

# FLATAR

mál

2. tbl. 13. árg. 2006

Málgagn

Flatar samtaka stærðfræðikennara

## Frá ritstjórn Flatarmála

Nú lítur annað tölublað þrettánda árgangs Flatarmála dagsins ljós og erum við ánægðar með þann árangur sem náðst hefur við að safna greinum í annað tölublað ársins.

Ritnefndin er vön að hafa augu og eyru vel opin fyrir ýmsu markverðu sem er að gerast í stærðfræðikennslu á Íslandi. Við stökkvum umsvifalaust á fólk sem við heyrum að er að gera nýja og/eða spennandi hluti í stærðfræðikennslu og biðjum það um að skrifa. Kunningjar úr náminu, af vinnustöðum eða úr Fletti sem á vegi okkar verða fá oftast en ekki beiðni um að skrifa í Flatarmál. Margir eru farnir að líta í hina áttina þegar þeir sjá okkur eða fara yfir götuna til að þurfa ekki að mæta okkur.

En aftur að alvöru lífsins. Nú er ritnefndin eingöngu skipuð grunnskólakennurum og úr því verður að bæta. Í blaðinu auglýsum við eftir fólk í ritnefnd og þá sérstaklega framhaldsskólakennurum og háskólakennurum. Við hvetjum áhugasama kennara sem vilja leggja okkur lið að hafa samband við stjórn Flatar á [flotur@ismennt.is](mailto:flotur@ismennt.is).

Félagsmenn og aðrir áhugasamir um stærðfræði og stærðfræðikennslu eru hvattir til að senda inn ábendingar um áhugavert efni í Flatarmál á [flotur@ismennt.is](mailto:flotur@ismennt.is).

Helen, Jónína og Kristín.

### Til höfunda greina í Flatarmálum

Síðustu skil á greinum fyrir næsta blað er 2. febrúar 2007.

Hverri grein skulu fylgja upplýsingar um nafn höfundar, starfsheiti og stofnun sem hann vinnur hjá.

Höfundur er beðinn um að koma með tillögur að aðalfyrirsögn, millifyrirsögnum og myndatextum.

Ljósmyndir, teikningar og línurit skulu helst ekki sett inn í texta greinar, heldur vistuð í sérskrá. Í texta komi fram númer eða nafn teikningar.

Ritnefnd tekur endanlega ákvörðun um birtingu greina.

Grein er skrifuð á ábyrgð höfundar.

Ekki er greitt fyrir greinaskrif í blaðið.

© 2006 Flatarmál

**Útgefandi:** Flötur, samtök stærðfræðikennara, Laufásvegi 81, 101 Reykjavík

**Ritnefnd:** Helen Símonardóttir, Jónína Marteinsdóttir og Kristín Kristinsdóttir.

**Stjórn Flatar:** Þóra Þórðardóttir formaður, Jóhanna Eggertsdóttir gjaldkeri, Ágúst Ásgeirsson ritari og meðstjórnendurnir Freyja Hreinsdóttir, Guðbjörg Helga Guðmundsdóttir, Hafdís Guðjónsdóttir og Nanna María Elfarsdóttir.

**Prófarkalestur:** Birna Hugrún Bjarnardóttir og Jónína Marteinsdóttir.

**Umbrot:** Helen Símonardóttir.

**Kápa:** Guðlaug Ósk Gunnarsdóttir, myndin tekin á safninu Matimatikum í Giessen.

**Prentun:** Prentsmiðjan Oddi hf.

<http://flotur.ismennt.is>

[flotur@ismennt.is](mailto:flotur@ismennt.is)

# Ágætu félagar!

## Breytingar á Degi stærðfræðinnar

Nú standa til breytingar vegna Dags stærðfræðinnar. Stjórn Flatar hefur tekið þá ákvörðun að færa daginn frá 27. september og fram til fyrsta föstudags í febrúar. Ástæða þessa er helst sú að tveir stærstu atburðir sem Flötur hefur staðið fyrir þ.e. námsstefna og Dagur stærðfræðinnar hafa verið óþægilega nálægt hvor öðrum. Eins hafa kennarar kvartað undan því að þessi dagur vilji týnast í haustönnum og öðrum svipuðum dögum.

Markmið með Degi stærðfræðinnar er tvíþætt, að vekja nemendur og sem flesta aðra til umhugsunar um stærðfræði og hlutverk hennar í samfélaginu og að fá nemendur til að koma auga á möguleika stærðfræðinnar og sjá hana í víðara samhengi.

## Námstefna Flatar

Eins og flestum er vonandi kunnugt stendur Flötur enn og aftur fyrir námsstefnu fyrir stærðfræðikennara. Að þessu sinni verður námsstefnan haldin í Borgarnesi og segja má að auk spennandi fyrirlestra um stærðfræðikennslu er fókusinn settur á menntun stærðfræðikennara. Miklar umræður hafa verið í samfélaginu um kennaramenntun, sérstaklega í kjölfar tilkynningar ráðherra um væntanlega styttingu náms til stúdentsprófs. Á námsstefnunni verða fulltrúar frá Háskóla Íslands, Háskólanum í Reykjavík, Kennaraháskóla Ísland auk Háskólans á Akureyri sem kynna námsframboð skólanna. Umræðuefni á pallborði verður menntun stærðfræðikennara og frummælendur koma frá háskólunum þremur auk fulltrúa frá menntamálaráðuneytinu.

Eitt af markmiðum Flatar er að veita kennurum stuðning við að takast á við ný og breytt viðfangsefni og vinnubrögð. Námsstefnan er liður í því að skapa vettvang þar sem stærðfræðikennarar hittast og stofna til kynna á faglegum grunni. Öflugt samstarf hjálpar okkur að takast á við nýtt námsefni, breytta kennslu-hætti og að byggja upp fjölbreytt námsmat.

Á námsstefnunni verður fjöldi fyrirlesara og stjórn Flatar þakkar þeim öllum fyrir áhugann og jákvætt viðhorf. Við vonum að efnisskráin höfði til sem flestra og að okkur takist að fylla hótelið í Borgarnesi af áhugasömum stærðfræðikennurum.

Þóra Þórðardóttir, formaður Flatar

## Þemahefti Dags stærðfræðinnar

Flötur hefur nú þegar gefið út sex þemahefti í tilefni Dags stærðfræðinnar.

Þemaheftin eru til sölu og kosta 1.000 kr. stykkið.

Tekið er við pöntunum á: [flotur@ismennt.is](mailto:flotur@ismennt.is)

Mynstur og algebra 2005  
Stærðfræði í lífi og starfi 2004  
Tími og rúm 2003  
Stærðfræði og barnabókmenntir 2002  
Heimaverkefni í stærðfræði 2001  
Rúmfræði, verkefni og hugmyndir 2000

## LÍÐSAUKI ÓSKAST Í RITNEFND FLATARMÁLA

FLÖTUR SAMTÖK STÆRFDRÆÐI-  
KENNARA LEITAR AÐ STÆRÐFRÆÐI-  
KENNURUM Í RITNEFND FLATAR-  
MÁLA.

VIÐ HVETJUM FRAMHALDSSKÓLA-  
KENNARA OG HÁSKÓLAKENNARA  
TIL AÐ Hafa samband og leggja  
OKKUR LIÐ.

[flotur@ismennt.is](mailto:flotur@ismennt.is)



# NÁMSSTEFNA FLATAR

29. – 30. SEPTEMBER 2006

HÓTEL BORGARNES

**OPIN ÁHUGAMÖNNUM UM STÆRÐFRÆÐIKENNSLU Á ÖLLUM SKÓLASTIGUM**

## Á EFNISKRÁNNI VERÐUR M.A.

"Og ég skal hreyta jörðina" - Jón Þorvarðarson

Teaching Visual Mathematics - Lasse Savola lektor í stærðfræði við FIT, State University of New York

Stærðfræðinám: Utanbókarlærdómur eða uppgötvanir? - Einar Steingrímsson prófessor í stærðfræði við HR

Phenomenological mathematics teaching - Paivi Portankorva-Koivisto lektor í stærðfræði við Tampere University

Síðasta setning Fermats - Kristín Halla Jónsdóttir dósent í stærðfræði við KHÍ

Stærðfræðikennsla í framhaldsskólum í ljósi nýrra viðhorfa til náms - Halþór Guðjónsson og Ingólfur Gíslason

Svona geri ég! - Nýtt námsefni í grunnskóla - Reynsluboltar segja frá

Viðbótar og framhaldsnám fyrir stærðfræðikennara - Háskólar kynna

Palborðsumræður - Menntun stærðfræðikennara, hvert stefnum við og hvað viljum við?

Kynningar á námsefni og kennslugögnum

Hátíðarkvöldverður, sögusýning og margt fleira skemmtilegt



NÁNARI UPPLÝSINGAR ERU Á HEIMASÍÐU FLATAR: <http://lotur.ismennt.is>

SKRÁNING HEFST 20. ÁGÚST OG STENDUR TIL 22. SEPTEMBER : [lotur@ismennt.is](mailto:lotur@ismennt.is)

NÁMSSTEFNUGJALD MED FÆÐI OG GISTINGU EINA NÓTT: Félagsmenn 14.500 Aðrir 16.500

# Norrænt tengslanet um sérkennslu í stærðfræði

Edda Óskarsdóttir

Norrænt tengslanet um sérkennslu í stærðfræði var formlega stofnað í október 2003. Tengslanetinu er ætlað að vera samstarfsvettvangur fyrir fagfólk innan stærðfræðimenntunar, sérkennslu og kennslufræði sem vinnur að því að fyrirbyggja námserfiðleika í stærðfræði eða aðstoða nemendur í vanda. Markmiðið með netinu er að tengja rannsóknir um stærðfræðináms inn í kennslu eins og unnt er. Hlutverk tengslanetsins er því að standa fyrir ráðstefnum um stærðfræðiörðugleika annað hvert ár og halda úti heimasíðu, en slóðin að henni er: [www.matematikkvansker.net](http://www.matematikkvansker.net)

Fulltrúar frá Danmörku, Noregi, Svíþjóð, Finnlandi og Íslandi eiga sæti í stjórn tengslanetsins og eru einn til tveir fulltrúar frá hverju landi. Gert er ráð fyrir að innan þátttökulandanna verði stofnuð tengslanet sem síðan tilnefni fulltrúa í stjórnina. Fulltrúi þess lands sem ráðstefnan er haldin í er í forsvari stjórnar hverju sinni. Jafnhliða ráðstefnunum eru haldin námskeið fyrir kennara þar sem ákveðin þemu eru tekin fyrir og fyrirlesarar koma úr hópi fyrirlesara ráðstefnunnar.

Fyrsta ráðstefnan var haldin í Kristiansand í Noregi haustið 2001. Þar voru samankomnir um 50 þátttakendur frá öllum Norðurlöndunum. Ráðstefnan var skipulögð af Háskólanum í Agder og Sörlandets kompetansesenter. Önnur ráðstefnan var haldin í Örebro í Svíþjóð haustið 2003 og var þá um leið lagður grunnur að formlegri stofnun samtakanna.

Þriðja ráðstefnan var síðan haldin s.l. haust í nágrenni Álaborgar í Danmörku. Þar voru hátt í 80 manns saman komnir, þar á meðal 14 manna hópur Íslendinga og má til gamans geta þess að sænskir þátttakendur voru færri. Þema ráðstefnunnar var „matematikundervisning og inklusjon“ og voru aðalfyrirlesarar þau Monica Dalen frá Oslóarháskóla og Brian Butterworth frá London University College.

Í opunarfyrirlestri ráðstefnunnar fjallaði Monica Dalen um sögulegan bakgrunn skóla án aðgrein-

ingar innan sérkennslufræðanna. Hún benti á að efla þurfi þekkingu á kennslufræði sérkennslunnar til að allir nemendur fái nám við hæfi í skóla án aðgreiningar. Nauðsynlegt sé að þekking á nemendum með sérþarfir sé til staðar og skilningur á því hvernig kennslu er þörf í skóla án aðgreiningar.

Prófessor Brian Butterworth endaði ráðstefnuna með fyrirlestri þar sem hann fjallaði um rannsóknir á heila og lýsti því hvernig erfiðleikar í stærðfræði og fylgikvillar tengjast ákveðnum svæðum heilans. Hann sagði ennfremur frá dyscalculiuprófi sem hann hefur þróað.

