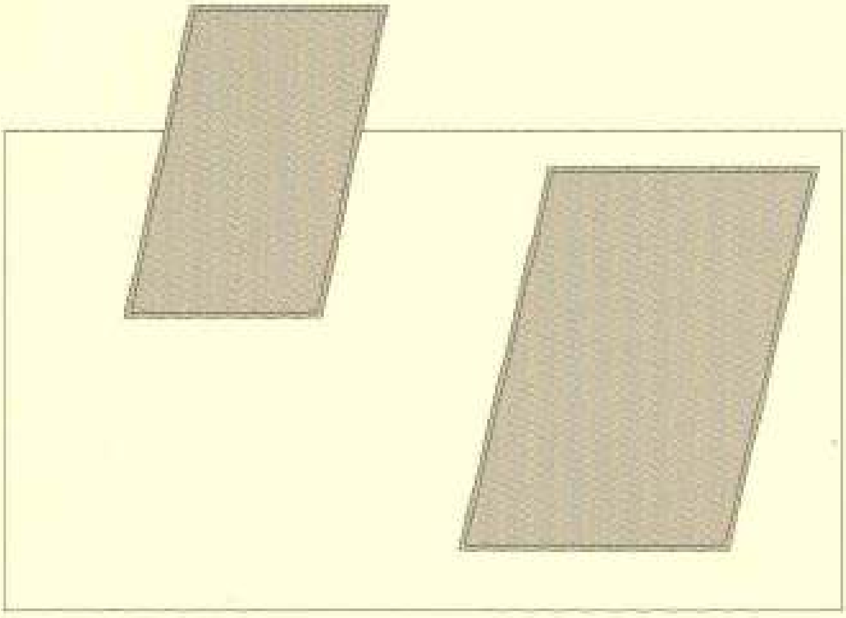
FLATAR mál



Málgagn Flatar
samtaka stærðfræðikennara

Með hækkandi sól

Sólríkasti aprílmánuður á þessari öld hleypti krafti í þá sem að þessu blaði standa. Annað tölublað ársins, sem hér er fylgt úr hlaði, varð til á þeim sólríku dögum. Það er stærra en nokkru sinni áður og efnið fjölbreytt. Fyrsta tölublað ársins var sent með rafrænum hætti í prentsmiðjuna og er það í fyrsta sinn sem það er gert. Nokkrar myndir skiluðu sér ekki um símalínurnar og uppgötvaðist það ekki áður en blaðið fór í prentun. Lesendur eru beðnir velvirðingar á þessum mistökum.

Flatarmál munu væntanlega koma næst út með haustinu og verður það blað tileinkað alþjóðlega stærðfræðiárinu og norrænu ráðstefnunni *Matematik 2000*, sem haldin verður í Borgarnesi dagana 22.- 26. júní. Meðal annars verður rætt við Önnu Kristjánsdóttur prófessor við KHÍ og formann Flatar fyrstu fimm árin um stærðfræðimenntun í víðu samhengi, en hún hefur, að öðrum ólöstuðum, unnið meira á þeim vettvangi en aðrir hérlendis og beitt sér mjög fyrir því að íslenskir kennarar tækju þátt í alþjóðlegu samstarfi.

Ritnefnd Flatarmála óskar lesendum blaðsins gleðilegs sumars.

Kristinn Jónsson

FLATAR mál

Útgefandi: Flötur, samtök stærðfræðikennara, Faxabraut 39, 230 Keflavík.
Ritstjórar og ábyrgðarmenn: Kristinn Jónsson og Sigrún Ingimarsdóttir.
Aðrir í ritnefnd: Jóhann Ísak Pétursson, Kristjana Skúladóttir og Ragnheiður Benediktsson.
Aðstoð við útgáfu: Jóna Benediktsdóttir og Kristín Ósk Jónasdóttir.
Stjórn Flatar: Ragnheiður Gunnarsdóttir formaður, Sigrún Ingimarsdóttir varaformaður, Jón Eggert Bragason ritari, Birna Hugrún Bjarnardóttir gjaldkeri, Guðrún Angantýsdóttir meðstjórnandi, Kolbrún Hjaltadóttir og Guðmundur Birgisson í varastjórn.
Umbrot: Kristinn Jónsson.
Prófarkalestur: Birna Hugrún Bjarnardóttir og Meyvant Þórólfsson.
Teikningar: Jón Kristján Kristinsson o. fl.
Upplag: 500 eintök.
Prentun: H-prent ehf, Ísafirði

