldari stærðfræði. Þegar maður er kominn í eitthvað þannig að þú þarft að fá sérðæmi og þarft að vera í einhverri sérstofu og þið eruð kannski bara tveir og svo koma allir hinir og spyrja: „Hvað voruð þið að gera á meðan við vorum í stærðfræði?“ „Við vorum líka í stærðfræði“ „Hvernig dæmi voruð þið með?“ „Alveg eins og þið“ og það er auðvitað ekkert satt.

Jón sagði að ef hann hefði vitað tilganginn með því að fara í smærri getuskiptan hóp hefði hann kannski sætt sig betur við það.

Gísli, Sigurður, Svava og Gunnar höfðu jákvæða reynslu af minni stuðningshópu (sérkennsluhópum). Þau sögðu til að mynda að kostir smærri hópa væru til dæmis þeir að kennarinn hefði meiri tíma til að aðstoða hvern og einn, næði til að einbeita sér væri meira, kennarinn næði að halda betur utan um hópinn, stuðningskennarar sýndu alla jafna hlýju og skilning, auðveldara væri að biðja um aðstoð og að nemendur væru á svipuðu reki getulega og því þyrðu þeir frekar að tala yfir hópinn. Gísli bætti því við að reynsla sín af því að vera nemandi í stórum blönduðum hópi væri sú að kennarinn þræddi jafnvel fram hjá þeim sem áttu í vandræðum.

Hvað varðar hjálpargögn í námi höfðu þátttakendur nokkuð mismunandi skoðanir. Svövu fannst til dæmis gott að hlusta á tónlist og fannst gaman að vinna með brota-spjöld, talnalínur og kubba þegar hún var yngri. Gunnar taldi slík hjálpargögn ekki hafa hjálpað sér í námi en sagði vasareikninn góðan. Jón hafði sömu sögu að segja hvað varðar vasareikninn og taldi kubba í reikningi einnig hafa hjálpað sér mikið.

Aðlagð námsefni bar á góma í viðtölunum og voru skoðanir þátttakenda misjafnar hvað það varðar. Hjá Svövu var það forsenda þess að hún næði upp sjálfstrausti og vinnusmi í tímum, hjá Gunnari skapaði það vanlíðan og hann sagði meðal annars: „Mig langar nú að vera í sama námsefni og hinir, það er ekkert gaman að vera með eitthvað sér“. Hann sagði samt sem áður líka að auðveldara námsefni hafi hjálpað honum að ná upp grunni í

stærðfræði og að hann sæi ekki eftir því. Jóni fannst ágætt að fá stundum auðveldara námsefni og Gísli var sannfærður um að sér hefði þótt gott að fá auðveldara námsefni að hluta til en að fylgja bekknum að hluta.

Námsaðferðir þátttakenda voru líka ræddar og var ákveðinn rauður þráður í svörum þátttakenda; þeim fannst gott að fá sýnidæmi og fá svo nokkur dæmi sem voru eins og sýnidæmið til að reikna. Gunnar sagði meðal annars: „Maður þarf bara að fá aðferðina og svo getur maður haldið áfram. Svo man maður þetta miklu lengur ef maður fær aðferðina“.

Líðan tengd kennurum og prófum

Flestir þátttakendanna áttu það sameiginlegt að vera ýmist með prófkvíða eða að lokast í prófum eins og þeir orðuðu það. Þeir sáu svart, gleymdu öllu, svitnuðu og fleira til. Hér að neðan eru nokkrar lýsingar á líðan þeirra í prófum:

Í prófum þá gerist aldrei neitt, ég man ekki það sem ég er að fara að gera og allt sem ég tengist. Það er ekki þarna sem ég var að læra. Það gengur vel og maður eitthvað svona, já ég get þetta og svo allt í einu er bara dregið fyrir, og maður ruglaðist einhvers staðar á miðri leið og þá er dæmið bara ónýtt. Og þá þarf maður að byrja uppá nýtt og þá byrja ég að efast um það sem ég kann og þá fer ég bara svona... og þá gerist það sama, það er bara allt svart og ég veit ekkert hvað ég á að gera..., svo er ég svo pirraður, og segi við sjálfan mig, nú stend ég upp og er farinn..., ...þá eru hendurnar farnar að skjálfa og mér líður eins og ég sé að fá taugaáfall og mig langar til að öskra. (Jón)

Ég væri til í svona áfanga þar sem ég þarf ekki að taka próf af því að ég stressast svo upp í prófum og ég bara get ekki neitt og bara hugsa eins og ég hafi aldrei séð þetta, og aldrei lært þetta, og svo bara liggur við að ég brotni niður í þeim. (Margrét)

Sko í framhaldsskólanum er þetta kannski meira stress, það er kannski meira að ná hlutunum þarna, fimma eða fall, og það er stressandi. (Sigurður)

En svo þegar ég bara kom inn í prófið þá gleymdi ég öllu, útaf þessum prófkvíða. Ég hef lent í því að vera að læra fyrir próf, eitthvað eitt atriði sem ég ætla að muna og legg mikla áherslu á, um leið og ég labba inn í stofuna þá er ég búinn að gleyma því. (Gísli)

Þátttakendurnir höfðu jafnframt ýmsar hugmyndir um hvað þeim myndi henta best hverju sinni. Meðal hugmynda þeirra voru að fá að fara í próf kl. 14 svo að hægt væri að læra um morguninn, hafa símat, fá aukna aðstoð fyrir próf, kaflaskipt próf, aukinn tíma í prófum, stærra letur og fleira.

Þeir höfðu flestir góða sögu að segja um kennarana sem þeir höfðu haft á skólagöngu sinni. Þeir upplifðu oftast skilning kennara á örðugleikunum sem þeir áttu við að etja en þegar í framhaldsskólann var komið fór sá skilningur dvínandi. Þar var námið minna persónulegt og meiri kröfur eru lagðar á nemendur.

Jón, Margrét og Svava töluðu öll um að þekking kennara til að takast á við nemendur sem eiga við sér-tæka stærðfræðiörðugleika að etja væri ekki nægileg og sagði Jón

meðal annars að „Grunnskólinn vissi eftir greiningarnar þrjár að ég væri með stærðfræðiörðugleika en vissu ekkert hvað átti að gera“. Þá sagði Margrét að hún teldi kennarann ekki hafa nægilegan skilning á því að sumir hreinlega gætu ekki skilið námsefnið. Hún nefndi að skýringin gæti jafnvel verið sú að hann væri búinn að kenna efnið of lengi.