Alls voru 22 áhugaverðar málstofur og verkstæði þar sem sagt var frá rannsóknum á stærðfræðiörðugleikum og rætt um þá frá mörgum sjónarhornum. Ráðstefnan fór fram á Norðurlandamálum að nokkrum fyrirlesturum undanskildum.

Næsta ráðstefna verður haldin í Finnlandi haustið 2007 og eftir það er komið að okkur hér á Íslandi að vera gestgjafar haustið 2009.

Ég hef sem fulltrúi Íslands setið í stjórn tengslanetsins frá árinu 2003 og tekið þátt í öllum ráðstefnunum. Þær hafa verið fróðlegar og gefa breiða sýn á stærðfræðináms og kennslu auk þess að vera vettvangur fyrir skoðanaskipti við kollega á hinum Norðurlöndunum.

Nú er komið að okkur hér á landi að stofna til tengslanets þar sem ljóst er að málefni nemenda með stærðfræðiörðugleika eru brýn og margir kennarar að glíma sömu glímuna eins og kom sterlega í ljós s.l. vetur þegar fullt var út úr dyrum á fyrirlestri um stærðfræðiörðugleika sem Rannveig Lund boðaði til. Allir sem koma á einhvern hátt að nemanda með stærðfræðiörðugleika eiga erindi í slíkt tengslanet þar sem markmiðið er að skiptast á upplýsingum, fróðleik og skoðunum á málefninu. Stefnt er því að boða til stofnfundar í haust og verða staður og stund auglýst nánar síðar.

Höfundur er deildarstjóri sérkennslu við Grunnskóla Seltjarnarness og stundarkennari við KHÍ



## Í minningu Jónasar B. Jónssonar fræðslustjóra

Anna Kristjánsdóttir

Vorið 2005 andaðist í hárri elli einn helsti frumkvöðull í íslenskum skólamállum á 20. öldinni. Um hann voru skrifaðar margar ágætar minningargreinar en greinar dagblaða fyrnast og ég valdi því að birta minningarorð mín á öðrum grundvelli og höfða sérstaklega til íslenskra stærðfræðikennara.

Maðurinn, Jónas B. Jónsson, fyrrum fræðslustjóri í Reykjavík, var að verða 97 ára er hann lést. Þess hefur verið minnst að hann var brautryðjandi í nýjum kennsluháttum sem kennari í Laugarnesskóla, forystumaður og hugmyndasmiður nýjunga í starfi sínu sem fræðslustjóri í Reykjavík 1943 - 1973, í uppbyggingu sálfræðipjónustu, kennslu 6 ára barna, uppbyggingu skólalókasafna, opnum kennsluháttum og opnum skóla svo og stofnun fjölpætrrar kennslumiðstöðvar. Á tímum hans var Reykjavík í fararbroddi og Jónas naut virðingar og álits um allt land, enda veitti hann liðsinni þar sem við mátti koma.

Minningarorðum er oftast ætlað að beina sjónum manna aftur í tímann og rifja upp, gjarnan að ylja við góðar minningar. Sá er ekki tilgangur minn með þessum skrifum. Mig langar að segja þannig

frá Jónasi B. Jónssyni að margir geri sér ljóst hvað við getum enn, og um langa framtíð, af honum lært. Að segja frá því hvernig hann gekk til verka og hvers konar alúð hann sýndi því sem hann tók sér fyrir hendur. Það má reyndar lesa þetta viðhorf úr fjölmörgum minningargreinanna og ég vel að hefja mál mitt á að gefa öðrum orðið, áður en ég dreg minn lærdóm af samstarfi og vináttu við Jónas B. um fjörutíu ára skeið.

Úrklippur: „Hann var maður lausna, ekki vanda-mála.” „Í hans huga var ekkert kerfi svo gott að ekki mætti bæta það, engin lausn svo góð að ekki mætti finna nýjar lausnir og enn betri.” „Ég sakna sárt samræðna okkar um allt milli himins og jarðar, þar sem hann hvatti mig til að mynda mér mínar eigin skoðanir, byggðar á rökum og réttlæti.” „Ef upp kom ósætti ræddum við einfaldlega málin þar til samkomulagi var náð. Hinn ungi og aldni, á jafnræðisgrundvelli.” „Drifkrafturinn var fræðslustjórinn sem virtist óþreytandi að fylgjast með nýjungum og framförum í skólamállum í nágranna-löndum okkar.” „Ef til vill þótti mér merki-legast í þessari heimsókn að skynja óreiðuna, hina skapandi óreiðu. Þetta var skipulögð óreiða,” „sagði Jónas B. Jónsson. Augu hans leiftruðu. Hann var 92 ára gamall.”

Með þessum tilvitnunum er grunnurinn lagður að því sem mig langar að segja. En þar sem þeir sem hér töluðu sögðu almennt frá, langar mig að taka ákveðin verkefni, viðburði og tilvik til þess að fylgja eftir því sem ég tel, að margir geti af honum lært þótt tímar séu aðrir og aðstæður allar.

Hann var óhræddur við að brydda upp á nýjungum sem hann hafði kynnt sér vandlega, en leitaði jafnan samráðs þeirra sem hann vissi best til þekkja. Hann leitaði að fólki til starfa sem hann vissi að myndi gefa sig heilshugar að þeim, treysti þeim og gaf þeim svigrými til þess að þróa viðfangsefnin af bestu getu og með fullri ábyrgð. Hann hafði áhuga á framvindunni og fylgdist með af

áhuga, gat alltaf lagt eitthvað til en tók aldrei völdin af þeim sem á verkinu bar ábyrgð. Hann var kíminn og allt að því glettinn í athugasemdum sínum og létti þannig umræðu um málefni sem annars hefðu getað verið þung að fást við. Hann var stórhuga og sá langt fram á veginn en gerði sér engu að síður vel ljóst að langan tíma tekur að ná markmiðum sem miklu máli skipta og að þar reynir á að hafa skýrar væntingar, greina litlu framfaraskrefin og búa að þolinmæði.

Ég kynntist Jónasi B. þegar ég var rúmlega tvítug og gegndi stöðu framkvæmdastjóra Bandalags íslenskra skáta ásamt háskólanámi og hlutakennslu í Hagaskóla. Það var skemmtilegt starf og Jónas var, sem skátahöfðingi Íslands, minn yfirmaður. Við vorum ekki alltaf sammála um hvernig skyldi á málum taka en ég virti hans skoðanir og hann virti líka mínar. Hann var þá hátt á sextugsaldri, en aldrei greindi okkur á um neitt sem varðaði mismunandi sýn kynslóða. Ég gat alltaf talað við hann út frá minni sýn og hann skildi sjónarhorn mitt og studdi málefnalega.

Nokkrum árum síðar var ég, að afloknu stærðfræðinámi við Háskóla Íslands, á leið til framhaldsnáms í Danmörku. Jónas kallaði mig þá á sinn fund og spurði hvort ég vildi breyta áætlun minni. Þetta var í ársbyrjun 1969 og Reykjavíkurborg var í fararbroddi við þróun stærðfræðikennslu. Því verki hafði Jónas hrundið af stað í góðu samstarfi við Andra Ísaksson forstöðumann skólarannsóknadeildar menntamálaráðuneytisins, Guðmund Arnlaugsson áður dósent við Háskóla Íslands og námstjóra í stærðfræði og á þessum tíma rektor Menntaskólans við Hamrahlíð, svo og erlenda ráðgjafa, einkum prófessor Bent Christiansen sem þá var einn helsti brautryðjandi framþróunar stærðfræðikennslu á Norðurlöndum.

Óhætt er að segja að ekkert átak í einstakri námsgrein hafi á Íslandi fengið eins vandaðan undirbúning og eins miklu verið til kostað í námskeiðum

fyrir kennara og þetta átak Reykjavíkurborgar. Að það tókst ekki sem skyldi hér á landi, fremur en nokkurs staðar í öðrum löndum, stafar af því að menn gerðu sér ekki ljóst að breytingum verður ekki komið á alfarið ofan frá. Þær verða að gerjast yfir langan tíma og hlusta verður vel eftir röddum kennara til þess að greina hvernig hyggilegt er að vinna. Skilningur kennara á þörf fyrir breytingar, hæfni þeirra til að greina hvað þeir þurfa að skilja betur og aðstæður þeirra til að byggja upp saman innan hvers skóla eru grundvallaratriði. Á sjöunda áratugnum voru fyrstu námsgreinarnar að brjóta af sér aldagamlar viðjar og reyna að nálgast nútímann og stærðfræði og raungreinar voru í fararbroddi. Þá vissi enginn hve miklu máli djúp viðhorf og vani skipta. Sá skilningur og þekking á því hvernig unnt er að vinna, er afrakstur rannsóknna síðustu 20 ára á því hvernig þróun kennara í starfi er gjöful bæði fyrir nemendur og þá sjálfa.

Ástæða þess að Jónas kallaði mig til sín var að hann vildi fá mig til að hætta við að fara í framhaldsnám í stærðfræði en að fara þess í stað í sérhannað nám við Danmarks Lærerhøjskole sem prófessor Bent Christiansen var reiðubúinn að hanna og vera leiðsögukennari minn. Svo fór að ég valdi þessa leið og hóf námið haustið 1969.

Fræðasviðið mitt, stærðfræðimenntun, er almennt talið hafa átt sín fyrstu alvöruskref kringum 1970 og er margt til marks um það. Því er ekki að undra að ég skyldi ekki vita um hvað málið myndi snúast í Danmörku, en Bent Christiansen var einn frumkvöðla á þessu sviði fjölbjóðlega. Hann setti saman viðfangsefni fyrir mig sem voru fólgin í að fylgjast með því hvernig þeir byggðu upp námskeið fyrir stærðfræðikennara (ársnámskeið), að taka þátt í vinnuhópi sem kynnti sér erlendar rannsóknir á stærðfræðinámi og -kennslu og einnig í hópi stærðfræðinga sem ræddu ný stærðfræðisvið og skýrðu hver fyrir öðrum. Af hinu fyrsta lærði ég ekkert nýtt, í því næsta var fróðlegt að vera en ég hafði ekkert fram að leggja frá mér og hið þriðja var

of þungt vegna þess að þar var ég í hópi sem hafði miklu lengra stærðfræðinám að baki en ég.

Tveimur mánuðum eftir að ég hóf nám mitt var Jónas á ferð í Kaupmannahöfn og við hittumst. Hann spurði hvernig mér litist á. Ég leit beint í augun á honum og sagði: „Ég get ekki varið það að láta Reykjavíkurborg greiða fyrir mig tveggja ára nám af þessu tagi.” Jónas varð íhugull á svip en svaraði að bragði: „Hvað finnst þér að við eigum að gera.” Hann vissi sem var að ég myndi aldrei varpa fram þessari gagnrýni án þess að vera búin að hugsa málið. Og er ég varpaði fram tillögu minni um að ég fengi að stökkva inn í þriggja ára framhaldsnám sem var þegar hafið í stærðfræði, sálarfræði, uppeldisfræði og kennslufræði, voru viðbrögð hans einvörðungu að ræða hvernig við skyldum skipta með okkur verkum við að fá heimildir til þessa hjá Reykjavíkurborg, prófessornum mínum og háskólanum danska. Jónas virti alltaf skoðanir ungs fólks en gerði að sjálfsgöðu kröfur um að það íhugaði hvað það vildi gera og hefði rök á takteinum.

Samhliða náminu á sumrin og að afloknu náminu starfaði ég við kennslufræðideild Fræðsluskrifstofu Reykjavíkur og naut leiðsagnar Jónasar um margt fyrsta árið, sem var hans síðasta ár í starfi. Er ég þremur árum síðar hafði tekið að mér námstjórn í stærðfræði innan menntamálaráðuneytisins hittumst við Jónas eitt sinn sem oftast austur við Úlf-ljótuvatn, en fáir staðir voru honum eins kærir og sá. Jónas spurði hvernig gengi í starfinu og vissi að í mörgu var að snúast við endurskoðun námsefnis og kennsluhátta fyrir allt landið. Ég svaraði í bjartsýni ungrar konu: „Það gengur vel og þróunin verður góð þegar sérhver kennari tekur ábyrgð á sinni samfelldu endurmenntun”. Hann leit á mig og brosti, brosi þess sem þekkir hugsjónir en veit jafnframt að þær taka langan tíma að verða að veruleika. Svo sagði hann: „Anna mín, þú biður ekki um lítið.”