Íslandsför Franks Lester og Diönu Lambdin

Guðmundur Birgisson

Í nóvember 1998 komu hjónin dr. Frank K. Lester Jr., prófessor á sviði stærðfræðimenntunar við Indiana University og dr. Diana V. Lambdin, dósent á sviði stærðfræðimenntunar við sama háskóla, hingað til lands til að halda fyrirlestra og ræða við íslenska stærðfræðikennara. Hvort um sig hélt opinn fyrirlestur við Kennaraháskóla Íslands. Auk þess stóð Frank fyrir verkstæði þar sem fjallað var um líkanasmið í stærðfræðinámi og Diana tók þátt í umræðufundi um stefnumótun á sviði stærðfræðimenntunar með tilliti til þeirrar þróunar sem átt hefur sér stað í Bandaríkjunum undanfarin ár. Þau heimsóttu ennfremur grunnskóla í Reykjavík og spjölluðu við kennaranema við Kennaraháskóla Íslands.

Fer hér á eftir stutt kynning á verkum þeirra hjóna og viðtal sem fór þannig fram að lesendur Flatarmála sendu þeim spurningar í tölvupósti sem þau svöruðu með sama hætti.

Kynning á verkum gestanna

Frank K. Lester Jr. lauk doktorsprófi á sviði stærðfræðimenntunar frá Ohio State University árið 1972. Frá þeim tíma hefur hann stundað kennslu og rannsóknir við Indiana University. Hann hefur ævinlega verið afkastamikill fræðimaður og hefur áhugi hans einkum beinst að þrautalausnum og þætti þeirra í stærðfræðinámi. Með rannsóknum sínum hefur hann annars vegar leitað skilnings á því hvernig nemendur, jafnvel þeir yngstu, leysa þrautir og hins vegar fjallað um hvernig nota má þrautir til að kenna stærðfræði. Hann hefur skrifað fjölmargar greinar, bæði greinar þar sem hann skýrir frá niðurstöðum rannsókna sinna og greinar þar sem hann leitast við að setja niðurstöður sínar og annarra í samhengi þannig að heildarmynd verði til (sjá t. d. Lester, 1994). Samstarfsmenn hans á þessu sviði hafa verið margir og hefur hann ferðast víða um lönd til að segja frá niðurstöðum sínum. Í skrifum sínum hefur Frank meðal annars fjallað um sýn nemenda á eigin hugsun þegar þeir eru að leysa þrautir. Annars vegar er um að ræða greiningu hugtaka og smíði kenninga (sjá t.d. Lester og Garofalo, 1985) og hins vegar rannsóknir á nemendum. Til dæmis um rannsóknir af þessu tagi má nefna athugun á því að hve miklu leyti 7. bekkingar höfðu skýra sýn á það hvernig þeir báru sig að við að leysa þrautir og á því að hve miklu leyti væri hægt að skerpa sýn þeirra á eigin hugsun (Lester o.fl., 1989). Rannsóknin fór þannig fram að skoðaðar voru myndbandsupptökur af nemendum sem voru að glíma við erfiðar stærðfræðiþrautir, bæði einir sér og í pörum, ásamt upptökum af viðtölum við nemendur. Gerður var greinarmunur á sýn nemenda á eigin hugsun þegar þeir voru að átta sig á þrautinni, þegar þeir voru að leggja drög að aðferð til að leysa þrautina, þegar þeir voru að beita aðferðinni og þegar þeir voru að ganga úr skugga um hvort aðferðin hefði skilað árangri. Í ljós kom að þegar nemendur voru að átta sig á því um hvað þrautin snerist var þýðingarmeira að þeir hefðu skýra sýn á eigin hugsun en í hinum þáttunum þremur. Ennfremur leiddi rannsóknin í ljós að kennslan var líklegri til að skila þeim árangri að skerpa sýn nemenda á eigin hugsun, ef sá þáttur var ræktaður samhliða öðru stærðfræðinámi og á löngum tíma heldur en ef tekinn var styttri tími til þess sérstaklega.