Gísli og móðir Svövu nefndu bæði hversu mikilvægt væri fyrir nemendur að fá hrós frá kennurum. Gísli fann ekki fyrir stuðningi fyrr en í 10. bekk grunnskóla þegar um-sjónarkennarinn hans fór að vera með sérkennslutímama. Hann talaði um að kennsluáðferðir kennara og hæfni þeirra skipti máli hvað varðar árangur nemenda en þegar öllu væri á botninn hvolft þá byrjaði árangur að nást þegar „maður hugsaði þetta fyrir sjálfan sig, þetta þarf að snúast um að maður gerir þetta fyrir sig“. Móðir Svövu sagði að hrós unglingastigskennarans hefði skilað sér í bættri líðan Svövu og Svava sagði að þolinmæði kennara væri mjög mikilvæg.

Jóni þótti aftur á móti lítið koma til þess þegar kennararnir hrósuðu honum, hann tók því sem þeir væru bara að hughreysta hann vegna örðugleikanna en hefðu jafnframt enga trú á því að hann gæti leyst þau dæmi sem voru sett upp.

Líðan tengd fjölskyldu og heimanámi

Þátttakendurnir áttu það allir sameiginlegt að eiga erfitt með heimanám en það var ekki algilt að þeir gætu fengið aðstoð heima fyrir.



Gísli gat fengið aðstoð ef hann fór í heimsókn í sveitina til ættingja, annars ekki, Jón gat fengið aðstoð þegar faðir hans var heima, Gunnar og Margrét gátu fengið stuðning frá systkinum sínum, Svava hafði engan stuðning heima fyrir og Sigurður kvaðst ekki hafa þurft á stuðningi að halda. Þeir áttu í erfiðleikum með að setjast niður til að reikna og vissu vel af vanmætti sínum gagnvart faginu. Margir sögðust hafa gert margt til að ná að komast undan heimavinnunni, meðal annars vegna þess að þrjú dæmi gátu tekið heilan klukkutíma. Svövu fannst heimanámið erfitt og lýsti líðan sinni gagnvart því á þennan veg:

Erfitt, eins og mér finnst bara heimanám, þú veist það geta ekkert allir bara gert það, það geta ekkert bara allir heima þú veist hjálpað... og síðan kemur maður ekki með neitt heimanám af því maður gat ekkert gert það og þá er maður skammaður fyrir það eða eitthvað. Maður fær kannski upplýsingar en maður skilur það bara ekkert, eins og yfirleitt þegar ég er að gera heimanámið í stærðfræði og þannig, þá sit ég bara í rúminu eða eitthvað, og kannski þá gefst ég bara upp.

Þátttakendurnir upplifðu misjöfn viðhorf fjölskyldunnar gagnvart örðugleikunum sem þeir áttu við að etja en flestir þeirra höfðu einungis jákvæða upplifun. Jón sagði frá viðhorfi föður síns:

Pabbi er sko með meistaragráðu í rafvirkjun þannig að hann er dálítið góður í stærðfræði en líka með allt aðrar aðferðir. Ég hef einu sinni setið með honum heima þar sem hann var að kenna mér algebru og hann sat yfir mér og hann vissi

svarið og ég var ekki að sjá það og svo hallaði hann sér aftur á stólnum, setti hendurnar aftur fyrir haus og sagði „Jón, ég hef allan heimsins tíma“ eins yfirvegað og hann gat en samt svona „þú ert heimskur“. Ég man bara að mér leið ógeðslega illa yfir því af því að þá hugsaði ég: Pabbi minn er alveg ógeðslega gáfaður og ég get ekki neitt og þá eiginlega hætti ég að vilja læra í stærðfræði bara almennt..., ...ég hefði aldrei búist við því að pabbi myndi gefa það í skyn að maður væri vitlaus.

Eftir að þetta atvik átti sér stað hætti Jón að leita eftir aðstoð frá föður sínum.

Gunnari leið aldrei illa vegna álits fjölskyldunnar á erfiðleikunum. Hann sagði móður sína styðja sig mjög vel og sýna sér góðan skilning. Móðir hans sagði jafnframt:

Ég hef ekki pressað hann mikið og kannski þess vegna líður honum ekki illa yfir þessu. Ég hef samt verið óánægð með að hann er að hanga í tölvunni og segi honum oft að læra en hef ekki rekið eftir honum. Ég held að þetta sé ástæðan fyrir því að hann hefur aldrei liðið kvalir fyrir þetta.

Svövu var sýndur skilningur á námsörðugleikunum heima fyrir en hún sagðist þó stundum finna fyrir smá óþolinmæði. Sömu sögu er að segja um Margréti en hún taldi foreldra sína skilja vandamálið sem hún á við að etja.

Framtíð nemenda

Þátttakendurnir höfðu allir velt framtíð sinni fyrir sér. Nokkrir þeirra voru í mikilli óvissu um nám sitt vegna sértæku stærðfræði-örðugleikanna en aðrir höfðu fengið

úrlausn mála sinna. Gunnar var í besta jafnvægi hvað framtíðina varðar. Hann ætlaði sér í nám þar sem reynir mikið á stærðfræðina og sagði að félagar sínir segðu að það væri mjög erfitt. Spurður að því hvort hann hafi einhvern tíma verið við það að gefast upp í stærðfræðinámi sínu svaraði hann: „Oft verið þreyttur á þessu og svona en ekki algjöra uppgjöf“. Hann sagðist kvíða því aðeins að fara í áfangana í framhaldsskólanum þar sem ekkert dugar nema 5 í einkunn eða hærra. Mestu áhrifavaldana á námsárangur Gunnars sagði móðir hans vera eftirfarandi:

Sko, þegar hann fór í minni hóp hjá þá fór eitthvað að gerast. Ég tel það vera mjög gott að sérhæfa kennara, setja rétta kennarann í þetta. Það er ekkert fyrir alla að kenna. Mér fannst hann vera að fá réttan skammt í vetur.

Svarið hjá Sigurði, aðspurður hvort hann ætlaði aftur í skóla, var stutt og hnitmiðað. Hann sagði: „Ég er hættur for good“. Þegar rannsakandi spurði hann hvað hann teldi skipta mestu máli þegar kæmi að árangri hjá honum ef hann myndi snúa aftur í skólann sagði hann að framlag sitt myndi vera stærsti þáttur námsárangurs.

Margrét var strax farin að hafa áhyggjur af því að hún muni ekki ná að ljúka framhaldsskólanum. Hún hefur sætt sig við örðugleikana upp að vissu marki og sagði meðal annars:

Já, maður er ekki heimskur, ömurlegur eða neitt þó maður kunni ekki stærðfræði, eða nái ekki að læra hana en ég útaf þessum

erfiðleikum, þá er ég skíthrædd um að ná ekki að klára skólann, útaf því að þú veist, það er svo mikil stærðfræði og ég á ekki í erfiðleikum með neitt annað sko.