Ég minnst Jónasar B. Jónssonar með virðingu og kærleika. Hann var einstakur forystumaður sem aldrei glataði mannlegu innsæi, vel ígrunduðu áræði, trausti á fólk og skýrri stefnu sem verða má bæði nemendum og kennurum til eflingar og ávinnings.

Anna Kristjánsdóttir er prófessor í stærðfræðimenntun við Kennaraháskóla Íslands og fyrsti formaður Flatar. Undanfarin fjögur ár hefur hún ásamt hópi samstarfsmanna, unnið að uppbyggingu doktorsnáms í stærðfræðimenntun í Noregi.

## Breytingar á Degi stærðfræðinnar!

Stjórn Flatar hefur tekið ákvörðun um að færa Dag stærðfræðinnar frá 27. september og fram til *fyrsta föstudags í febrúar*. Ástæða þessa er helst sú að tveir stærstu atburðir sem Flötur hefur staðið fyrir þ.e. námsstefna og Dagur stærðfræðinnar hafa þótt óþægilega nálægt hvor öðrum. Eins hafa kennarar kvartað undan því að þessi dagur vilji tynast í haustönnum og öðrum viðburðum haustsins.

Stjórnin





# Ólympíustærðfræði fyrir grunnskólanema



## Chien Tai Skill

Ólympíustærðfræði er námskeið sem Háskólinn í Reykjavík býður nemendum í grunnskólum Reykjavíkur skólaárið 2006-2007 og er ætlað nemendum í 5. til 8. bekk. Námskeiðið er hluti af átakinu *Stærðfræði er skemmtileg*, sem Kennslufræði- og Lýðheilsudeild Háskólans í Reykjavík stendur fyrir. Átakið snýst um eflingu stærðfræðimenntunar í þjóðfélaginu. Einnig hefur námsframboð í stærðfræði við Háskólann í Reykjavík verið aukið, meðal annars með meistara-námi og grunnnámi fyrir stærðfræðikennara.

Ólympíustærðfræði byggir á þrautum sem reyna á hugmyndaflug og rökhugsun. Markmiðið með námskeiðinu er ekki að kenna nemendum meiri stærðfræði, heldur að gefa þeim tækifæri til að glíma reglulega við þrautir og byggja upp færni í þrautalausnum. Við það styrkist hæfileikinn til að hugsa rökrétt, draga ályktanir, og vera úræðagóður og þrautseigur.

Þetta eru skemmtileg og ögrandi verkefni fyrir þá sem hafa gaman af að glíma við þrautir og að reikna. Þrautirnar eru sumar hverjar mjög erfiðar. Þrátt fyrir að hver og einn geti sjaldnast leyst allar þrautir fullkomlega, eru nemendurnir oft á tíðum komnir langleiðina að lausninni. Þeir eru hvattir til að láta ekki hugfallast þó svo að lausnin sé ekki fundin og áfangasigrar eru metnir mikils. Áherslan er á ánægju af stærðfræði, innsæi og frumleika í aðferðum.

### FRUMKVÖÐULLINN

Dr. George Lenchner, sem var heimsþekktur stærðfræðikennari, hóf að nota þetta kennsluform árið 1977. Á síðasta ári voru þátttökulöndin rúmlega 50, liðin voru 5000 talsins en þátttakendur 150.000. Árið 1978 stofnaði Dr. George Lenchner MOEMS (Math Olympiad for Elementary and Middle Schools), sem heldur utan um keppnirnar og býr til keppnisgögnin.

Efnið er unnið og þróað af stærðfræðikennurum og stærðfræðingum.

### Markmið:

- \* að örva áhuga á stærðfræði
- \* að kynna mikilvæg stærðfræðileg hugtök
- \* að æfa megin aðferðir við þrautalausnir
- \* að þróa stærðfræðilegan sveigjanleika í þrautalausnum
- \* að styrkja stærðfræðilegt innsæi
- \* að örva sköpun og hugvit í stærðfræði
- \* að veita ánægju og spennu með því að takast á við ögrandi verkefni

### NEMENDUR

Námskeiðið er fyrir nemendur í 5. - 6. bekk annars vegar og 7. - 8. bekk hins vegar. Hvor aldurshópur myndar stærðfræðilið í sínum skóla. Stuðningur foreldra og áhugi á því sem börnin eru að glíma við er ómetanlegur og eykur ánægju og metnað nemendanna.

Efnið höfðar bæði til meðalnemenda og nemenda sem hafa sérstaka stærðfræðihæfileika. Veturinn 2005 - 2006 tóku nemendur Hlíðaskóla þátt í ólympíustærðfræðinni. Þeir voru á mjög misjöfnu getustigi en unnu þrautirnar allir af miklum áhuga og elju. Þegar þeir fengu nýja þraut grúfðu þeir sig yfir rissblöðin sín og blýantarnir tifuðu af ákafa, svo þeir tókust nánast á loft í

sætum sínum þegar þeir fengu hugmyndir. Þegar nemendurnir voru búin að vinna sjálfstætt að þrautunum í nokkra stund tóku við umræður milli þeirra. Hver og einn sagði frá sinni leið og sinni hugmynd, svo rökræddu nemendur ágæti hugmynda annarra.

## NÁMSKEIÐIÐ

Kynningarefni um Ólympíustærðfræði verður dreift í Reykjavík til allra grunnskólanema í 5. til 8. bekk. Námskeiðið verður í boði í 17 grunnskólum í Reykjavík skólaárið 2006-2007, auk þess sem það verður boðið í Háskólanum í Reykjavík. Stefnt er að því að verkefninu verði haldið áfram og vaxi næstu ár.

Námskeiðið er valnámskeið sem stendur í 20 vikur, frá október og fram í mars. Fer það fram eftir að skóladegi lýkur, einu sinni í viku í klukkutíma í senn. Námskeiðið er í keppnisformi, þar sem keppt er einu sinni í mánuði í einstaklingskeppni, en þess á milli eru æfingar.

Lögð er mikil áhersla á að skapa styðjandi og hvetjandi umhverfi til vinnu. Stefnt er að því að byggja nemendurna upp og kenna þeim að styðja hvern annan og segja hver öðrum til án þess að vera með neikvæða persónulega gagnrýni.

Námskeiðið hefur þegar verið kynnt í mörgum skólum í Reykjavík, og hafa kennarar jafnt sem skólastjórnendur sýnt því mikinn áhuga.

## VERÐLAUN

Verðlaunapeningar og bikarar eru veittir í loka-hófi sem er haldið í Háskólanum í Reykjavík. Einstaklingar og lið fá stig eftir frammistöðu í keppnum og viðurkenningu eða verðlaun í samræmi við það. Allir þátttakendur fá viðurkenningarskjal þar sem styrkleikar hvers og eins eru dregnir fram. Helmingur nemenda fær verðlaunapening eða bikar, auk þess fær stiga-hæsta liðið einnig verðlaunaskjöld. Að lokum

fá keppendur sem eru með fullt hús stiga, sérstakan verðlaunapening, Dr. George Lenchner verðlaunin, sendan frá Bandaríkjunum.

## LEIÐBEINENDURNIR

Leiðbeinendur á námskeiðunum eru nemendur í meistaranámi í stærðfræði og kennslufræði við Kennslufræði- og lýðheilsudeild Háskólans í Reykjavík. Hlutverk leiðbeinenda er fyrst og fremst að halda utan um hópavinnuna, styðja nemendur í því að deila hugmyndum á uppbyggilegan hátt og gefa þeim vísbendingar séu þeir komnir í þrot með hugmyndir. Einnig kalla þeir eftir því að nemendur sýni hverjir öðrum ólíkar leiðir að lausninni.

## AÐSTANDENDUR NÁMSKEIÐSINS

Verkefnisstjóri er Chien Tai Shill. Hún er þroskaþjálfari, félagsráðgjafi og mikil áhugakona um stærðfræði. Hún hélt síðastliðinn vetur námskeið í Ólympíustærðfræði í Hlíðaskóla. Einar Steingrímsson, sem er prófessor í stærðfræði við Háskólann í Reykjavík, og við Chalmers Tækniháskólann í Gautaborg, er ábyrgðarmaður verkefnisins.

## KOSTNAÐUR

Þar sem við viljum að sem flestir sjái sér fært að vera með er skráningargjaldi nemenda stillt í hóf og verkefnið fjármagnað með styrkjum. Leitað var til leiðandi fyrirtækja og stofnana á sviði þekkingar, fagmennsku og frumkvæðis í samfélagslegri ábyrgð fyrirtækja. Styrkir hafa fengist frá Reykjavíkurborg, Menntasviði Reykjavíkur og Eyri Invest. Það er mikilvægt að fá öflug og metnaðarfull fyrirtæki í samfélagslegt verkefni af þessu tagi.

Þátttaka í Ólympíustærðfræði gefur nemendum kost á að þroska með sér hæfileika í þrautlausnum. Þessi hæfileiki yfirfærir svo á hin ýmsu svið bæði í leik og starfi og eflir sjálfs-traust og áræði nemenda.

<b>Y</b> Yngri deild	<b>Ólympíustærðfræði</b> "Stærðfræði er skemmtileg" 8. mars 2005	Keppni <b>5</b>
----------------------------	--	--------------------

<b>5 A</b> <i>Tími: 5 mínútur</i> Hvaða tala margfölduð með sjálfri sér er jafnt og margfeldið af 6 og 150?	<b>5 B</b> <i>Tími: 5 mínútur</i> Jenna á frimarki sem er 5.10. Hún á jafnmörg 50 aura, 20 aura, 10 aura og 5 aurar frimarki. Hve mörg 50 aura frimarki hafa hún?	<b>5 C</b> <i>Tími: 6 mínútur</i> Hvað er ummálið í metrum á mynd? Öll horn eru rétt horn.
<b>5 D</b> <i>Tími: 7 mínútur</i> Tolustofnum 1 til og með 9 er raðað einum í hvern ferning á myndinni. Summa tahnanna 5 í lárréttu röðinni er hin sama og summa tahnanna í lóðrétta dálkinum. Finndu öll misunandi gildi sem M getur haft.		
<b>5 E</b> <i>Tími: 5 mínútur</i> Í þoka eru nokkrar glerkútur, allar af sömu stærð. Átta þeirra eru svartar. Allar hinar eru rauðar. Líkurnar á því að draga rauða kúlu úr þokanum eru $\frac{2}{3}$ . Finndu út heildarfjöldi rauðra kúlna í þokanum.		

<b>E</b> Eldri deild	<b>Ólympíustærðfræði</b> "Stærðfræði er skemmtileg" 9. mars 2005	Keppni <b>5</b>
----------------------------	--	--------------------

<b>5 A</b> <i>Tími: 4 mínútur</i> Hver er summa allra printalna milli 50 og 60?	<b>5 B</b> <i>Tími: 4 mínútur</i> Andrés byrjaði með heila tölu. Hann deildi upphaflegu töluna með 2, dró 6 frá kvótanum, tók kvadrötrot af mismuninum, bætti 1 við kvadratrótina, og tók kvadratrótina af summuni. Loka útkoman var 3. Hver var upphafleg tala Andrésar?	<b>5 C</b> <i>Tími: 6 mínútur</i> Á tölum ABCDE er D miðpunkturinn af AE. Lengd BC er $\frac{1}{3}$ af lengd AB, og BC er $\frac{1}{3}$ af lengd CD. Eftir að mögulegt er prósent af AE er AC?
<b>5 D</b> <i>Tími: 5 mínútur</i> Tvær samþinglur hefur sölu. Aftur mánu en 20, eru margfaldar og margfeldi þeirra er 200. Það eru nákvæmlega tvö gildi fyrir mánu samþingjandi tölur þar sem útkoman er ekki prími tala. Finndu þessu tvö gildi fyrir mánu töluna.	<b>5 E</b> <i>Tími: 6 mínútur</i> Tölvur sýnur tíman á forminu KK:MM. Á tilteknum degi, hvað er fjöldi mínútna milli 7:59 PH og 2:59 EH þar sem KK er meira en MM?	