Auk þess að fjalla um sýn nemenda á eigin hugsun og áhrif hennar á það hvernig nemendur leysa þrautir hefur Frank fjallað um það hvernig tilfinningar og skoðanir nemenda tengjast stærðfræðináminu. Má þar til dæmis nefna rannsókn á 7. bekkingum þar sem leitast er við að draga upp mynd af áhrifum skoðana og tilfinninga á þrautalausnir nemenda (Lester og Garofalo, 1987).

Rannsóknir sem þessar eru áhugaverðar í sjálfu sér, en gildi þeirra eykst ef þær eru settar í samhengi við daglegt amstur stærðfræðikennara. Þar hefur Frank lagt lóð sitt á vogarskálarnar. Má þar nefna tilraun til að gera glímu við stærðfræðiþrautir að sjálfsögðum þætti í námi 2. bekkjar (Spencer og Lester, 1981). Sú tilraun leiddi í ljós að nemendurnir urðu áræðnari í stærðfræðinámi sínu fyrir vikið og urðu óragir við að takast á við framandi viðfangsefni. Þá má nefna rannsókn á 5. og 7. bekk þar sem borinn var saman árangur bekkja þar sem rík áhersla var lögð á þrautalausnir og bekkja þar sem kennt var á hefðbundinn hátt (Charles og Lester, 1984). Í ljós kom að bekkir þar sem þrautirnar skipuðu hærri sess sköruðu framúr hvað varðaði hæfileikann til að skilja nýjar þrautir, í að leggja á ráðin um lausn nýrra þrauta og í að komast að réttri niðurstöðu. Þá má að lokum nefna skrif hans um muninn á þrautum sem gjarnan eru lagðar fyrir nemendur í skólum og þrautum sem verða á vegi fólks í hversdagslífinu og tillögur um það hvernig hægt væri að gera skólaþrautirnar líkari raunverulegum þrautum (Lester, 1989).

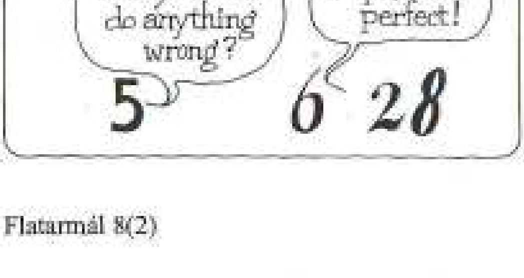
Diana V. Lambdin lauk doktorsprófi á sviði stærðfræðimenntunar frá Indiana University árið 1988. Hún réðist þá til Iowa State University en snéri aftur til Indiana árið 1991 og tók þar til starfa sem lektor á sviði stærðfræðimenntunar. Hún er nú dósent við Indiana University. Í doktorsverkefni sínu rannsakaði Diana hvernig nemendur vinna saman við lausn þrauta. Hún fylgdist með pörum stúlkna sem glímdu við erfiðar þrautir og beindi sjónum sínum einkum að sýn stúlknanna á sína eigin hugsun og að því hvernig þær vörðu tíma sínum, þ.e. hve lengi þær voru að leita skilnings á þrautinni, hve lengi þær voru að búa sér til aðferð til að leysa þrautina o.s.frv. Auk þess að hafa tekist að lýsa vel sýn nemenda á eigin hugsun við þessar aðstæður tókst Diönu að laga kerfi sem notað hafði verið til að rannsaka þrautalausnir einstaklinga (sjá t.d. Schoenfeld, 1985) að þrautalausnum þar sem nemendur vinna saman. Í framhaldi af rannsókn sinni beindi Diana athygli sinni að þrautalausnum almennt og að samstarfi nemenda sérstaklega (sjá t.d. Davidson og Kroll, 1991).

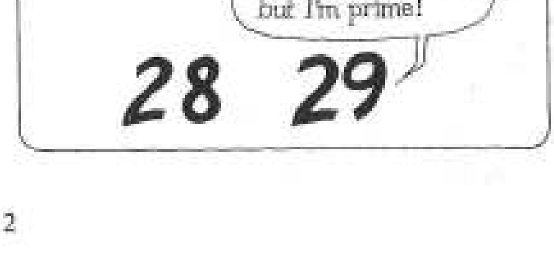
Á síðari árum hefur áhugi Diönu einkum beinst að námsmati í stærðfræði og hefur hún fjallað um það efni frá ýmsum sjónarhornum. Hún hefur skrifað um eðli og tíðni mælinga á námsárangri (Lambdin og Forseth, 1996), um notkun verkmöppu við námsmat í stærðfræði (Lambdin og Walker, 1994), um námsmat þegar um hópvinnu er að ræða (Kroll o.fl., 1992a, 1992b) og svo mætti lengi telja. Hún hefur ritstýrt safnritum um námsmat í stærðfræði (sjá t.d. Lambdin (Ritstj.), 1996) og fjallað um þær breytingar sem gera þarf á námsmati með nýjum áherslum í kennslu (Lambdin, 1995).