Hún er hrædd um að ná ekki að útskrifast en hefur komist að því að hún er ekki ein í þeim sporum sem hún stendur í.

Jón var mjög ósáttur við stöðuna eins og hún var. Hann sá fram á að sækja um undanþágu en hafði ekki fundið samstarfsvilja meðal stjórnenda skólans. Hann sagði meðal annars:

Í fjölbrautinni var það þannig að þau voru ekki alveg að kaupa það að ég ætti við svona stærðfræðileysblindu og já..., ...ég þarf að reyna og reyna... svo fóru þau að segja mér hryllingssögur að þegar ég myndi vilja koma seinna þá væru allir svo ungir og ég svo gamall og voru eitthvað að hræða mig við að geyma stærðfræðina.

Hann var hættur að álíta sig heimskan og búinn að átta sig á að enginn er góður í öllu og allir eru góðir í einhverju. Stærðfræði-örðugleikarnir seinkuðu útskrift hjá Jóni og sagðist hann vera frekar súr vegna þess.

Svava horfði ekki mikið til framtíðar og virtist bara taka eitt skref í einu. Henni fannst stærðfræðin þyngjast með hverri vikunni og var ekki viss hvort hún myndi ná áfanganum sem hún var í þegar viðtalið var tekið. Hún hafði samt ákveðnar skoðanir um nám sitt og sagðist vita hvað hún þyrfti að gera til að ná árangri:

Held að það hjálpi kannski ekkert að vera í auðveldara efni... Vera bara duglegri, gera meira í þessu og reyna meira, eins og að gefast ekki upp jafn auðveldlega, ef ég næ ekki einhverju þá kannski bara gefst ég bara upp... hef kannski mátt reyna meira hingað til.

Móðir hennar hefði viljað sjá námið meira einstaklingsmiðað og að gripið hefði verið inn í fyrr, til dæmis með auðveldara námsefni.

Gísli var ákveðinn í að láta nám sitt ganga upp og ætlaði að kosta kapps um að gera allt sem hann gæti til að ná árangri og var nokkuð viss um að það muni takast. Hann sagðist vera stoltur af örðugleikum sínum og að þeir hafi fært honum fleiri gjafir en vandræði.

SAMANTEKT

Hér að ofan kemur berlega í ljós að nemendurnir hafa allir liðið fyrir örðugleika sína og eru með skerta sjálfsmýnd vegna þeirra á einhverjum tímamarki skólagöngu sinnar. Af ofangreindu má einnig sjá að nemendur hafa sterkar skoðanir á hinum ýmsu þáttum er varða skólagöngu þeirra og benda á ýmsa hluti sem betur mættu fara. Nemendum finnst til að mynda að kennararnir skipti mjög miklu máli og mikilvægt að þeir nái sambandi við nemendurna. Þeir vilja fá að ráða meiru og hafa enn meiri áhrif á þær ákvarðanir sem teknar eru varðandi kennslufyrirkomulag og val á námsefni. Stuðningur foreldra er mikilvægur eins og sjá má hjá Jóni því að honum finnst heimurinn hrynja endanlega þegar hann missir stuðning og trú föður síns.

Sumum finnst hæfni kennara skipta höfuðmáli en aðrir telja það vera sín eigin ástundun. En þá snýr spurningin að því hvað er góður kennari? Þeir þátttakendur sem tjáðu sig um það sögðu meðal annars að góður kennari væri skemmtilegur, félagi nemendanna (ég skildi þetta sem umhyggjusamur og til í að spjalla við nemendur um annað en námið) og þyrfti að gefa hverjum nemanda fyrir sig svigrúm til að nota sínar eigin aðferðir við lausn dæma. Einnig mátti lesa út úr viðtölunum mikilvægi þess að kennarinn væri styðjandi jafnt sem hvetjandi og að ákveðið jafnvægi þyrfti að nást þar á milli.

Stuðningur heimilis við nemendur virðist mikilvægur og sagði Gísli til dæmis að hann hefði tvímælalaust náð betri árangri hefði einhver stuðningur verið fyrir hendi heima hjá honum. Jón sagðist hafa viljað hafa stöðugan stuðning heima fyrir og Svava sagði að erfitt væri að geta ekki lært heima um helgar vegna stuðningsleysis og svo mætti halda áfram. Því má ætla að mikilvægt sé að einhver stuðningur sé fyrir hendi heima hjá nemendum og að skólakerfið verði að leggja foreldrum lið í að veita þeim stuðning. Sé ég þá fyrir mér einhvers konar stuðningsver í skólanum þar sem nemendur gætu leitað sér aðstoðar þegar þeir þyrftu á að halda.

Sjálfsstraust og sjálfsmýnd þátttakendanna var mjög brotin. Ekki er hægt að alhæfa út frá niðurstöðum mínum en líklegt þykir að þær endurspegli líðan margra



nemenda sem eiga við nám-sörðugleika að etja. Mikilvægt er að vinna með nemendum í tengslum við sjálftraust þeirra og virðingu gagnvart sjálfum sér. Slæmt er að þeir álíti sig heimska, ungir að árum, vegna örðugleika sem þeir geta ekki stjórnað.

Þátttakendunum fannst öllum betra að læra í minni getuskriptum hópum en þeir máttu ekki vera of litlir eða of einsleitir. Ef nemendur fengu tækifæri til að læra með jafningjum sínum og fengu aukna aðstoð frá kennara í stuðningskennslu sem þeir voru settir í, virtust þeir ánægðir: ánægðari en í stórum getublönduðum hópum þar sem þeir voru meðal bekkjarfélaga sinna og þar sem stuðningskennari er til viðbótar við fagkennara.

Þegar öllu er á botninn hvolft virðist það vera virðing, umhyggja og lýðræði sem færir þátttakendum mínum vellíðan í skólanum. Vellíðan nemenda skiptir svo sköpum þegar tekið er tillit til námsárangurs þeirra og því ánægðari sem þeir eru í skólanum, þeim mun meiri áhuga hafa þeir á að leggja sig fram til að ná árangri í námi. Það er í höndum skóla-kerfisins og foreldra að gera nám nemenda sem bærilegast og árangursríkast. Foreldrar þurfa að vera styðjandi við börn sín og sýna þeim skilning á örðugleikunum sem þeir eiga við að etja og kennarar þurfa að leggja sig fram um að mæta hverjum nemanda á sínum forsendum.