# Nýtt námsmatkerfi í stærðfræði í Sunnulækjarskóla

Jóna Björk Jónsdóttir og Þóra Björk Guðmundsdóttir



Sunnulækjarskóli tók til starfa haustið 2004 í nýstárlegu og glæsilegu námsumhverfi. Hugmyndavinnan á bak við skólann byggðist á svokölluðu „design down“ ferli þar sem einstaklingar af ýmsum sviðum samfélagsins mynduðu samstarfshóp sem vann að undirbúningi skólabyggingarinnar (heimasíða Sunnulækjarskóla, a2006). Í upphafi var ákveðið að skólinn skyldi starfa samkvæmt hugmyndum um fjölbreytt og einstaklingsmiðað nám. Í leiðarljósi starfsmanna Sunnulækjarskóla er talað um:

að hver nemandi skólans þroskist og dafni í námi og starfi á eigin forsendum svo sem hann hefur getu til (heimasíða Sunnulækjarskóla, b2006).

Einstaklingsmiðað nám kallar að sjálfsgöðu á einstaklingsmiðað námsmat og þar af leiðandi fórum við að þróa námsmatskerfi í stærðfræði sem hentar námsumhverfinu okkar. Okkur langaði til að setja upp línulegt námsferli þar sem auðvelt er að staðsetja nemendur og skipuleggja áframhaldandi nám. Við höfðum þegar unnið námsmat eftir þroskaþrepum í lestri og ritun (Jóna Björk Jónsdóttir, 2003). Einnig höfum við unnið slíkt námsmat í teikningu. Við einsettum okkur að setja allt námsmat nemenda upp í slík þroskaþrep.

Við byrjuðum á því að setja námsmarkmið Aðalnámskrár grunnskóla í stærðfræði (1999) upp í línulegt ferli. Afraksturinn voru langir listar af

ótengdum námsmarkmiðum sem voru bæði erfiðir fyrir kennara að vinna út frá og foreldra að skilja. Við leitum að álíka þroskaþrepum fyrir stærðfræðina og við höfðum notað bæði í lestri, ritun og teikniþroska og rákumst loks á sænskt námsmatskerfi þar sem námsmarkmiðum í stærðfræði hafði verið raðað saman í þroskaþrep. Þetta námsmatskerfi höfðum við til hliðsjónar þegar við röðuðum okkar námsmarkmiðum niður í þroskaþrep.

Við nýttum okkur einnig bókina *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction* en í henni er lögð áhersla á að nemendur þurfi alltaf að fara frá hlutbundinni vinnu yfir í óhlutbundna. Þar af leiðandi skiptum við öllum námsmarkmiðum í reikniágerðum í þrjú þrep þar sem við skoðum hvort nemendur geti unnið á viðkomandi þyngdarstigi:

1. með hlutum
2. með talningartækni
3. með tölulegum staðreyndum.





Í *Children's Mathematics* er lögð áhersla á að nemendur þurfi alltaf að fá að fara á stig hlutbundinnar vinnu þegar þau glíma við ný eða flóknari verkefni. Með slíkum vinnubrögðum virðist hugtakaskilningur og tölulegar staðreyndir festast frekar í langtímaminni nemenda en þegar nemendur læra í gegnum utanbókalærdóm t.d. ákveðna uppsetningu dæma. Með utanbókarlærdómi erum við í sífellu að láta nemendur vinna í vinnsluminninu en nemendur geta jafnvel geymt upplýsingar þar í nokkra daga þegar þeir eru að læra t.d. fyrir próf (Sousa, 2006). Um leið og prófið er afstaðið hverfa upplýsingarnar úr vinnsluminninu og eru þar með týndar. Með því að vinna alltaf frá hlutbundnu yfir í óhlutbundið aukum við líkurnar á því að upplýsingarnar færast yfir í langtímaminnið. Til þess að ýta enn frekar á að raunverulegt nám eigi sér stað verðum við að gæta þess að gefa nemendum færi á að nýta sér þá þekkingu sem er þegar til staðar í langtímaminni þeirra (Sousa, 2006). Það gerum við með því að vinna út frá þekkingu, getu og áhugasviði hvers nemenda. Til þess að geta boðið hverjum og einum nemanda námsverkefni við hæfi þarf nákvæmt og vandað námsmat. Þegar nám nemenda tengist raunveruleika þeirra lítið eða ekki og er jafnvel sundurslitið á heili þeirra erfitt með að vinna úr og festa nýjar upplýsingar. Jensen (2005) telur að minnishæfni tengist beint eðli upplýsinga. Við munum best það sem tengist daglegu lífi okkar eins og:

**Staðsetningar** (locations). Hvar við búum, geymum hluti, störfum... Heilinn virðist hafa „hvar“ brautir sem staðsetja allt sem er mikilvægt fyrir okkur.

**Verkferla** (procedures). Hvernig við gerum hluti. Slíkar upplýsingar geymast bæði vel og örugglega.

**Tilfinningalegar upplifanir** (emotional experiences). Tilfinningalegt uppnám fer beint í langtímaminnið. Þó er það þannig að neikvæðar upplifanir hindra oft skynjun okkar og draga úr starfshæfni heilans.

**Ósjálfráð viðbrögð** (conditioned responses). Viðbrögð okkar verða að vana.

Við eigum aftur á móti ákaflega erfitt með að muna orðaðar staðreyndir sem tengjast ekki daglegu lífi okkar á beinan hátt (Jensen, 2005). Þetta segir okkur enn og aftur að nám verður að vera rauntengt hverjum nemanda. Með rauntengdum námsverkefnum eigum við við verkefni sem tengjast bæði innri og ytri veruleika nemanda (Elísa Kristmannsdóttir og Jóna Björk Jónsdóttir, 2006). Hópmiðuð kennarastýrð verkefni eru ákaflega illa fallin til þess að virkja hvern og einn nemanda. Hópmiðuð námsmatsverkefni eru einnig ákaflega illa fallin til þess að finna út námstöðu hvers og eins. Þar af leiðandi forðumst við hópmiðuð próf en viljum alltaf skoða hvað hver nemandi skilur og veit. Okkur finnst besti árangur nást með einstaklingsviðtölum og höfum því haft þann hátt á auk þess sem við fylgjumst með verkefnavinnu nemenda og metum stundum vinnu og úrlausnir þeirra í einstökum námsverkefnum. Vissulega eru einstaklingsviðtöl tímafrek en um leið fær hver og einn nemandi úrvalstíma með kennara sínum og námsmatið er oft einstaklingskennsla í leiðinni. Í viðtölunum gefst einnig færi á að kanna skilning nemenda á fjölbreyttan hátt og nemandinn getur útskýrt hugsanaferli sitt við þrautalausnir.

Í Aðalnámskrá grunnskóla (1999 og 2006) eru námsmarkmið í stærðfræði aldurstengd. Þetta teljum við afar óréttlátt og henta illa í einstaklingsmiðuðu námsumhverfi. Það er alveg ljóst að nemendur þroskast sem einstaklingar og lífaldur þeirra segir ekki nákvæmlega til um hvaða námsverkefni eru við hæfi. Ef við reynum að ýta á eftir þeim sem þroskast á annan hátt en algengast er geta myndast skilningsgloppur hjá viðkomandi

nemendum sem valda námsvandráðum seinna meir. Nemendur þroskast hver og einn á sínum hraða og við verðum að bregðast við því. Kennari má búast við að við skólabyrjun geti verið allt að fjögurra ára þroskabil hjá nemendum þó þeir séu fæddir á sama ári. Nemendur búa þar að auki yfir mismunandi hæfileikum og veikleikum.

Gáfuð börn eru ekki endilega þau börn sem þroskast hraðast. Mörg námsvandamál koma upp vegna ósamræmis á milli væntinga skólans og heimilis við taugafræðilegt mynstur barnsins (Healy, 2004). Við þurfum að gera námskröfur í samræmi við taugafræðilegan þroska /ess.

Í Sunnulækjarskóla notuðum við námsmatslista í stærðfræði (Jóna Björk Jónsdóttir og Þóra Björk Guðmundsdóttir, 2006) fyrir 2. bekk síðasta skólaár. Námsmatslistana má sjá á heimasíðu Sunnulækjarskóla. Þessir listar eru í sífelldri endurskoðun og eiga sjálfsgagt eftir að breytast töluvert. Nemendur í 2. bekk virðast flestir vera komnir á stig 6 - 8. Þennan fyrsta vetur skoðuðum við getu nemenda á mörgum stigum en næsta vetur munum við staðsetja nemendur á einu stigi í einu og láta það stig ráða námsverkefnum þeirra. Við höfum lagt mikla áherslu á sjálfstæð vinnubrögð nemenda og ætlum þeim að skipuleggja sjálfir sína vinnu, með okkar hjálp, út frá því stigi sem þeir eru staddir á. Markmið næsta vetrar er að útbúa námsgagnasafn fyrir hvert stig sem nemendur geta sótt í verkefni út frá getu og áhuga. Lögð verður áhersla á að fá nemendur með í hugmyndavinnuna að námsgagnasafninu og leyfa þeim að útbúa sjálf þau námsverkefni sem kennari samþykkir. Námsgagnasafnið verður þannig samstarfsverkefni kennara og nemenda. Við teljum ekki ástæðu til þess að hafa áhyggjur af því að nemendur leiti í of létt námsverkefni þar sem heili okkar er þannig gerður að hann sækir í ákveðna örvun. Ef verkefni eru of létt höfða þau ekki til okkar og það sama gildir ef þau eru of þung (Jensen, 2005). Leikur er frábær leið til þess að gefa færi á hlutbundinni vinnu og leyfa nemendum að nýta ímyndunarafl sitt og fyrri reynslu. Tilfinningaleg vellíðan sem sprettur upp af leiknum er afar mikilvæg í námi nemenda og myndar í raun grunninn að námshæfni þeirra að okkar mati. Næsta vetur munum við áfram leggja mikla áherslu á leik í stærðfræðikennslunni.

Vinnan við námsmatslistana þennan fyrsta vetur hefur gefist sérlega vel. Námsmatslistarnir gefa okkur mjög góða innsýn inn í stöðu nemenda og létt skipulagsvinnu kennara umtalsvert. Okkur finnst við loksins hafa fundið góða og hagnýta leið til þess að gera okkur grein fyrir stöðu nemenda á hverjum tíma og um leið sjá út hver séu eðlileg næstu skref í námsferlinu.



Heimildir:

Aðalnámskrá grunnskóla. (1999). Almennur hluti. Sótt 27. júní 2006 af <http://bella.stjr.is/utgafur/AGstaerfraedi.pdf>

Aðalnámskrá grunnskóla. (2006). Drög, stærðfræði. Sótt 27. júní 2006 af [http://namsskipan.is/media/MRN-doc\\_Namskrar/namsskipan\\_\\_staerdfgrsk.doc](http://namsskipan.is/media/MRN-doc_Namskrar/namsskipan__staerdfgrsk.doc)

Carpenter, Thomas P., Fennema, Elizabeth, Franke, Megan Loef, Levi, Linda, Empson, Susan B. (1999). Children's Mathematics : Cognitively Guided Instruction Portsmouth, NH : Heinemann.

Elísa Kristmannsdóttir og Jóna Björk Jónsdóttir. (2006). Rauntengd námsverkefni. Sótt 27. júní 2006 af <http://www.sunnulaekjarskoli.is/1.2.bekkur05/rauntengdarkennsluleidir.htm>

Healy, J. M. (2004). Your child's growing mind: Brain development and learning from birth to adolescence. 3. útgáfa. New York: Broadway Books.

Heimasíða Sunnulækjarskóla. (a2006). Sótt 27. júní 2006 af <http://www.sunnulaekjarskoli.is/vefur/skolinn.htm>

Heimasíða Sunnulækjarskóla. (b2006). Sótt 27. júní 2006 af <http://www.sunnulaekjarskoli.is/vefur/leidarljjos.htm>

Jensen, E. (2005) Teaching with the brain in mind. 2. útg. Alexandria, Virginia : ASCD.

Jóna Björk Jónsdóttir. (2003). Þróun læsis. Sótt 27. júní 2006 af <http://www.ismennt.is/not/jbj/maloglestur/trounlaesis.htm>

Jóna Björk Jónsdóttir, Þóra Björk Guðmundsdóttir. (2006). Námsmatslistar. Sótt 27. júní 2006 af <http://www.sunnulaekjarskoli.is/1bekkur/namsmat2.bekkur/Namsmatslistar/staerdfraedi.htm>

Sousa, David A. (2006). How the brain learns. 3. útg. California: Corwin Press.