Diana hefur ekki síður en Frank leitast við að tengja niðurstöður rannsókna við kennarastarfið. Hún hefur skrifað um rannsóknir á gildi kennslugagna (Thompson og Lambdin, 1994), svo nefnt sé dæmi um einstaka þætti, og einnig yfirlit um þróun rannsókna sem ætluð eru starfandi kennurum (sjá t.d. Lambdin, 1994).

Frank og Diana hafa í sameiningu og hvort í sínu lagi fjallað almennt um eðli rannsókna á stærðfræðimenntun. Frank var um árabil ritstjóri *Journal for Research in Mathematics Education* og sem ritstjóri skrifaði hann greinar, bæði í tímarit sitt og önnur, um það hvernig rannsóknir á sviði stærðfræðimenntunar hafa þróast. Þau hafa svo í sameiningu haldið því verki áfram (sjá t.d. Lester og Lambdin, 1998, Lester og Lambdin, á útgáfustigi).

Frank og Diana hafa ætíð starfað náið með samtökum bandarískra stærðfræðikennara (National Council of Teachers of Mathematics) en samtökin standa fyrir viðamikilli útgáfu og þróunarstarfi. Frank var eins og fyrr sagði ritstjóri *Journal for Research in Mathematics Education*, en NCTM gefa tímaritið út. Diana var í hópi þeirra sem sömdu *Assesment Standards for School Mathematics* (NCTM, 1995). Þar var fjallað um hvernig breyta þyrfti námsmati þegar kennt væri í anda stefnuyfirlýsingar samtakanna um stærðfræðikennslu (NCTM, 1989). Diana er einnig í hópi höfunda nýrrar útgáfu af stefnuyfirlýsingu samtakanna (NCTM, væntanlegt 2000). Saman hafa þau ritað allnokkuð um það hvernig hægt sé að nálgast í kennslu þau markmið sem sett voru í áðurnefndri stefnuyfirlýsingu samtakanna um stærðfræðikennslu, meðal annars með tilliti til námsmats (Lester og Lambdin, 1991). Frank Lester var nýlega kjörinn í stjórn samtaka bandarískra stærðfræðikennara.





Spurningar frá lesendum Flatarmála

Fyrirspyrjandi: *Mér þætti gaman að vita hvort þið teljið að aukin áhersla á þrautalausnir í stærðfræðikennslu í grunnskólum eigi ekki jafnframt að hafa áhrif á stærðfræðikennslu og mat í kennaramenntun. M.ö.o. hvernig eigi að undirbúa verðandi kennara til slíkrar kennslu og hvernig eigi að meta hæfni þeirra.*

Frank: Ef aukin áhersla er lögð á þrautalausnir í grunnskólastærðfræðinni (og ég legg áherslu á EF), þá þarf svo sannarlega að endurskoða ríkjandi hugmyndir um kennaranám. Á öllum stigum, þar með talið á háskólastigi, þarf að kenna verðandi kennurum á sama hátt og vænst er að þeir kenni. Ég er mjög eindregið þessarar skoðunar, og kemur það fram í ýmsu af því sem ég hef skrifað.

Diana: Vandinn við að nálgast stærðfræðikennslu á háskólastigi gegnum þrautalausnir er sá að fáir á sviði stærðfræðimenntunar (og enn færri stærðfræðingar) hafa hingað til brotið heilann um það hvernig ætti að gera þetta. Þess vegna er vandfundið það fólk sem bæði vill og getur kennt stærðfræði á háskólastigi með áherslu á þrautalausnir. Í háskólanum þar sem við störfum er vandinn oftast leystur þannig að nemendur í framhaldsnámi eru fengnir til að kenna kennaranemunum. Þessir framhaldsnemar hafa reynslu af kennslu stærðfræði með áherslu á þrautalausnir á neðri skólastigum og hafa auk þess í sínu framhaldsnámi tekið þátt í málstofum um þrautalausnir í stærðfræðinámi.