Höfundur

Hafðis Einarsdóttir er kennari á unglíngastigi í Árskóla á Sauðárkróki. Hafðis lauk M.Ed. gráðu í uppeldis- og menntunarfræðum með áherslu á sérkennslufræði í febrúar árið 2013.

Heimildir

- Basso, A., Caporali, A. og Faglioni, P. (2005). Spontaneous recovery from acalculia. *Journal of the International Neuropsychological Society*, 11(1), 99-107.
- Boaler, J., Dylan, W. og Brown, M. (2000). Students' experiences of ability grouping - disaffection, polarisation and the construction of failure. *British Educational Research Journal*, 26(5), 631-648.
- Butterworth, B. og Reigosa, V. (2007). Information processing deficits in dyscalculia. Í D. B. Berch og M. M. M. Mazzocco (ritstj.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities* (bls. 65-82). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.
- Butterworth, B. og Yeo, D. (2004). *Dyscalculia guidance: Helping pupils with specific learning difficulties in maths*. London: nferNelson Publishing Company Limited.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L. og Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth: Heinemann.
- Chinn, S. (2004). *The trouble with maths: A practical guide to helping learners with numeracy difficulties*. New York: RoutledgeFalmer.
- Chinn, S. J. og Ashcroft, J. R. (1993). *Mathematics for dyslexics: A teaching handbook*. London: Whurr Publishers Ltd.
- Dowker, A. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 324-332.
- Geary, D. C. og Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. Í J. I. D. Campbell (ritstj.), *Handbook of mathematical cognition* (bls. 253-267). New York: Psychology Press.
- Hafðis Einarsdóttir. (2013). *Sá sem kann ekki stærðfræði hlýtur að vera heimskur. Þættir sem hafa áhrif á námsárangur og líðan nemenda með sértæka stærðfræðiörðugleika*. Reykjavík: Háskólaprent. Sótt 6. janúar 2015 af <http://skemman.is/item/view/1946/14124;jsessionid=9E2FA9E56C8E7D38C5F30DFA256A732C>.

- Hafðis Einarsdóttir. (2015). Líðan nemenda sem eiga við sértæka stærðfræðiörðugleika að etja. *Glæður* 25 (1), 71-82.
- Hallahan, D. P., Kauffman, J. M. og Pullen, P. C. (2012). *Exceptional learners: An introduction to special education* (12. útgáfa). Boston: Pearson Education, Inc.
- Rodd, M. (2006). Commentary: Mathematics, emotion and special needs. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 227-234.
- Shalev, R. S., Auerbach, J., Manor, O. og Gross-Tsur, V. (2000). Developmental dyscalculia: Prevalence and prognosis. *European Child and Adolescent Psychiatry*, 9(2), 58-64.
- Sigríður Einarsdóttir. (2003). Að vera í sérdeild: Átján fyrrum nemendur lýsa reynslu sinni. Í Rannveig Traustadóttir (ritstj.), *Fötlunarfæði* (bls. 112-130). Reykjavík: Háskólaútgáfan.
- Stage, F. K. og Milne, N. V. (1996). Invisible scholars: Students with learning disabilities. *The Journal of Higher Education*, 67(4), 426-445.
- Vaidya, S. R. (2004). Understanding dyscalculia for teaching. *Education*, 124 (4), 717-720.
- Wenz-Gross, M. og Siperstein, G. N. (1998). Students with learning problems at risk in middle school: Stress, social support and adjustment. *Exceptional Children*, 65(1), 91-100.

„Þau eru nýkomin úr sumarfríi og finnst þau ekkert kunna ...“

- VIÐHORF STARFANDI KENNARA TIL SAMRÆMDRA PRÓFA Í STÆRÐFRÆÐI

eftir
ELFU RUT SÆMUNSDÓTTUR
grunnskólakennara í Hraunvallaskóla

Í MEISTARAPRÓFSVERKEFNI MÍNU (2015) SEM BER SAMA TITIL OG GREININ SKOÐAÐI ÉG VIÐHORF STARFANDI STÆRÐFRÆÐIKENNARA Á UNGLINGASTIGI TIL SAMRÆMDRA PRÓFA Í STÆRÐFRÆÐI. STUTT ER SÍÐAN SAMRÆMDUM PRÓFUM VAR BREYTT FRÁ ÞVÍ AÐ VERA LOKAPRÓF YFIR Í AÐ VERA KÖNNUNARPRÓF OG FANNST MÉR BÆÐI ÁHUGAVERT OG MIKILVÆGT AÐ SKOÐA HVERT VIÐHORF STARFANDI KENNARA VÆRI TIL SAMRÆMDRA PRÓFA BÆÐI SEM LOKAPRÓFA OG KÖNNUNARPRÓFA. TEKIN VORU HÁLF OPIN VIÐTÖL VIÐ SEX STARFANDI KENNARA Á UNGLINGASTIGI. KENNAARNIR STÖRFUÐU ALLIR Á HÖFUÐBORGARSVÆÐINU EN HÖFÐU MISLANGA REYNSLU AF KENNSLU. Í ÞESSARI GREIN ER FARIÐ YFIR HELSTU NIÐURSTÖÐUR RANNSÓKNARINNAR. EKKI ER HÆGT AÐ ALHÆFA ÚT FRÁ ÞEIM EN ÞESS Í STAÐ ER ÞEIM ÆTLAÐ AÐ DÝPKA SKILNING Á EFNINU.

SAMRÆMD PRÓF

Samræmd próf eiga sér langa sögu á Íslandi en fyrstu samræmdu prófin hér á landi voru lögð fyrir árið 1929 (Ólafur J. Proppé, 1999). Árið 1977 voru samræmd lokapróf úr barnaskóla og landspróf sameinuð í eitt próf sem þjónaði bæði sem lokapróf úr grunnskóla og inngöngupróf í framhaldsskóla. Þessi samræmdu próf voru svo haldin með svipuðu sniði frá 1977 allt til ársins 2009. En að hausti 2009 voru fyrstu samræmdu könnunarprófin lögð fyrir nemendum í 10. bekk.

Í reglugerð um fyrirkomulag og framkvæmd samræmdra lokaprófa í 10. bekk í grunnskólum frá árinu 2000 (nr. 414) var fjallað um fjórþættan tilgang sam-

ræmdra prófa sem lögð voru fyrir við lok 10. bekkjar. Þar stendur að samræmd próf eigi að veita nemendum, forráðamönnum þeirra og skólum upplýsingar um stöðu og námsframvindu nemenda. Þau eiga að greina hvort námsmarkmiðum sem sett eru fram í aðalnámsskrá hafi verið náð og gera samanburð við aðra skóla mögulegan. Að auki áttu prófin að vera viðmið fyrir inntöku nemenda í framhaldsskóla.