## Um höfunda

Þóra Björk hefur starfað sem grunnskólakennari í 19 ár, aðallega í unglíngakennslu og sem sérkennslufulltrúi. Þar finnst henni mörgu vera ábótavant, sérstaklega varðandi einstaklingsmiðað nám. Því ákvað hún að flytja á Selfoss til þess að geta starfað í Sunnulækjarskóla og tekið þátt í þróun á einstaklingsmiðuðum og fjölbreyttum kennsluáferðum með þá von að breytingarnar skili sér upp á unglíngastig. Í fyrra var Þóra Björk í námsleyni og lauk þá 30 eininga diplómunámi í tölvu- og upplýsingatekni frá framhaldsdeild KHÍ.

Jóna Björk hefur starfað sem grunnskólakennari í 12 ár, aðallega á yngsta stigi en hún hefur einnig kennt eldri nemendum nýsköpun, ensku, margmiðlun og stuttmyndagerð. Eins og Þóra Björk ákvað Jóna Björk að grípa tækifærið þegar Sunnulækjarskóli var stofnaður þar sem hún vildi taka þá í að móta nýja kennsluhætti. Jóna Björk lauk 30 eininga diplómunámi í tölvu- og upplýsingatekni frá framhaldsdeild KHÍ árið 2002 og hefur síðan þætt við 20 einingum af ýmsum brautum í meistaranámi við KHÍ.

Þær hafa báðar brennandi áhuga á að þróa kennsluhætti í grunnskólanum þannig að allir nemendur fái nám við hæfi og að örvunin nái til allra greinda þeirra. Þær telja að grunnskólarinn þurfi að gera betur til þess að skapa öruggt, fjölbreytt og einstaklingsmiðað námsumhverfi fyrir alla nemendur hvernig sem persónulegum og taugafræðilegum aðstæðum þeirra er háttáð.

# Nýbreytni í kennsluháttum í stærðfræði

## Þróunarverkefni unnið í Melaskóla skólaárið 2003 - 2004

Edda Pétursdóttir, Helga Pálmadóttir, Kristjana Skúladóttir,  
María Sophusdóttir og Valgerður Hallgrímsdóttir

Verkefnið Nýbreytni í kennsluháttum í stærðfræði byggði á aðalnámskrá grunnskóla í stærðfræði og stefnumótun fræðslufirvalda í Reykjavík þar sem hvort tveggja kallar á nýja kennsluhætti.

Í viðfangsefnum sem lögð voru fyrir nemendur voru nýjar áherslur í aðalnámskrá í stærðfræði hafðar að leiðarljósi. Þær eru m.a. að inntak og aðferðir fléttist saman þannig að þau myndi ferli og að skilningur og kunnátta haldist í hendur.

Í þróunarverkefninu var unnið með einn árgang, 6. bekk. Í árganginum voru fjórar bekkjardeildir með samtals 92 nemendum (56 stelpum og 36 stráku). Að kennslunni komu fjórir umsjónarkennarar og sérkennari. Fimm kennslustofur voru notaðar, fjórar bekkjarstofur og náttúrufræðistofa þar við hliðina. Stundaskrá var samræmd og fór þessi vinna fram tvisvar sinnum í viku tvær kennslustundir í senn.

Kennslan var skipulögð með þarfir sérhvers nemandi í huga. Bekkjardeildum var skipt upp og nemendur unnu í mismunandi og misstórum hópum. Með þessu fyrirkomulagi var stefnt að einstaklingsmiðuðu og jafnframt samvirku námi. Einnig var gert ráð fyrir að nemendur gætu frekar náð settum markmiðum og að námið yrði bæði árangursríkara og ánægjulegra. Náin samvinna árgangakennara og sérkennara leiddi ennfremur til þess að starfið varð frjórri, ný sjónarhorn komu fram og jafnræði myndaðist um kennsluhætti.

Helstu niðurstöður okkar voru að:

þegar kom að skiptingu nemenda í smærri hópa í stofunum vildu strákar frekar vinna með strákum og stelpur með stelpum

okkur fannst árangursríkara að vinna með eigin bekk. Þar höfðum við betri yfirsýn og héldum betur utan um umræður um mismunandi lausnaleyðir nemenda þar sem við þekkjum þá betur

blöndun nemenda jók á fjölbreytni í vinnubrögðum

getuskiptingin kom betur til móts við þarfir sérhvers nemandi í getumestu og getuminnstu hópunum en þá fóru meðal nemendur á mis við þá örvun sem blandaðir hópar gefa

Að fenginni reynslu þessa þróunarverkefnis teljum við að kennsla í stærðfræði eigi best heima í bekk undir stjórn umsjónarkennara, þar sem nemendur með sértæka námsörðugleika fá aðstoð. Til að auka fjölbreytni væri ákjósanlegt að blanda árganginum upp á ólíka vegu öðru hverju. Auk þess að leggja fyrir þrautir sem reynir á kunnáttu þeirra og þar sem hver og einn fær að njóta sín. Afburðanemendur ættu einnig að fá tækifæri til að vinna saman að mjög krefjandi verkefnum.

Höfundar eru kennarar í Melaskóla.

# Þróunarverkefnið „Breyttar áherslur í stærðfræðikennslu og mati á stærðfræðinámi”

Ester Jóhannesdóttir, Lára Hálfanardóttir,  
Margrét Ásgeirsdóttir og Þórdís Ívarsdóttir

Þróunarverkefnið „Breyttar áherslur í stærðfræðikennslu og mati á stærðfræðinámi” var unnið á vorönn 2005 af umsjónarkennurum í 2. bekk í Melaskóla. Markmið verkefnisins var að þróa kennsluhætti í stærðfræði þar sem unnið var að því að nálgast aðferðamarkmið aðalnámskrár grunnskóla í stærðfræði. Aðferðamarkmiðin fjalla um stærðfræði og tungumál, lausnir verkefna og þrauta, röksamhengi og röksemdafærslur og tengsl stærðfræði við daglegt líf og önnur svið. Í umfjöllun um námsmat kemur m.a. fram að leggja beri áherslu á að nemandinn njóti sín sem best og að matsverkefnum þurfi að haga þannig að fram komi hvað fyrir nemendum vakir með svörum þeirra. Í stefnu fræðsluyfirvalda í Reykjavík er lögð áhersla á einstaklingsmiðað nám þar sem hver nemandi á að fá að njóta sín á eigin forsendum.

Þrisvar á önninni skiptu kennararnir nemendahópnum (79 nemendum) upp í getublandaða og getuskipta hópa þvert á bekkjardeildir. Ákveðið var að getublanda í hópa í ákveðnum verkefnum í náms-efninu Einingu 4 en getuskipta hópnum í þrautavinnu. Getublönduðu hóparnir voru í stöðvavinnu í tveimur þemaverkefnum í Einingu 4 í þrjár vikur í febrúar og í eina viku í maí. Hver bekkjarkennari sérhæfði sig í ákveðnu efni innan þemans og nemendur fóru daglega á milli skólafanna / stöðvanna. Í apríl var nemendahópnum að nýju skipt upp í fjóra hópa þvert á bekkjardeildir en að þessu sinni var getuskipt. Hver kennari raðaði umsjónarnemendum sínum í hópa eftir getu. Við hópaskiptinguna var farið eftir frammistöðu nemenda í þrautatímum. Með þessari greiningu á stöðu nemenda var auðveldara fyrir kennara að leggja fyrir verkefni við hæfi hvers og eins. Fylgst með hvernig nemendum gekk að leysa þrautirnar og fékk hver og einn að leysa þær á eigin forsendum og rökstyðja aðferð sína.

Námsmat var einstaklingsmiðað eins og kennslan. Að verkefni loknu fór kennari yfir það með nemandanum og lét hann leiðrétta eða laga villur. Eftir hverja lotu í námsefninu var valið námsmat sem fylgir Einingu 4 lagt fyrir. Nemendur fengu þann tíma sem þeir þurftu til að ljúka námsmatinu. Það gat tekið allt frá 10 mínútum til 40 mínútna í senn í nokkra daga. Ef nemandi var fjarverandi þegar námsmat var lagt fyrir fékk hann að vinna það þegar hann kom í skólann. Í þeim tilvikum sem nemendur náðu ekki að ljúka námsmatinu voru þau atriði metin sem þeir náðu að ljúka.

Þrautir voru lagðar fyrir vikulega og metnar jafnóðum. Þrautirnar voru í nokkrum liðum sem nemendur unnu eftir getu. Sumir náðu að ljúka einum lið á meðan aðrir luku fjórum eða jafnvel sex. Kennari mat lausnir og aðferðir nemenda að jöfnu. Skoðað var hvernig nemendur leystu þrautirnar, hvort þeir notuðu hjálpargögn og þá hvaða hjálpargögn, hvaða aðferðir þeir notuðu og hvort þeir hugsuðu á hlutbundinn eða óhlutbundinn hátt. Áhersla var lögð á að nemendur útskýrðu lausnir sínar og aðferðir bæði fyrir kennara og samnemendum. Með því að útskýra fyrir öðrum lærðu nemendur að koma hugsunum sínum í orð og oft hjálpuðu útskýringar barnanna öðrum börnum að skilja aðferðir.

Þróunarverkefnið er tengt beint við námsefnið Einingu 4 og nýtist því vel í öðrum skólum við kennslu í 2. bekk. Þrautirnar er hægt að nálgast á heimasíðu Melaskóla og er hægt er að breyta efni textans og tölum. Einnig hönnuðu kennararnir greiningatæki í töfluformi sem auðvelt er að fylla út jafnóðum. .

Höfundar eru kennarar í Melaskóla



# Menntun stærðfræðikennara fyrir efri stig grunnskólans og framhaldsskóla í Bandaríkjunum

Robin S. Kalder

Í Bandaríkjunum er engin opinber námsskrá fyrir landið í heild, né er til neinn einn staðall fyrir kennsluréttindi framhaldsskólakennara\*. En ef námsskrár einstakra fylkja eru skoðaðar og mismunandi kröfur til menntunar framhaldsskólakennara kannaðar kemur fram að margt er líkt í þessum efnum í sumum fylkjum. Í þessari grein verða teknar til skoðunar þær kröfur sem gerðar eru til menntunar stærðfræðikennara í framhaldsskólum í tveimur aðliggjandi fylkjum í norð-austur hluta Bandaríkjanna, það er í Connecticut og New York.

Í Bandaríkjunum merkir orðalagið „framhalds-skóli“ venjulega skóli fyrir sjötta til tólfta bekk. Algengast er að nemendur séu tólf ára þegar þeir hefja nám í sjötta bekk og átján ára þegar þeir ljúka tólfta bekk. Þeir sem vilja verða framhaldsskólakennarar verða að ljúka kennaranámi sínu með því að fara í fjögurra ára háskólanám. Flestir skólar sem bjóða upp á framhaldsskólakennaranám gera ráð fyrir að kennaranemar ljúki um það bil einum þriðja námseininga í hugvísindagreinum sem eru utan aðalnámsgreinar. Þessi krafa er gerð til þess að tryggj sé að jafnvel þó framhaldsskólakennarar sérhæfi sig á einu sviði muni þeir engu að síður öðlast almenna þekkingu. Annar þriðjungur bóklegrs náms er í ákveðinni námsgrein og síðasti þriðjungur námsins er á sviði kennslufræða.

Í háskólanámi sínu geta kennaranemar valið námskeið í hornafræði og undirbúningsnámskeið fyrir stærðfræðigreiningu á stærðfræðikjörsviði þó svo margir verðandi stærðfræðikennarar hafi þegar

lokið þessum námskeiðum í námi sínu í framhaldsskóla. Sumir kennaranemar eru einnig búnir að ljúka við eina eða tvær annir í stærðfræðigreiningu áður en þeir hefja háskólanám en ef svo er ekki er gerð krafa um að þeir taki námskeið í stærðfræðigreiningu sem er tvær stundir á viku í eina önn. Auk þess eru gerðar kröfur um námskeið í strjálly stærðfræði, línulegri algebru, rúmfræði á háskólastigi, hreinni algebru og tölfræði. Kennaranemar geta síðan valið námskeið sem þeir hafa sérstakan áhuga á úr ákveðnum fjölda valfrjálsra námskeiða til þess að uppfylla kröfur um fjölda námseininga í stærðfræði.