Fyrirspyrjandi: *Í anda þrautalausna er einatt reynt að setja stærðfræðiverkefni í eitthvert samhengi sem kallað er „raunverulegt". Mér leikur hugur á að vita hvort menn hafi ekki áhyggjur af því að slík framsetning vandamála geti haft takmarkaða skírskotun fyrir nemendur. Svo búið sé til afkáralegt dæmi, þá myndi fólk læra að tvö epli og þrjú epli væru fimm epli, en ekki alhæfðu staðreyndina 2+3=5.*

Frank: Ég hef áhyggjur af hverri þeirri kennslu sem ekki hjálpar nemendum að draga almennar ályktanir, sama hvert samhengið er. Rannsóknir gefa sífellt betri vísbendingar um að stærðfræðikennsla sem byggð er á raunverulegu samhengi missir marks ef umræður skortir um það hvernig stærðfræðina sem við sögu kemur mætti heimfæra á aðra hluti eða annað samhengi. Á hinn bóginn er ljóst að ekki er ráðlegt að kenna stærðfræðina sem einhverskonar safn af staðreyndum og algerlega hlutfirrta. Svo vill til að stærðfræði er kennd með þessum hætti víðast hvar í heiminum með þeim afleiðingum að fjölmargir, jafnt fullorðnir sem börn, eru sannfærðir um að iðkun stærðfræði sé hrein tímasóun. Ég tel að ná þurfi skynsamlegu jafnvægi milli þess að setja stærðfræðileg hugtök í samhengi við veraldlega hluti og þess að setja stærðfræðina fram sem rökrétt, hlutfirrt kerfi.

Diana: Ég er sama sinnis. Auk þess tel ég að ef við krefjumst þess að öll stærðfræði sé sett í veraldlegt samhengi þá fari nemendur á mis við að upplifa fegurðina og máttinn sem býr í hinni hreinu stærðfræði. Lykillinn er að mínu viti sá að kenna nemendum að spyrja sig í sífellu: „Hvernig tengjast þessar nýju hugmyndir stærðfræðihugmyndum og þrautum sem ég hef séð áður?" Ef nemendur gera ráð fyrir að stærðfræðihugmyndir séu tengdar innbyrðis verða þeir betur en ella færir um að nýta þekkingu sína við nýjar og nýstárlegar aðstæður. Ef þeir líta hins vegar svo á að sérhver kennslustund sé ný og að viðfangsefni hennar sé ótengt þeim hugmyndum eða því samhengi sem áður hefur verið fengist við, þá munu þeir sannarlega eiga í erfiðleikum með að beita því sem þeir hafa lært.

Fyrirspyrjandi: *Hvað er „mathematics as verbs"?*

Frank: Ég er ekki viss um að mér sé ljóst um hvað er spurt, en mér dettur í hug að átt sé við hvers konar athafnir tilheyra stærðfræðinni. Þar myndi ég nefna eftirtaldar sagnir sem að mínu viti koma mjög við sögu í stærðfræði: að alhæfa á grundvelli tiltekinna aðstæðna og dæma, að draga fram óhlutbundna lýsingu út frá hlutbundnum aðstæðum og hugtökum, að setja fram tilgátur um tengsl stærðfræðilegra fyrirbæra, að gera stærðfræðilíkön af fyrirbærum úr veruleikanum (t.d. með jöfnum).

Diana: Fjölmargir myndu skilgreina stærðfræði með því að telja upp nafnorð, t.d. tala, rúmfræði, töl, líkindi, algebra o.s.frv. Það er mjög lærdómsríkt að íhuga hvernig mætti skilgreina stærðfræðina með sagnorðum: að leysa þrautir, að eiga samskipti, að tengja fyrirbæri saman, að búa til líkön, að setja fram tilgátur, að draga almennar ályktanir af tilteknu samhengi, að setja hugmynd fram í nýju samhengi o.s.frv. Í bókinni *Principles and Standards for School Mathematics*(1) sem gefin var út af samtökum stærðfræðikennara í Bandaríkunum (National Council of Teachers of Mathematics) til að kynna framtíðarsýn samtakanna á sviði stærðfræðikennslu eru nafnorðin eins og þau sem ég nefndi kölluð inntaksmarkmið (content standards) en sagnorðin kölluð aðferðamarkmið (process standards). Þessar tvær gerðir markmiða eru ólíkar en óaðskiljanlegar leiðir til að hugsa um stærðfræði og ég held að það sé lærdómsríkt fyrir okkur kennara að íhuga hvernig samþætting beggja þátta hlýtur að leiða til breytinga á því hvað við kennum og hvernig við kennum.