Tilgangur samræmdra könnunarprófa er sá sami og tilgangur samræmdra lokaprófa að undanskildu því að í stað þess að prófin eigi að vera viðmið fyrir inntöku nemenda á mismunandi námsbrautir í framhaldsskóla eiga þau að vera leiðbeinandi um áherslur í kennslu fyrir einstaka nemendur (reglugerð um fyrirkomulag og framkvæmd samræmdra könnunarprófa í 4., 7. og 10. bekk grunnskóla nr. 435/2009).

NIÐURSTÖÐUR RANNSÓKNARINNAR

Flestir viðmælenda voru sammála um að tilgangur samræmdra prófa væri að meta stöðu nemenda og gera mögulegt að bera saman getu þeirra við getu annarra nemenda á landsvísi. Einnig kom fram að prófin væru mælitæki fyrir skólann svo hægt væri að sjá hvort farið væri í alla námsþætti og hversu vel það væri gert. Kennararnir sem rætt var við nefndu einnig að óþarft væri að birta niðurstöður í fjölmiðlum. Fram kom að kostur við samræmd könnunarpróf væri að þau væru samin af utanaðkomandi aðila og þau væru marktækari en önnur próf. Ástæða þess þarf ekki að vera að námsmat kennara sé illa hannað eða gefi ekki mikilvægar upplýsingar um námsárangur nemenda heldur að ekki er unnt að bera saman einkunnir nemenda úr slíku námsmati við aðra nemendur (Seifert og Sutton, 2009). Þær kröfur sem gerðar eru til nemenda eru svo



misjafnar að erfitt er að meta út frá einkunnum nemenda við lok grunnskóla hvaða nemendur hafi skarað fram úr og búi yfir mikilli stærðfræðilegri hæfni.

Tímasetning prófanna var eins og rauður þráður í gegnum viðtölin. Mikil óánægja var með tíma- setninguna þar sem kennararnir töldu niðurstöður prófanna berast of seint til að hægt væri að nýta þær sem skyldi. Einn kennaranna vildi að samræmd próf yrðu aftur lokapróf eins og áður svo nemendur sæju tilgang með prófunum. Meirihluti kennaranna sem rætt var við vildu þó færa samræmd próf til loka 9. bekkjar.

Einkunnaverðbólga virðist vera í grunnskólum landsins og námsmat sem liggur að baki loka- einkunnum nemenda á milli skóla er oft ólíkt. Einkunnin 7 í einum skóla er ekki endilega sambærileg við 7 úr öðrum skóla. Fjallað hefur verið um þetta í fjölmiðlum undanfarið og Verzlunarskóli Íslands hefur einmitt sett út á að lokaeinkunnir nemenda hafi hækkað eftir að samræmdum lokaprófum var hætt og tekin upp könnunarpróf að hausti í þeirra stað. Í frétt Verzlunarskóla Íslands (2015) segir að einkunnir nemenda hafi hækkað síðan samræmdum lokaprófum var hætt þrátt fyrir að námsgeta þeirra hafi ekki aukist. Telja má líkur á því að ástæða þess sé krafa nemenda og foreldra þeirra til kennara um að nemendur útskrifist með háar einkunnir svo þeir komist að í þeim skólum sem þeir stefna að. Hvergi eru reglur um það hvernig meta skuli hæfni nemenda við lok grunnskóla og eru því misjafnlega miklar kröfur gerðar til nemenda. Erfitt getur þá verið fyrir framhaldsskólana að meta hverjir eigi að komast að þegar umsækjendur eru mun fleiri en laus pláss.

Niðurstöður samræmdra prófa eru að sögn við- mælenda notaðar til að bera saman við einkunnir nemenda úr öðrum verkefnum og prófum og ósam- ræmi skoðað sérstaklega. Viðmælendur sögðu niður- stöður prófanna sjaldnast koma á óvart þar sem þeir hefðu góða yfirsýn yfir námsgetu nemenda sinna. Þrátt fyrir ólíkar skoðanir kennaranna voru þeir sammála um að þeir vildu ekki leggja niður samræmd próf. Þátttakendum rannsóknarinnar þótti mikilvægt að fá utanaðkomandi mælitæki. Kröfur til nemenda væru mjög misjafnar milli skóla og niðurstöður samræmdra prófa væru því marktækari. Samræmd próf þóttu

einnig vera gott mælitæki fyrir skólann. Þegar spurt var hvort nýta mætti samræmd próf sem hluta af leiðsagnarmati sögðu einhverjir að hægt væri að nýta þau sem leiðsagnarmat svo lengi sem þau væru nýtt með öðru námsmati.

Einn kennari nefndi einnig að undirbúningur prófanna mætti hæglega túlka sem leiðsagnarmat. Undir- búningur fyrir prófin felst að miklu leyti í því að reikna gömul próf og fá nemendur endurgjöf frá kennara í því ferli. Ég er sammála því að undirbúningur fyrir prófin mætti skilgreina sem leiðsagnarmat en mín skoðun er að finna þurfi leið til þess að meta út- reikninga nemenda á samræmdum könnunarprófum þar sem erfitt getur verið að átta sig á því hvers eðlis villa er ef einungis er merkt við rétt svar án frekari út- skýringa.

Mér fannst merkilegt að þeir kennarar sem rætt var við í þessari rannsókn voru sammála um að eitthvert sam- ræmt mat þyrfti að vera á námsframvindu nemenda þó að flestir þeirra vildu ekki fá samræmd lokapróf aftur í sömu mynd og þau voru áður. Þrátt fyrir það voru þeir flestir sammála um að núverandi tímasetning þeirra væri ekki góð.

Ég tel mjög mikilvægt að eitthvert samræmt námsmat sé til vegna þess hve mismunandi kröfur það eru sem skólarnir gera til nemenda. Þrátt fyrir það er ég ekki sannfærð um að núverandi framkvæmd prófanna sé sú skilvirkasta. Því tel ég mikilvægt að frekari rannsóknir á viðhorfum kennara til samræmdra prófa séu gerðar. Einnig tel ég að rannsaka þyrfti viðhorf annarra hags- munaaðila til samræmdra prófa.