Í sumum tilfellum er það kennslufræðideild viðkomandi háskóla, sem býður upp á öll námskeið í kennslufræði sem nauðsynleg eru til að öðlast réttindi til að kenna í framhaldsskóla. Í öðrum tilfellum eru það kennarar stærðfræðideildar sem kenna kennslufræðina að hluta ef um er að ræða réttindi til að kenna stærðfræði. Í báðum tilvikum er fjallað um undirstöður menntunar, kennsluáferðir, sérkennslu og útfærslu eða túlkun efnis á viðkomandi fagsviði. Gerð er krafa um vettvangsnám sem er mikilvægur þáttur í þessum námskeiðum. Í sumum námskeiðum er gerð krafa um að kennaranemar verji mörgum klukkustundum í skólum. Þegar kennaranemar hafa lokið öllum námskeiðum sem krafist er til kennsluréttinda og áður en eiginlegt vettvangsnám hefst eru þeir búnir að verja að lágmarki eitt hundrað og tuttugu klukkustundum við framhaldsskóla. Þeir hafa tekið þátt í starfi með miðskólanemendum (sjötta til áttonda bekkjar) og með efri bekkjum (níunda til

\* þegar talað er um framhaldsskóla og framhaldsskólakennara í greininni er átt við kennara sem kenna í *Secondary School* þar sem nemendur eru á aldrinum 12 - 18 ára

tólfta bekkjar). Auk þess að fylgjast með bekkjarkennurum eru kennaranemar búnir að starfa sem leiðbeinendur einstakra nemenda, hafa starfað með litlum hópum nemenda og kennt heilum bekkjum. Þar að auki verða kennaranemarnir að senda reglulega frá sér hugleiðingar um reynslu sína hvort sem þeir hafa verið athugendur eða virkir þátttakendur.

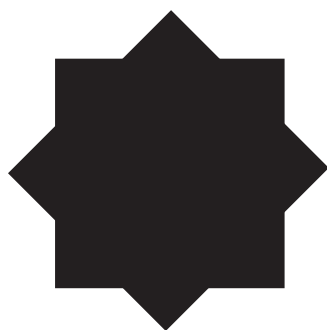
Lokakrafan í námi framhaldsskólakennaranema er viðamikil vettvangsnám. Kennaranemar eru látnir starfa hver um sig með reyndum bekkjarkennara í viðkomandi fagi. Flestar námsbrautir gera kröfu um að kennaranemi starfi sem kennari í viðkomandi skóla í fimmtán vikur. Á þeim tíma fylgjast þeir með og læra hvers er vænst af bekkjarkennara. Eins fljótt og auðið er þarf kennaranemi að hefja sjálfur kennslu og innan fárra vikna á hann að kenna allar kennslustundir bekkjarkennara, mæta á fundi, starfa með nemendum utan kennslustunda, semja og fara yfir námsmat og inna af hendi allar skyldur venjulegs bekkjarkennara. Samhliða þessu mun bekkjarkennari sem kennaranemi starfar með, leiðbeina kennaranema í kennslu með því að aðstoða hann við gerð kennsluskráa og námsmats þegar þörf gerist, veita kennaranema nauðsynlegar upplýsingar um nemendur og leggja mat á framtíðstöðu hans í kennslustundum. Þar að auki hefur kennaranemi leiðbeinanda úr háskólanum, sem á

að vera kennaranemanum mikilvægur stuðningur og heimsækir skólann í því skyni að fylgjast með í kennslustundum. Að öllu jöfnu útskrifast kennaranemi úr háskóla þegar hann hefur lokið öllum bóklegum greinum og lokið vettvangsnámi. Vettvangsnámið getur hann tekið þegar hann hefur lokið við allar bóklegar greinar.

Almennt byggist það nám sem er í boði fyrir framhaldsskólakennaranema sem taka stærðfræði sem aðalkennslugrein í Connecticut og New York á umtalsverðu efni í stærðfræði og uppeldisfræði sem kennaranemum er gert að hafa á valdi sínu. Það er mín trú að kennarar þurfi að hafa víðtæka þekkingu á stærðfræði og kennslufræði. Þeir þurfa að hafa greinargóða þekkingu á þeim efnisþáttum stærðfræðinnar sem þeir kenna og verða einnig að hafa fullkominn skilning á þeirri stærðfræði sem kennd er á þeim skólastigum sem koma á undan og eftir því skólastigi sem þeir kenna á. Ítarleg þekking á stærðfræði ein og sér er samt ekki nægileg. Kennarar verða að vera færir um að miðla þekkingu sinni með árangursríkum hætti til ólíkra nemenda. Þær námsleiðir sem lýst var að framan, gera þá sem ljúka slíku námi með fullnægjandi árangri að góðum framhaldsskólakennurum sem skila árangri.

Höfundur er Ed.D við Central Connecticut State University, Bandaríkjum Norður Ameríku

## Stjarna



Er hægt að klippa þessa stjörnu í átta hluta og raða hlutum saman á ný og mynda ferning úr þeim?



## Stærðfræðisafnið Mathematikum

Námsferð kennara í Varmárskóla til Giessen í Þýskalandi

Guðlaug Ósk Gunnarsdóttir og Steinunn Jónsdóttir

Dagana 15. til 18. ágúst 2006 fóru 12 kennarar við Varmárskóla auk sviðstjóra fræðslu- og menningar- sviðs Mosfellsbæjar til Giessen í Þýskalandi að heimsækja stærðfræðisafnið Mathematikum sem háskólinn þar rekur. Tilgangur ferðarinnar var að fræðast og læra nýjar aðferðir við kennslu. Sett hafði verið upp dagskrá fyrir okkur sem starfsmenn safnsins höfðu umsjón með.

Í Mathematikum er lögð áhersla á verkleg viðfangsefni í stærðfræði. Undirritaðar höfðu unnið að undir- búningi ferðarinnar og verið í sambandi við yfirmann safnsins dr. Beutelspacher frá því í janúar 2006.

Dagskrá ferðarinnar hófst þriðjudaginn 15. ágúst á því að flogið var til Frankfurt Hahn og ekið sem leið lá til Giessen í gegnum Rínardalinn sem er eitt fallegasta og frjósamasta landsvæði Þýskalands. Á mið- vikudeginum fengum við ítarlega kynningu á Mathematikum, viðfangsefnum þess og möguleikum.

Gengið var í gegnum safnið án leiðsagnar og með leiðsögn þar sem viðfangsefnin voru kynnt og gefinn

var kostur á umræðum og spurningum. Hópur- inn vann á tveimur vinnstöðum með verklegum viðfangsefnum á fimmtudeginum. Þar var haft að leiðarsljósi að auðvelt sé að tengja stærðfræði- kennslu í grunnskólum við daglegt líf og farið yfir þá hugmyndafræði sem þar liggur að baki. Föstu- daginn 18. ágúst lauk dagskránni með úrvinnslu og samantekt. Síðan var ekið til Frankfurt Hahn og flogið heim til Íslands um kvöldið.



Ferðalangar úr Varmárskóla



Annar greinahöfundurinn bregður á leik

## Mathematikum

Mathematikum er fyrsta stærðfræðisafnið í heiminum þar sem unnið er markvisst með verkleg viðfangsefni. Safnið var opnað árið 2002 en hugmyndin að Mathematikum varð til árið 1993 er kennaranemar undir handleiðslu dr. Beutelspacher í háskólanum í Giessen unnu að „hands on mathematics” verkefnum.

Yfir 100 manns komu að undirbúningi við stofnun Mathematikum. Þeir lögðu til þá hugmyndafræði sem unnið er eftir á safninu auk þess sem þeir lögðu fram verkefni og þá framsetningu verkefna sem finna má þar og opnuðu þar með þá nýju sýn á stærðfræðina sem safnið byggir á. Á safninu má finna fjölda stærðfræðilegra viðfangsefna sem handleika má og vinna með á ýmsa vegu. Fjölbreytni verkefna er mikil, þau tengjast teninga-spilum til brúarsmiði og allt þar á milli. Unnið er með hugtök svo sem gullna sniðið og þau tengd inn í verkleg viðfangsefni. Starfsmenn safnins eru með fasta fræðslutíma á safninu sem taka um það bil 30 mínútur hver. Þá er staldrað við eitt ákveðið viðfangsefni og það krufið til mergjar.



Þýsk fjölskylda að leysa verkefni í brúarsmiði

Verkefni og dagskrá safnins er með fjölbreyttu sniði. Í hverjum mánuði er nýtt viðfangsefni tekið inn á safnið og vígt með viðhöfn. Þá er safnið með

fasta fyrirlestra sem dr. Beutelspacher heldur utan um og þar er gestum gefinn kostur á að spyrja spurninga. „Stærðfræðingur í sófann”, er annað verkefni sem safnið býður almenningi upp á en þá fær dr. Beutelspacher stærðfræðing til sín og ræðir við hann um ákveðin stærðfræðileg viðfangsefni. Gest-um er boðið að hlusta á samræður þeirra og koma með spurningar þegar það á við. Einnig hefur safnið verið með ákveðin þemu í gegnum árin og í september 2006 verður sýning þar sem unnið er með listamönnunum Christo og Jean Claude. Í maí og júní 2006 voru haldnir vísindadagar.



Íslenskir kennarar á vinnustöð

Ferðasafn er einnig á vegum Mathematikum sem hægt er að panta, til dæmis hafa skólar víða um Þýskaland fengið afnot af því. Ferðasafnið hefur farið víða um heim svo sem til Kanada og víðar. Viðfangsefni ferðasafnins má mörg hver finna í Mathematikum safninu en mörg eru eingöngu í ferðasafninu. Alls hefur ferðasafnið farið til 150 staða bæði innan Þýskalands sem utan. Því má með sanni segja að nóg sé um að vera í Mathematikum og fjölbreytni mikil.

Hægt er að panta tíma á safninu vegna afmæla og fjölskyldferða og geta kennarar pantað kennslutíma á safninu. Einnig rekur safnið verslun þar sem hægt er að kaupa ýmis stærðfræðileg viðfangsefni sem sum hver eru á safninu sjálfu auk þess sem hægt er að kaupa þar bækur og ýmislegt annað tengt stærðfræði. Verslunin er rekin með það að markmiði að það sem selt er þar nýtist vel. Safnið er með sína eigin trésmíðju og þar eru smíðuð öll viðfangsefni úr viði sem finna má á safninu og í versluninni.

Frá opnun safnsins hefur aðsókn verið mjög góð og árlega eru gestir í kringum 150 þúsund og er það opið alla daga ársins fyrir utan þrjá daga desember.

## Okkar sýn á ferðina



Unnið með jafnvægi

Það kom okkur öllum þægilega á óvart hve Mathematikum var skemmtilegt og áhugavert safn og hve vel var staðið að öllu þar.

Starfsmenn safnsins sinntu okkur með eindæmum vel og svöruðu skilmerkilega öllum okkar spurningum.

Viðfangsefni safnsins voru grípandi en það sem kom okkur ekki síst á óvart var hve vel safnið er sótt.

Gestir safnsins eru á öllum aldri, fjölskyldan er saman á safninu, foreldrar og börn, afi og amma og börn og allir eru að vinna saman að verkefnunum. Áhuginn skein af andliti fólksins og greinilegt var að allir höfðu gaman af því sem þeir voru að fást við.

Við gleymdum okkur algerlega á safninu því verkefni voru mjög skemmtileg og áhugaverð. Almenn ánægja var innan hópsins með safnið og það hve fjölbreytt og áhugavert það var.

Það góða við svona ferð er að hér fá margir sömu

reynslu og sömu sýn á „hands on mathematics” sem við nefnum verkleg viðfangsefni. Við hér á Íslandi höfum ekki mikla reynslu af verklegri stærðfræði og þó svo við höfum reynslu þá nýtum við hana ef til vill ekki nægilega mikið í kennslu auk þess sem oft vantar viðfangsefni.

Við höfum sett okkur það markmið að nýta þá reynslu sem við fengum í ferðinni í kennslu hér eftir.

Við ætlum okkur að fara aftur til Giessen og heimsækja Mathematikum og þá kemur fjölskyldan með, ekki spurning.