***Fyrirspyrjandi**: Það fer eftir því hvaða verkfæri þú hefur, hvernig þú sérð heiminn. Hver eru aðalverkfæri stærðfræðinnar?* (2)

Frank: Hmm!? Mikilvægustu verkfæri stærðfræðinnar? Spurull hugur, viðeigandi safn af tækjum til að leysa þrautir, gott safn af leiðsagnarreglum, þ.e. þumalputtareglum sem koma að gagni við þrautalausnir. Tæki til að leysa þrautir eru meðal annars þekking á ýmsum staðreyndum (t.d. frumstaðreyndum í reikningi), færni í notkun ýmissa reiknirita (hvaða algoritmar það eru fer eftir viðfangsefninu) o.s.frv.

Diana: Ég er á sama máli. Leiðsagnarreglurnar sem Frank nefndi væru meðal annars þær sem Ungverjinn George Polya kynnti í sinni sígildu bók *How to Solve it*.(3) Polya skrifaði um það hvernig hann (og aðrir stærðfræðingar sem hann þekkti) nálguðust stærðfræðileg viðfangsefni sem fyrir þá voru raunverulegar þrautir (þ.e. þeir lentu í ógöngum þegar þeir reyndu að leysa þrautirnar og vissu ekki hvernig þeir áttu að bregðast við). Á meðal leiðsagnarreglnanna sem Polya fjallaði um er til dæmis það að finna einfaldari þraut, að teikna mynd, að gera töflu, að leita að mynstri og að vinna afturábak.

***Fyrirspyrjandi**: Hvaða augum lítið þið á endurmenntunarmálin eins og þau blasa við á Íslandi. Þeir sem eru að sinna stærðfræðikennslu hafa fæstir valið stærðfræði í kennaranámi og byggja kennslu sína að miklu leyti á eigin reynslu og oftrú á námsefni (bækurnar). Ef þið fengjuð í hendurnar 25 slíka kennara á endurmenntunarnámskeið í stærðfræði, hvaða áherslur yrðu lagðar þar og út frá hvaða forsendum?*

Frank: Ég mæli með nýrri bók eftir *Liping Ma* sem nýlega lauk doktorsprófi á sviði stærðfræðimenntunar frá Berkleyháskóla í Kaliforníu. Í rannsókn sinni bar *Ma* saman kínverska og bandaríska grunnskólakennara og komst meðal annars að því að flestir kínversku kennaranna höfðu tekið færri stærðfræðinámskeið á háskólaárum sínum en bandarísku kennararnir. Hins vegar reyndist nám kínversku kennaranna hafa rist dýpra og stærðfræðileg þekking þeirra var auðugri af innbyrðis tenglum en þekking bandarísku kennaranna. Þessum niðurstöðum svipar mjög til niðurstaðna þess hluta TIMSS (4)

---

(1) Hér er vísað í drög að nýrri stefnuyfirlýsingu samtaka bandarískra stærðfræðikennara. Drögin, *Principles and Standards for School Mathematics*, komu út í október 1998 og eru enn fáanleg á heimsíðu samtakanna, http://www.nctm.org. Með lokaútgáfu verksins sem fyrirhuguð er í apríl 2000 má reikna með að sú útgáfa sem Diana vísar hér til verði ófáanleg. Hugmyndin sem lýst er kom fram í fyrri útgáfum samtakanna, svo sem *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989) og hefur einnig ratað inn í stærðfræðihluta Aðalnámskrár grunnskóla þar sem gerður er greinarmunur á markmiðum varðandi aðferðir og markmiðum varðandi inntak. (Menntamálaráðuneytið, 1999).

(2) Hér vísar fyrirspyrjandi í fyrirlestur Franks þar sem hann sagði m.a. eitthvað á þá leið að í augum þeirra sem eiga ekkert verkfæri annað en hamar lítur hvaðeina út eins og nagli.