Heimildir

- Elfa Rut Sæmundsdóttir. (2015). „Þau eru nýkomin úr sumarfrí og finnst þau ekkert kunna“ *Viðhorf starfandi kennara til samræmdra prófa í stærðfræði* (óútgefin meistaratitgerð). Reykjavík: Háskóli Íslands.
- Ólafur J. Proppé. (1999). Þróun samræmdra prófa í íslenskum skólum frá 1880 til 1977. Í Helgi Skúli Kjartansson, Hrafn- hildur Ragnarsdóttir, Kristín Indriðadóttir og Ólafur J. Proppé (ritstjórar), *Steinar í vörðu* (bls. 61–90). Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.
- Reglugerð um fyrirkomulag og framkvæmd samræmdra könnunarprófa í 4., 7. og 10. bekk grunnskóla nr. 435/2009.
- Reglugerð um fyrirkomulag og framkvæmd samræmdra loka- prófa í 10. bekk í grunnskóla (brottfallin) nr. 414/2000.
- Seifert, K. og Sutton, R. (2009). *Educational psychology* (2. útgáfa). Sótt af <http://www.saylor.org/site/wp-content/uploads/2012/06/Educational-Psychology.pdf>.
- Verzlunarskóli Íslands. (2015). *Við lok innritunar*. Sótt af <http://www.verslo.is/tilkynningar/nr/1011>.

eftir
BIRNU HUGRÚNU BJARNARDÓTTUR

Radiant games er íslenskt sprotafyrirtæki sem fjórir ungir menn stofnuðu í maí 2014. Markmið Radiant games er að búa til skemmtilega leiki fyrir krakka sem kveikja áhuga þeirra á forritun. Í ágúst 2015 gáfu þeir út þrautaleikinn *Box Island* fyrir íslenskan markað og var eingöngu hægt að nálgast hann á Appstore. Það voru 50 leikjaborð í honum og hægt var að velja á milli ís-lensks og ensks texta. Leikurinn er rökfræðilegur þrautaleikur ætlaður krökkum 8 ára og eldri.

Í nóvember kom leikurinn út á heimsvísu og var þá einnig gefinn út fyrir Android og IOS snjallsíma og tölvur og hét þá *Box Island: One Hour Coding*. Í honum eru tuttugu leikjaborð og hægt að velja um tíu tungumál. Þessi útgáfa af leikum er hluti af verkefninu Hour of Code sem samtökin Code.org standa að. Margir af helstu tæknifrumkvöðlum heims á borð við Bill Gates og Mark Zuckerberg koma að samtökunum. Markmið samtakanna er að koma því á framfæri um allan heim að tölvunarfræði og forritun séu mikilvæg og er Hour of Code framtakinu ætlað að sýna krökkum fram á að auðvelt sé að læra forritun. Viðburðir tengdir Hour of Code fóru fram víðs vegar um heiminn í eina viku í desember síðastliðnum. Margir skólar á Íslandi tóku þátt í viðburðum vikunnar og sem dæmi má nefna að allir nemendur í grunnskólum Kópavogs unnu forritunarverkefni.

Í desember síðastliðnum var aðalútgáfa leiksins tilbúin fyrir heimsmarkað undir nafninu *Box Island: Epic Coding Adventure*. Hægt er að velja um tíu tungumál og leikjaborðin eru hundrað.

Ég prófaði að spila báða leikina og tel að það sé gott að byrja á að spila leikinn *Box Island: One Hour Coding*. Þar er aðalsöguhetjan Hiro, lítill blár kassastrákur sem ferðast um *Box Island* að safna klukkum. Eins og nafn leiksins bendir til er áætlað að það taki um klukkustund að spila hann og á þeim tíma kynnist maður þeim verkfærum sem eru í boði þegar verið er að setja saman forritunaraðgerðir til að leysa þrautimar sem verða á leið Hiro.

Það tekur mun lengri tíma að spila leikinn *Box Island: Epic Coding Adventure* sem er með hundrað borð og verða borðin erfiðari eftir því sem þeim fjölga. Leikurinn fer fram á eyjunni *Box Island* en þar brotlendir loftbelgur kassa-strákanna Hiro og vinar hans. Hiro fer í ferðalag um eyjuna þar sem hann týnir saman slitur úr loftbelgnum ásamt því að leita að vini sínum. Á hverju borði þarf að hjálpa Hiro að ná í

BOX ISLAND

rökfræðilegur þrautaleikur



bút úr loftbelgnum. Þar geta óvinir, holur, kassar og fleira annað hvort skemmt fyrir eða hjálpað spilaranum að ná markmiði sínu. Hann þarf að nota einfalda forritun og setja saman forritunaraðgerðir svo sem lykkjur og nota skil-yrðissetningar til að forða Hiro frá hættum og koma honum á áfangastað.

Fyrstu borðin í leikjunum eru einföld en svo smáþyngist leikurinn og síðustu borðin eru erfið. Ég fékk sjö og níu ára börn til að prófa að spila leikinn og þau áttu auðvelt með fyrstu borðin en svo gáfust þau upp þegar borðin voru orðin of erfið. Líklega myndu þau ráða við flest borðin í *Box Island; One Hour Coding*.

Mér finnst leikurinn skemmtilegur og hann reynir á. Ég þurfti að glíma við sum borðin og prófa nokkrum sinnum áður en ég fann rétta semsetningu aðgerða til að komast á áfanga-stað. Mér finnst mikill kostur að leikurinn er á íslensku. Sagan er góð og kassakarlarnir krúttlegir. Grafíkin er vel unnin og litirnir og umhverfið er fallegt. Tónlistin er notaleg ef maður velur að hafa hana á.

Ég tel að þessi leikur þjálfí ályktunarhæfni og rökhugsun og mæli hiklaust með honum fyrir krakka og fullorðna.

Leikinn er hægt að finna á Appstore án endurgjalds.



STÆRÐFRÆÐI & SPJALDTÖLVUR í Árskóla

eftir
BERGMANN GUÐMUNDSSON
kennara í Árskóla



Á síðasta skólaári tókum við í Árskóla, Sauðárkróki, okkur til og fórum af stað með þróunarverkefni í 8. bekk sem gekk út á það að nemendur fengu í hendurnar iPad spjaldtölvur til að nota í kennslustundum. Markmiðið var að innleiða stafræna kennsluhætti í öllum bóklegum fögum og nota til þess *Google Apps for Education (GAFE)* ásamt ýmsum smáforritum og gagnvirkum efni af netinu.