Við gerum einkunnarorð Mathematikum að okkar „Mathe macht glück”

### STÆRÐFRÆÐIN FÆRIR HAMINGJU.

Höfundar eru kennarar við Varmárskóla  
Vefsíða Mathematikum er:  
<http://www.mathematikum.de/>



Hvernig kemst þrístrendi píramítinn ofan í?

# KappAbel

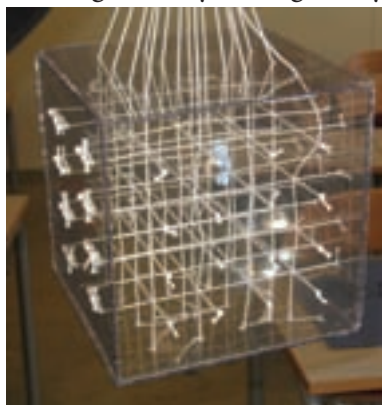
Rannveig Þorvaldsdóttir

Síðastliðinn vetur tóku nemendur mínir þátt í KappAbel stærðfræðikeppninni í fyrsta sinn. Áður hafði ég aðeins heyrt um keppnina hjá viðtökukennara mínum í æfingakennslu á lokaárinu mínu í Kennaraháskóla Íslands.

Í KappAbel keppa bekkir, ekki einstaklingar. Öllum 9. bekkjum er heimil þátttaka. Fyrsta lota keppinnar er haldin í nóvember og önnur lota er í janúar. Í þessum lotum tekur allur bekkurinn þátt. Nemendur vinna í hópum við úrlausnir þrauta. Á hverju ári er valið sérstakt þema fyrir bekkjarverkefni. Árið 2005 - 2006 var þemað *Stærðfræði og samskipti*. Í apríl er haldin lokahátíð þar sem opnuð er sýning á bekkjarverkefnum, fulltrúar bekkja (tvær stúlkur og tveir piltar) kynna bekkjarverkefni sín, fram fara undanúrslit með lausnum þrauta og loks er lokakeppnin. Stigafjöldi í undanúrslitum og stigafjöldi fyrir bekkjarverkefnið vege jafnt. Að lokum liggur svo fyrir hvaða bekkir skipa 1., 2. og 3. sæti og hvaða bekkir fá viðurkenningar fyrir bekkjarverkefni, þar sem annar bekkurinn hefur tekið þátt í undanúrslitum en hinn sendir sérstaklega fulltrúa til að taka við sinni viðurkenningu. Bekkurinn sem sigrar fer áfram í Norðurlandakeppni KappAbel.

Í fyrstu tveimur lotunum leystu nemendur þrautir. Ég skipti bekknum upp í hópa og fékk hver hópur allar þrautirnar til að leysa. Það var gaman að sjá ólíka nemendur ná vel saman í þessari vinnu. Ég undirbjó þá ekki sérstaklega fyrir þessar lotur nema ég leiðbeindi þeim með hvernig best væri að haga sér við hópavinnuna. Ef til vill mætti leyfa nemendum að spreyta sig á gömlum þrautum úr keppninni.

Mesti undirbúningurinn fyrir mig var fyrir



Bekkarverkefnið



Ahugasöm ungmenni að leysa þrautir

bekkjarverkefnið, Stærðfræði og samskipti. Ég safnaði hugmyndum að verkefnum úr ýmsum áttum því ég taldi mig þurfa að leiða nemendur aðeins áfram við verkefnaleit. Einnig kannaði ég hvar hægt væri að nálgast upplýsingar um þessi verkefni þó að nemendur hafi svo fyrst og fremst séð um þetta sjálfir. Bekkurinn komst að samkomulagi um verkefni sem hann ætlaði að taka fyrir og síðan skipti ég honum í hópa. Sumir fóru strax að vinna á meðan aðrir áttuðu sig ekki á hvar þeir áttu að byrja enda voru nemendurnir ekki vanir svona vinnu. Við byrjuðum frekar seint á verkefninu og því var mikið unnið undir lokin og mörgum stundum eytt utan skólatíma í að klára verkefnið. Það hefði verið gott fyrir okkur að fá betri aðgang að tölvum og að byrja fyrr á bekkjarverkefninu því þar liggur mesta vinnan.

Að loknum tveimur lotum var bekknum boðið í undanúrslit en þangað komust níu bekkir af öllu landinu. Árangur nemendanna vakti mikla athygli innan skólans. Undanúrslitin fóru fram 27. apríl auk þess sem ýmislegt var gert til gamans. Við komumst ekki í úrslit en bekkurinn fór og fylgdist með lokakeppninni í sal Kennaraháskóla Íslands. Áhorfendur gátu leyst þrautirnar um leið og keppendur og var það mjög gaman.

Lokakeppnin fór að þessu sinni fram þegar stutt var í samræmdu prófin og því áttu nemendur sem voru skráðir í þau erfitt með að taka þátt í henni. Mér skilst að þetta eigi að laga fyrir næstu keppni.

Það var mikil vinna að taka þátt í þessari keppni en jafnframt mjög gaman og lærdómsríkt. Nemendunum þótti skemmtilegt að brjóta upp hefðbundnu kennslustundirnar og margir nutu sín mjög vel í vinnunni. Það var líka mjög gott fyrir nemendurna að fá nýja sýn á stærðfræðina og sjá hvernig hún tengist daglegu lífi á ýmsan hátt.

Höfundur er kennari við Öldutúnsskóla.

# Hæfnisvið og nám í stærðfræði

## Yfirlit yfir nokkur efnisatriði dönsku KOM skýrslunnar

Birna Hugrún Bjarnardóttir

KOM stendur fyrir hæfnisvið og nám í stærðfræði. Á frummálinu heitir skýrslan *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Mogens Niss prófessor við háskólann í Hróarskeldu stjórnaði vinnu við KOM verkefnið og var aðalhöfundur skýrslunnar. Fjölmargir komu að samningu hennar og var sú tilhögun ákveðin með það að leiðarljósi að verkefnið yrði sameiginlegt og um leið að tillögur að leiðum til úrbóta yrðu sameiginlegar og því væru það hagsmunir hópsins alls að úrbætur næðu fram að ganga (Niss 2003:5).

KOM skýrslan leit dagsins ljós í október 2002. Í henni má finna tillögur að breytingum á stærðfræðikennslu á öllum skólastigum í Danmörku. Í skýrslunni er lögð til sú grunvallarbreyting á framsetningu á námsþáttum að í stað þess að byggja námskrá upp á hefðbundin hátt með upptalningu á viðfangsefnum, hugtökum og æskilegum árangri nemenda er lagt til að námskráin sé eingöngu byggð upp á skilgreiningum á þeirri stærðfræðilegu hæfni sem nemendur þurfa að ná.

### Undanfari skýrslugerðar

Nokkrar ástæður voru fyrir því að ráðist var í þessa endurskoðun náms og kennslu í stærðfræði í Danmörku. Einn vandinn sem Danir stóðu frammi fyrir var að þrátt fyrir að þjóðfélagið þyrfti á fólki að halda sem var vel menntað í stærðfræði þá jókst alltaf tilhneiging menntafólks til að velja nám sem byggði sem minnst á stærðfræði.

Einnig virtust einstaklingar ekki sjá sér hag í að læra stærðfræði og álíta að hún nýttist þeim ekki í daglegu lífi. Annar vandi sem Danir kljást við er mismunandi nám og viðhorf stærðfræði-

kennara eftir því á hvaða skólastigi þeir kenna. Kennarar mismunandi skólastiga virðast líta á sig sem keppinauta fremur en samherja með sameiginleg markmið. Þetta kemur í veg fyrir að samfella verði í stærðfræðinámi nemenda á skólagöngu þeirra. Þar að auki finna Danir þörf fyrir að endurskoða námsmátið í stærðfræði. Þeir telja nauðsynlegt að hanna matstæki sem gefur upplýsingar um það sem við raunverulega viljum vita um þekkingu, innsæi og getu nemenda í stærðfræði og viðhorf þeirra til greinarinnar. Einnig þarf að gæta samræmis milli kennslumarkmiða og kennsluáðferða annars vegar og námsmats hins vegar (Niss 2003:1-4).

Í byrjun setti nefndin sem vann KOM skýrsluna fram nokkrar grundavallaspurningar sem hún byggði vinnu sína á:

Að hvaða marki er nauðsynlegt að breyta því formi sem nú er á stærðfræðikennslu?

Hvaða stærðfræðilegu hæfni þurfa nemendur að tókum á á mismunandi skólastigum?

Hvernig tryggjum við framfarir og samfellu í stærðfræðikennslu og stærðfræðinámi á öllum skólastigum?

Hvernig mælum við stærðfræðilega hæfni?

Hvert á innihald námskrár í stærðfræði að vera ef hún á sífellt að vera í takt við tímann? (up-to-date mathematics curricula).

Hvernig tryggjum við áframhaldandi þróun stærðfræðimenntunar og stærðfræðikennslu?

Á hvers konar stærðfræðikennslu og stærðfræðinámi þarf þjóðfélagið á að halda og hvaða væntingar hefur það í þessum efnunum?

Hvers konar gögn verða notuð við stærðfræðikennslu í framtíðinni?

Hvernig geta Danir nýtt sér alþjóðlega reynslu í stærðfræðikennslu?

Hvernig á að skipuleggja stærðfræðikennslu í framtíðinni?

(Niss 2003:4-5)

Að lokum sat ein spurning eftir sem nefndin ákvað að hafa að leiðarljósi við vinnu sína við skýrslugerðina:

*Hvað þýðir það að ná tökum á stærðfræði?*  
(what does it mean to master mathematics?)

Nefndin taldi að það að ná tökum á stærðfræði væri að búa yfir stærðfræðilegri hæfni. Nefndin skilgreindi stærðfræðilega hæfni sem þann hæfileika sem þarf til að skilja, meta, framkvæma og nota stærðfræði í mismunandi samhengi og mismunandi aðstæðum þar sem stærðfræði skiptir máli (Niss 2003:5-6).

### Hæfnisviðin átta

Í skýrslunni eru átta stærðfræðileg hæfnisvið skilgreind og er þeim skipt í tvo flokka. Í fyrri flokknum eru hæfnisviðin sem þarf að búa yfir til að spyrja og svara spurningum í stærðfræði og um stærðfræði. Í seinni flokknum er hæfnisviðin sem þarf til að geta notað verkfæri og tungumál stærðfræðinnar.

*Hæfnisvið sem þarf til að geta spurt og svarað spurningum í og um stærðfræði*

#### 1. Hæfni til að hugsa stærðfræðilega

Setja fram spurningar sem einkennast af stærðfræði á einhvern hátt og vita hvers konar svara má vænta

Skilja og geta unnið með tilgang og takmarkanir tiltekins hugtaks

Útvíkka merkingu hugtaks með því að óhlutbinda einhverja eiginleika þess og alhæfa síðan um hvaða stærri flokki það tilheyrir

Greina milli ólíkra stærðfræðilegra fullyrðinga

#### 2. Hæfni til að setja fram og leysa þrautir í stærðfræði

Þekkja, setja fram og greina ólíkar þrautir í stærðfræði

Leysa ólíkar þrautir í stærðfræði

#### 3. Hæfni til að setja fram stærðfræðileg líkön

Greina uppruna og innihald ákveðins líkans meðal annars með því að meta stöðu þess og réttmæti

Greina líkön þ.e. þýða og túlka þau þannig að hægt sé að tengja þau við raunveruleikann

Setja saman nothæft líkan í ákveðnu samhengi og geta fjallað um það á fjölbreyttan hátt

#### 4. Hæfni til að setja fram stærðfræðileg rök

Geta skilið og metið rök sem sett eru fram af öðrum

Vita hvað stærðfræðileg sönnun er og vita muninn á henni og annarri stærðfræðilegri framsetningu eins og til dæmis kenningu

Geta greint grundvallarhugmyndir sem koma fram í rökræðum

Geta sett fram formleg og óformleg stærðfræðileg rök og geta yfirfært kenningar í stærðfræðilegar fullyrðingar

*Hæfnisvið sem þarf til að geta notað verkfæri og tungumál stærðfræðinnar*

#### 5. Hæfni til að kynna stærðfræðileg viðfangsefni

Geta skilið og beitt mismunandi framsetningarmáta við að kynna stærðfræðileg viðfangsefni, fyrirbæri eða aðstæður

Geta skilið og áttað sig á tengslum milli ólíkra framsetningarmáta á sama hlut og þekkja styrk þeirra og veikleika

Geta valið og beitt ólíkum framsetningarmáta á sama stærðfræðilega viðfangsefnið

#### 6. Hæfni til að vinna með stærðfræðileg tákni og framsetningu

Geta notað og kynnt tákni stærðfræðinnar og formlegt tungumál hennar og geta skilið tengsl þess við daglegt mál

Geta þýtt úr daglegu máli yfir á tákni / tungumál stærðfræðinnar

Geta unnið með fullyrðingar og áherslur sem settar eru fram á tákni máli eða á formlegan



stærðfræðilegan hátt.