(3) (Polya, 1945)

(4) Nánari upplýsingar um TIMSS er t.d. hægt að nálgast á slóðinni http://www.timss.com

rannsóknarinnar þar sem skyggnst var inn í kennslustofurnar. Í þeirri rannsókn voru bornir saman japanskir kennarar og bandarískir kennarar sem allir kenndu 8. bekk. Japönsku kennararnir reyndust vera tilbúnir til að verja heilli kennslustund (og stundum lengri tíma) til að fjalla um eina þraut, á meðan bandarísku kennararnir vörðu sjaldnast nema nokkrum mínútum í hverja þraut. Vitaskuld gekk japönsku nemendunum mun betur í TIMSS prófunum en bandarísku nemendunum. Þessar niðurstöður myndi ég hafa í huga við skipulagningu námskeiða fyrir kennara. Í stað þess að reyna að komast yfir mikið efni í stærðfræðinni myndi ég takmarka námskeiðið við rannókn á tiltölulega þröngu sviði. Máltækið „less is more" virðist eiga vel við hér. Ég myndi því líklega velja eitt eða tvö vel afmörkuð viðfangsefni og helga námskeiðið þeim.

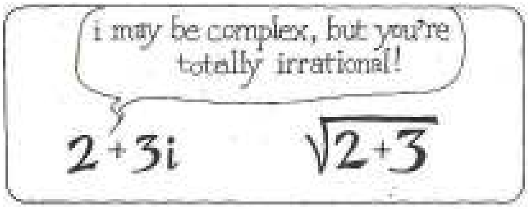
Diana: Bókin eftir Liping Ma sem Frank nefndi heitir *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Hún kom út 1999 og útgefandinn er Lawrence Erlbaum. Sem ritstjóri ritdóma í *Journal for Research in Mathematics Education* er ég nú að vinna að því að fá tvo ritdóma um bókina birta í tímaritinu næsta ár. Bókin hefur vakið áhuga margra hér í Bandaríkjunum, sérstaklega stærðfræðinga (sem eru furðu lostnir að sjá að grunnskólastærðfræðin býður í raun og veru upp á ítarlegar stærðfræðirannsóknir fyrir kennaranema á háskólastigi eða fyrir kennara á endurmenntunarnámskeiðum. Það er nefnilega svo að grunnhugmyndir stærðfræðinnar bjóða upp á mikinn lærdóm ef reynt er að skilja þær til hlítar). Ef ég væri að skipuleggja sumarnámskeið fyrir kennara sem hafa hlotið litla kennslu í stærðfræði á háskólastigi myndi ég, eins og Frank, telja mikilvægt að beina sjónum að einu eða tveimur viðfangsefnum. Ræðar tölur eru viðfangsefni sem ég myndi íhuga (brot, hlutföll, röksemdafærslur með hlutföllum o.s.frv.). Á þessu sviði er þekking kennara og nemenda oft mjög yfirborðskennd. Susan Lamon (bandarískur fræðimaður sem hefur stundað rannsóknir á þessu sviði) sendi nýlega frá sér tvær bækur sem gætu hentað vel fyrir slíkt námskeið, *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers* og *More: In-Depth Discussion of the Reasoning and Activities in „Teaching Fractions and Ratios for Understanding."* Ég gæti einnig hugsað mér að nota á slíku námskeiði reynslulýsingar kennara um glímu þeirra við kennslu ræðra talna (t.d. reynslulýsingar úr bók sem Carne Barnett o.fl. ritstýrðu, *Fractions, Decimals, Ratios, and Percents: Hard to Teach and Hard to Learn?*). Algebrísk hugsun er annað viðfangsefni sem væri gott fyrir alla kennara, óháð skólastigi.

Þótt þetta hafi verið fyrsta heimsókn þeirra hjóna til Íslands eru þau þó ekki ókunnug stærðfræðimenntun á Norðurlöndum. Þau hafa meðal annars dvalið langdvölum í Gautaborg, og Frank hefur birt greinar í norrænum tímaritum um stærðfræðimenntun (sjá t.d. Lester, 1988, 1996). Veturinn 1998-1999 dvöldu þau í Gautaborg og gerðu þá víðreist um Norðurlönd. Þau létu vel af dvöl sinni hér á landi og biðja fyrir bestu kveðjur til þeirra sem þau hittu.