Í stærðfræðinni var þetta sérstaklega áhugavert vegna þeirra ótal möguleika sem tæknin býður upp á varðandi samskipti við nemendur, innlöggn kennslu, fyrirlestra og yfirferð verkefna og prófa. Þar sem allir nemendur voru komnir með sinn eigin aðgang að GAFE lá beinast við að taka upp allar innlagnir í stærðfræðinni á myndbönd og nota ég til þess *Explain Everything* appið sem gerir mér kleift að taka upp það sem ég segi samhliða því að ég reikna dæmi á sýndartöflu í forritinu. Þessum myndbandsbútum er svo hlaðið upp á Google Drive og deilt með nemendum sem geta svo nálgast innlögnina í tímum og heima fyrir. Tíminn sem sparast með þessu er svo notaður til að aðstoða meira í tímum í stað þess að eyða honum uppi við töflu með mismunandi árangri. Nemendur hafa tekið þessu vel og hefur þörfin fyrir aðstoð minnkað mikið og hefur þetta hvatt nemendur til að vera sjálfstæðari í sínu námi. Einnig hafa viðbrögð foreldra verið góð þar sem margir hafa átt í erfiðleikum með að aðstoða með stærðfræðina heima fyrir og hjálpar þetta bæði nemendum og foreldrum.

Við höfum líka unnið með hina stórskemmtilegu síðu *thatquiz.org* þar sem hægt er að vinna að ýmsum stærðfræðiverkefnum, í tímum og heima fyrir. Nemendur fá þá

strax svör við verkefnum sem unnin eru og kennarinn getur einnig séð hvernig til tekst. Hefur þetta gjörbreytt heimavinnu í stærðfræðinni þar sem ekki þarf að hafa áhyggjur af stanslausri yfirferð kennarans með tilheyrandi tímaeyðslu. Nemendur hafa einnig reiknivélar í iPad vélunum og höfum við líka notað *MyScript Calculator* þar sem þau þurfa að skrifa inn dæmin í stað þess að slá á tölur.

Öll úrvinnsla prófa og verkefna hefur tekið stakkaskiptum, þar sem með tilkomu forrita eins og *Nearpod* og *Google Forms* er nú hægt að láta nemendur slá inn svör sín og halda forritin utan um svörin ásamt því að fara yfir lausnir og gefa einkunn. Get ég ekki dásamað það nógsamlega hversu gott það er fyrir kennarann að geta loksins greint niðurstöður prófa með það að leiðarljósi að sjá hvaða þættir það eru sem skora lágt og lagað kennsluna að því. Einnig er gott að setja inn efnispætti í *Nearpod* og hafa innlagnir með þeim hætti. *Nearpod* býður upp á að nemendur svari spurningum í rauntíma á meðan á innlöggn stendur svo að hægt er að sjá hvort þeir hafi í raun og veru skilið það sem um er rætt. Er þetta bylting í því hvernig ég kenni og hefur það komið mest á óvart hversu auðvelt það er að færa kennsluna yfir á þetta form. Einnig hafa nemendur tekið þessu með opnum örmum og hefur vinna í tímum stóruáskot ásamt því að jákvæðni nemenda hefur aukist gagnvart stærðfræðinni.

Við erum nú á öðru ári í þessu verkefni og sé ég ekki annað en að þetta skili því sem maður var að vonast eftir og gott betur. Sífellt er verið að þróa kennsluhætti og prófa sig áfram með nýja hluti til að nálgast nemendur með fjölbreyttum hætti. Við höfum tekið kannanir meðal nemenda og foreldra til að taka stöðuna á þeirra upplifun af verkefninu og hafa viðbrögðin verið með besta móti. Framhaldið sé ég svo fyrir mér að halda áfram að nota það sem vel hefur reynt ásamt því að prófa mig áfram með þær nýjungar sem koma á markaðinn hverju sinni og halda því sem gengur upp til að auka fjölbreytileika kennslunnar.



ICME13

Hamborg

24. - 31. júlí 2016

eftir
GUÐBJÖRGU PÁLSDÓTTUR
dósent í stærðfræðimenntun
á Menntavísindasviði HÍ

Flötur stendur fyrir hópferð á alþjóðlega ráðstefnu um stærðfræðimenntun (ICME13) í júlí. Ráðstefnan er haldin á vegum alþjóðlegu samtakanna um stærðfræðimenntun, The International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) og stendur í viku. Opnuð hefur verið heimasíða ráðstefnunnar, <http://icme13.org>, sem hefur að geyma margvíslegar upplýsingar um inntak og fyrirkomulag. Þar má meðal annars finna dagskrá ráðstefnunnar en hún er fjölbreytt og er boðið upp á stóra og smáa fyrirlestra, kynningar á rannsóknum, þátttöku í hópumræðum og samræður við rannsakendur. Ráðstefnan hefst með móttöku sunnudaginn 24. júlí kl. 18 og lýkur kl. 14 viku síðar. Dagskráin stendur almennt frá kl. 9 – 18 og er boðið upp á samveru eftir það nema á fimmtudeginum. Þá er engin fagleg dagskrá en þátttakendur geta farið í skoðunarferðir að eigin vali eða nýtt sér tilboð ráðstefnunnar. Kynningarmyndband um ráðstefnuna og Hamborg er á slóðinni: http://icme13.org/icme-13_video.

Uppbygging dagskrár er þannig að byrjað er með stórum, sameiginlegum fyrirlestri og síðan velur hver og einn sér annan fyrirlestur. Eftir það tekur við vinna í hinum ýmsu hópum. Hver þátttakandi skráir sig í hóp um ákveðið inntak (Topic study group). Það eru 54 hópar í boði og hittist hver hópur fjórum sinnum sem gefur góða möguleika á að kynnast öðrum þátttakendum og taka þátt í umræðum. Auk

þess eru margvíslegir umræðuhópar og kynningar á veggspjöldum. Dagana 27. - 29. júlí verður dagskrá fyrir kennara í tengslum við ráðstefnuna. Sú dagskrá fer fram á þýsku.

Flötur hefur áhuga á að þessi ráðstefna nýtist okkur stærðfræðikennurum á Íslandi sem best og því er blásið til hópferðar. Hugmyndin er að hópurinn hittist nokkrum sinnum fyrir ráðstefnuna, fái kynningu á fyrirkomulagi ráðstefnunnar og kynni sér dagskrána og inntak erinda hinna fjölmörgu inntakshópa. Á meðan á ráðstefnunni stendur hittist allur hópurinn tvisvar til þrisvar til að ræða upplifun sína og síðan er gert ráð fyrir að næsta haust standi hópurinn fyrir kynningu á áhugaverðu efni frá ráðstefnunni.