#### 7. Hæfni til að hafa samskipti í, með og um stærðfræði

Geta skilið það sem aðrir hafa sett fram um stærðfræðileg viðfangsefni á skriflegan, sjónrænan eða munnlegan hátt

Geta gert sig skiljanlegan munnlega, sjónrænt eða skriflega um stærðfræðileg viðfangsefni sem sett eru fram af fræðilegri eða tæknilegri nákvæmni

#### 8. Hæfni til að nota námsgögn í stærðfræði

Að þekkja hin ýmsu námsgögn sem notuð eru í stærðfræði, fjölbreytni þeirra og takmarkanir

Að geta auðveldlega notað hin ýmsu námsgögn í stærðfræði (Niss 2003:7-9).

Til að ná tökum á hæfnissviðunum átta þurfa nemendur að beita huga og líkama og hegða sér á ákveðinn hátt eða með öðrum orðum þá þurfa nemendur að beita sér á allan hátt til að ná umræddri hæfni. Sérstök áhersla er lögð á að stærðfræðilega hæfni sé eingöngu hægt að öðlast með því að fást við stærðfræðileg viðfangsefni við hæfi. Einnig er talað um að hæfnisviðin skarist.

#### Stærðfræðileg hæfni í þrívídd

Í skýrslunni er talað um að stærðfræðileg hæfni sérhvers nemanda hafi þrjár víddir. Nemandi þarf að hafa náð tökum á einhverjum hluta víddanna þriggja til að hægt sé að tala um að hann hafi umrætt hæfnissvið. Víddirnar þrjár eru:

*Þökunarmálið* (the degree of coverage) segir til um að hve miklu leyti nemandi hefur náð tökum á þeim þáttum sem eru skilgreindir í lýsingu á hæfnissviðinu.

*Virknivíddin* (the radius of action) segir til um hve nemandi er fær í að beita umræddri hæfni í mismunandi samhengi og aðstæðum.

*Tæknistigið* (the technical level) segir til um hve nemandi er fær í að beita þeim hugtökum og verkfærum sem eiga við umrætt hæfnissvið.

(Niss 2003:10).

Þegar nemandi nær betri tökum á einhverri vídd

hæfnissviðs þá er talað um að hann hafi náð betri tökum á hæfnissviðinu. Vandamálið er hins vegar hvernig skal meta framfarir á hverri vídd hæfnissviðs og um leið framfarir á hverju hæfnissviði fyrir sig.

#### Sérstaða stærðfræðinnar

Höfundar skýrslunnar leggja áherslu á að eftirtaldir þrjú þættir séu hafðir í huga varðandi sérstöðu stærðfræðinnar í hagnýtu og sögulegu tilliti.

*Hagnýt notkun stærðfræðinnar.* Stærðfræðin kemur sér vel á ýmsum sviðum svo sem á sviði tækni, vísinda, bygginga og víðar.

*Söguleg þróun stærðfræðinnar.* Stærðfræðin er í sífelldri þróun eins og sagan vitnar um og helgast þróunin af þörf fyrir fjölbreyttari stærðfræði og þróun reiknitækja.

*Reglufesta stærðfræðinnar.* Sérstaða stærðfræðinnar felst meðal annars í reglufestu hennar og öguðum vinnubrögðum.

(Niss 2003:11).

Þessa þætti þarf að hafa í huga á öllum skólastigum þó þeir birtist með mismunandi hætti. Þeir tengjast hæfnissviðunum á svipaðan hátt.

#### Samspil hæfni og efnisþátta stærðfræðinnar

Í KOM skýrslunni er talað um tvenns konar samspil milli hæfni og efnisatriða stærðfræðinnar.

Hægt er að *beita* tiltekinni hæfni með því að vinna með efnisþáttinn.

Hægt er að *þroska* ákveðna hæfni með því að vinna með tiltekinn efnisþátt og ná tökum á að skilja, greina og meta á gagnrýninn hátt.

(Kompetenser og matematiklæring 2002:40).

Í skýrslunni kemur skýrt fram að til að þroska hæfni sína í stærðfræði er talið nauðsynlegt að vinna með nauðsynleg námsgögn. Það er ekki nóg að heyra eða lesa um efnisþáttinn til að öðlast hæfni í honum.

## Efnisþættir stærðfræðinnar í KOM skýrslunni

Skýrsluhöfundar hafa valið tíu efnisþætti stærðfræðinnar sem þeir nefna í skýrslunni. Val þeirra á efnisþáttum helgast annars vegar af sögulegum hefðum og hins vegar af því hvaða stærðfræði kemur sér vel að kunna við margvísleg störf. Efnisþættir stærðfræðinnar sem taldir eru upp í KOM skýrslunni eru:

Tölur	Örsmæðarreikningur
Reikningur	Líkindareikningur
Algebra	Tölfræði
Rúmfræði	Strjál stærðfræði
Föll	Bestunarfræði

(Kompetenser og matematiklæring 2002:41-42).

## Samspil hæfnisviða og efnisþátta stærðfræðinnar

Skýrsluhöfundar leggja til að útbúin sé tafla fyrir hvert aldurstig nemenda þar sem annars vegar koma fram hæfnisviðin en hins vegar efnisþættir stærðfræðinnar. Þeir nefna aðeins þrjá efnisþætti á aldurstiginu 1. – 3. bekkur. Efnisþáttum sem teknir eru fyrir fjölgar smám saman eftir því sem nemendur eldast (Kompetenser og matematiklæring 2002:42).

Í auðu reitina í skýrslunni (sjá hér fyrir neðan) skal skrá nákvæmt dæmi um þá hæfni sem samspil hæfnisviðsins og efnisþáttarins sem liggja lóðrétt / lárétt að reitnum á að leiða til.

### Hæfnitafla fyrir 1. - 3. bekk liti þá út á eftirfarandi máta samkvæmt skýrslunni

	Hæfni til að hugsa stærðfræðilega	Hæfni til að setja fram og leysa þrautir í stærðfræði	Hæfni til að setja fram stærðfræðileg líkön	Hæfni til að setja fram stærðfræðileg rök	Hæfni til að kynna stærðfræðileg viðfangsefni	Hæfni til að vinna með stærðfræðileg tákni og framsetningu	Hæfni til að hafa samskipti í, með og um stærðfræði	Hæfni til að nota námsgögn í stærðfræði
Tölur og talnaskiliningur								
Reikniaðgerðir								
Rúmfræði								

Heimildaskrá:

*Kompetenser og matematiklæring. Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* (2002). Pixi-udgave. Fékk ljósrít hjá Kristínu Bjarnadóttur. Þann 10. október 2005 var hægt að prenta greinina út af eftirfarandi vefslóð: <http://www.nyfaglighed.emu.dk/kom/kom-pixi.pdf>

*Niss, Mogens. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project.* Fékk ljósrít hjá Kristínu Bjarnadóttur. Þann 10. október 2005 var hægt að prenta greinina út af eftirfarandi vefslóð: [http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical\\_competencies\\_and\\_the\\_learning\\_of\\_mathematics.pdf](http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical_competencies_and_the_learning_of_mathematics.pdf).

Þegar skýrslan er lesin er nokkuð augljóst að þar eru settar fram vel ígrundaðar hugmyndir að markmiðum námskrár eða framsetningu æskilegra hæfnisviða en ekki fullmótaðar vinnuleiðbeiningar fyrir kennara. Það verður áhugavert að fylgjast með þróun þessarar vinnu og hvernig leiðbeiningar fyrir kennara koma til með að líta út fullmótaðar.

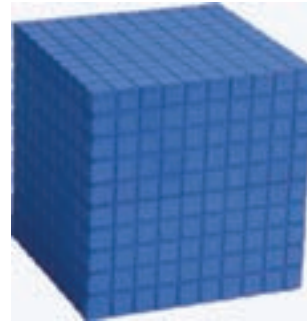
Höfundur er deildrarstjóri í náttúrufræði og stærðfræði í Vatnsendaskóla

# Héðan og þaðan

## Teningurinn

Þessi teningur er settur saman úr þúsund litlum tengingum.  
Stóri teningurinn var málaður blár að utan.

Hve margir litlir teningar hafa allar hliðar málaðar?  
Hve margir litlir teningar hafa enga hlið málaða?  
Hve margir litlir teningar hafa eina hlið málaða?  
Hve margir litlir teningar hafa tvær hliðar málaðar?  
Þrjár hliðar; fjórar hliðar; fimm hliðar?



## Eyðieyjan

Fimm hjón voru saman á eyðieyju. Þau komast í land á árabáti. Aðeins þrír komast í bátinn í einu. Eiginmennirnir eru allir mjög afbrýðisamir þannig að konurnar mega ekki vera einar með öðrum karlmönnum hvorki á eyggi, í bátum né í landi. Hvað þarf báturinn að fara að lágmarki margar ferðir til þess að allir komist í land? (Ferðirnar eru taldar þannig að tvær ferðir eru í land og til baka.)



Góður þessi!

$$\frac{1}{n} \sin x = ?$$

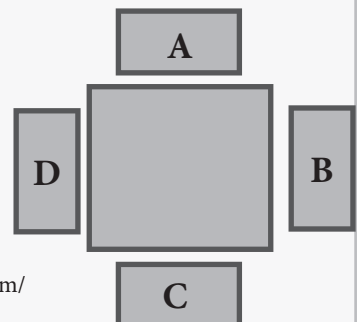
$$\frac{1}{n} \sin x =$$

$$six = 6$$

## Hádegismatur

Fríða og vinkonur hennar þrjár ákváðu að hittast í hádeginu og borða saman en allar komu þær á mismunandi tímum vegna ýmissa erinda, til dæmis tafðist ein á bókasafninu. Þær komu kl. 12.05, 12.10, 12.15 og 12.20. Ragna kom hvorki fyrst né síðust. Karen kom aðeins á undan konunni sem situr í sæti A en á eftir konunni sem var í göngutúr í Laugardalnum. Konan sem var í gönguferð situr í sæti B við hlið konunnar sem verslaði þá um morguninn (sú kom ekki kl. 12.10). Karen sat á móti konunni sem hafði farið í klippingu og vinstra megin við Nönnu.

Hvar situr hver við borðið?



<http://www.astrohoroscopes.com/>

# FLATAR*mál*

2. tbl. 13. árg. 2006



Edda Óskarsdóttir <b>Norrænt tengslanet um sérkennslu í stærðfræði</b>	5
Anna Kristjánsdóttir <b>Í minningu Jónasar B. Jónssonar fræðslustjóra</b>	6
Chien Tai Shill <b>Ólympíustærðfræði fyrir grunnskólanema</b>	9
Jóna Björg Jónsdóttir og Þóra Björk Guðmundsdóttir <b>Nýtt námsmatkerfi í stærðfræði í Sunnulækjarskóla</b>	12
Edda Pétursdóttir, Helga Pálmadóttir, Kristjana Skúladóttir, María Sophusdóttir og Valgerður Hallgrímsdóttir <b>Nýbreytni í kennsluháttum í stærðfræði</b>	15
Ester Jóhannesdóttir, Lára Hálfðánardóttir, Margrét Ásgeirsdóttir og Þórdís Ívarsdóttir <b>Breyttar áherslur í stærðfræðikennslu og mati á stærðfræðinámi</b>	16
Robin S. Kalden <b>Menntun stærðfræðikennara fyrir efri stig grunnskólans og framhaldsskóla í Bandaríkjunum</b>	17
Guðlaug Ósk Gunnarsdóttir og Steinunn Jónsdóttir <b>Stærðfræðisafnið Matimatikum</b>	19
Rannveig Þorvaldsdóttir <b>KappAbel</b>	22
Birna Hugrún Bjarnardóttir <b>Hæfnisvið og nám í stærðfræði</b>	23
<b>Héðan og þaðan</b>	27