Árið 2004 stóðu Norðurlöndin (þ.m.t. Ísland) fyrir samþætilegri ráðstefnu í Kaupmannahöfn og sóttu hana 75 íslenskir kennarar, kennaranemar og rannsakendur. Þátttakan varð mörgum lyftistöng í starfi og studdi við stærðfræðikennarasamfélagið hér á landi. Þátttaka í ráðstefnu gefur hverjum og einum tækifæri til að kynnast nýjum hugmyndum, endurmeta og vinna úr gömlu hugmyndum og hvatningu til að tengja saman fræði og starf. Með því að tengjast öðrum þátttakendum verður auðveldara að vinna úr upplifun og nýta í kennslu.

Sett hefur verið upp fésbókarsíðan ICME13 fyrir þátttakendur. Hver og einn þarf að skrá sig á ráðstefnuna sjálfa en á Fésbókarsíðuna eru settar upplýsingar og boð um fundi fyrir íslensku þátttakendurnar fyrir, á meðan og eftir ráðstefnuna.



ICME VERÐLAUN

Alþjóðasamtökin um stærðfræðimenntun veita þrenn verðlaun fyrir rannsóknir á stærðfræðimenntun annað hvert ár. Það eru Hans Freudenthal verðlaunin sem veitt eru fyrir frumkvæði og forystu í stórum rannsóknarverkefnum. Felix Klein verðlaunin sem veitt eru fyrir ævistarf í rannsóknum á stærðfræðimenntun og Emma Castelnuovo verðlaunin sem veitt eru fyrir frábæra frammistöðu í kennslu. Nýlega var tilkynnt hverjir hefðu hlotið Hans Freudenthal og Felix Klein verðlaunin 2015. Þau hlutu Alan Bishop frá Ástralíu og Jill Adler frá Suður Afríku. Verðlaunahafar munu halda stutta fyrirlestra við opnun ráðstefnunnar. Hér fer á eftir stutt kynning á framlagi þeirra til rannsókna á stærðfræðimenntun.

> Slóð að frekari upplýsingum um rannsóknir Jill Adler og Alan J. Bishop:
<http://www.mathunion.org/icmi>

Hans - Freudenthal - verðlaun 2015

Jill Adler hlýtur verðlaunin í viðurkenningarskyni fyrir framlag sitt til rannsóknarverkefna sem hafa það markmið að bæta stærðfræðináms- og -kennslu í Suður Afríku.

Frá 1990 hefur hún stundað félags- og menningarlegar rannsóknir á stærðfræðikennslu í fjölmenningsbökkjum þar sem hún beinir jafnframt sjónum að þekkingu kennara á stærðfræði og stærðfræðikennslu og möguleikum þeirra til starfsþróunar. Rannsóknir hennar á fjölmenningslegum bökkjum höfðu mikil og jákvæð áhrif á þróun grunn- og framhaldsskóla í Suður Afríku eftir að kynþáttastefnan var afnumin þar. Í bók sinni *Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms* (2001) leggur hún fræðilegan grunn sem hefur síðan nýst mörgum rannsókendum og kennurum til að skilja tengsl tungumáls og stærðfræði í stærðfræðikennslu. Árin 1996 -2009 leiddi Jill stórt rannsóknar- og þróunarverkefni um leiðir til að bæta möguleika fólks til að verða stærðfræðikennarar í framhaldsskólum. Hún hefur verið leiðandi í að byggja upp sterkt rannsóknarumhverfi í Suður Afríku og tekið að sér mörg ábyrgðarstörf á sviði stærðfræðimenntunar bæði þar í landi og alþjóðlega.



Jill Adler, prófessor við háskólann í Witwatersrand í Jóhannesborg, Suður Afríku.

Felix - Klein - verðlaun 2015



Alan J. Bishop, emeritus prófessor við Monash háskóla, Ástralíu.

Alan J. Bishop lagði marga fram í rannsóknum á stærðfræðimenntun og vann ötullega í 45 ár að stærðfræðimenntun og skólaþróun. Í upphafi rannsakaði hann rúmskyn en dvöl hans á Papúu Nýju-Gíneu leiddi hann inn á að skoða áhrif menningar og hvernig stærðfræðiþekking þróast í ólíkum menningar-

heimum. Bók hans, *A Cultural Perspective on Mathematics Education* (1988), hafði mikil áhrif á skilning á hugtakinu stærðfræði og hugmyndin um stærðfræði sem menningarlega afurð sem geymd í sér menningarleg gildi varð til. Síðan hafa verið haldnar margar ráðstefnur um stærðfræðimenntun og samfélag og rannsóknir gerðar á félags- og menningarlegum þáttum sem áhrif hafa á hugmyndir um stærðfræðináms- og -kennslu. Alan hefur lagt áherslu á að draga athygli rannsókenda og stærðfræðikennara að stjórnálalegum, félagslegum og menningarlegum víddum stærðfræðimenntunar. Alan hefur líka lagt mikið af mörkum varðandi útgáfu tímarita og bóka. Hann hefur ritstýrt fjölda bóka og ritstýrði tímaritinu *Educational Studies in Mathematics Education* í tíu ár (1979-1989). Hann var ritstjóri ritraðarinnar *Mathematics Education Library* og hefur verið ritstjóri *International Handbook of Mathematics Education* í öll þau þrjú skipti sem hún hefur komið út. Alan hefur með óþreytandi vinnu sinni stuðlað að því að rannsóknir á stærðfræðimenntun hafa orðið viðurkennt rannsóknarsvið.

- Ritstjóraspjall** 2
- Stærðfræðikeppni framhalds- skólanema** - fortíð, nútíð og framtíð 4
Bjarnheiður Kristinsdóttir
- Samstarf Rannsóknarstofu um stærðfræðimenntun, Stærðfræðitorgs og Flatar** 8
Margrét S. Björnsdóttir
- Stærðfræðiprautir** 13
- Söguhornið: „Niður með Evklíð!“ 14
- Rúmfræði og nýstærðfræðin
Kristín Bjarnadóttir
- Stærðfræðinám á Íslandi og í Austurríki** - samanburður 17
María Finnbogadóttir
- Sértækir stærðfræðiörðugleikar** 18
Hafdís Einarsdóttir
- „Þau eru nýkomin úr sumarfrí og finnst þau ekkert kunna.“ 26
- Viðhorf starfandi kennara til samræmdra prófa í stærðfræði
Elfa Rut Sæmundsdóttir
- Snjallforrit: **BOX ISLAND** 28
- rökfræðilegur þrautaleikur
Birna Hugrún Bjarnadóttir
- Snjallforrit: **Stærðfræði og spjaldtölvur í Árskóla** 29
Bergmann Guðmundsson
- ICME 13** 30
Guðbjörg Pálsdóttir