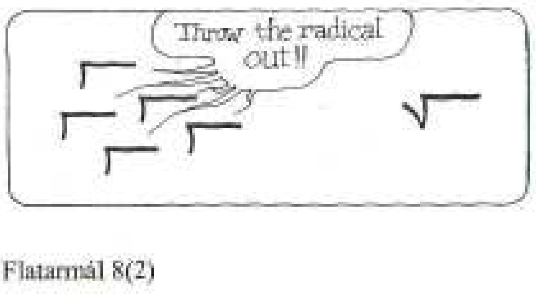
Guðmundur er lektor við KHÍ.

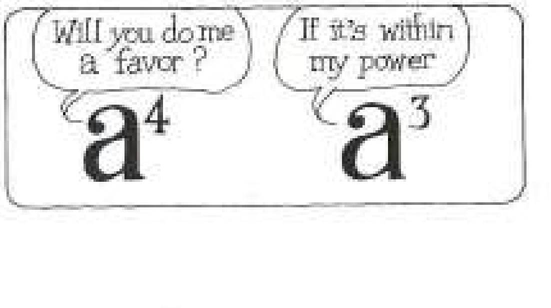
Heimildir

Charles, Randall I. og Lester, Frank K., Jr. (1984). An Evaluation of a Process-Oriented Instructional Program in Mathematical Problem Solving in Grades 5 and 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15. árg. 1. tbl., bls. 15-34.
Davidson, Neil og Kroll, Diana Lambdin. (1991). An



Overview of Research on Cooperative Learning Related to Mathematics. *Journal for Research in Mathematics* Education, 22. árg. 5. tbl., bls. 363-365.
Garofalo, Joe og Lester, Frank K., Jr. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16. árg. 3. tbl., bls. 163-176.
Kroll, Diana Lambdin ofl. (1992a). Grading Cooperative Problem Solving. *Mathematics Teacher*, 85. árg. 8. tbl., bls. 619-627.
Kroll, Diana Lambdin ofl. (1992b). Cooperative Problem Solving: But What about Grading? *Arithmetic Teacher*, 39. árg., 6. tbl., bls. 17-23.
Lambdin, Diana V. (1994). Planning for Classroom Portfolio Assessment. *Arithmetic Teacher*, 41. árg. 6. tbl., bls. 318-324.
Lambdin, Diana V. (1995). Implementing the Assessment Standards for School Mathematics: An Open-and-Shut Case? Openness in the Assessment Process. *Mathematics Teacher*, 88. árg. 8. tbl., bls. 680-684.
Lambdin, Diana V. (Ritstj). (1996). *Emphasis on Assessment: Readings from NCTM's School-Based Journals*. Reston, Va.: NCTM.
Lambdin, Diana V. ofl. (1994). Connecting Research to Teaching: Reflections on Mathematics Education Research over the Twenty-Five Years of JRME. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1. árg. 1. tbl. bls. 38-43.
Lambdin, Diana V. og Forseth, Clare. (1996). Implementing the Assessment Standards for School Mathematics: Seamless Assessment/Instruction = Good Teaching. *Teaching Children Mathematics*, 2. árg. 5. tbl., bls. 294-299.
Lester, F. K., Jr. og Lambdin, D. V. (1998). The Ship of Theseus and Other Metaphors for Deciding What We Value in Mathematics Education Research. Í J. Kilpatrick og A. Sierpinska (Ritstj.). *What is Research in Mathematics Education?* Dordrecht, Hollandi, Kluwer Publishing Company.
Lester, F. K., Jr. og Lambdin, D. V. (Á útgáfustigi). From Amateur to Professional: The Emergence and Maturation of the U.S. Mathematics Education Research Community. Í G. M. S. Stanic & J. Kilpatrick (ritsj.), *A Recent History of Mathematics Education in the United States and Canada*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
Lester, Frank K., Jr. (1988). Teaching Mathematical Problem Solving. *Nämnaren*, 15. árg. 3. tbl.
Lester, Frank K., Jr. (1989). Research Into Practice. *Arithmetic Teacher*, 37. árg. 3. tbl., bls. 33-35.
Lester, Frank K., Jr. (1994). Musings about Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25. árg. 6. tbl., bls. 660-675.
Lester, Frank K., Jr. (1996). Problemlösningens natur. *Nämnaren Tema. Matematik – et kommunikationsämne*. Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.
Lester, Frank K., Jr. ofl. (1989). *The Role of Metacognition in Mathematical Problem Solving: A Study of Two Grade Seven Classes. Final Report*. Lokaskýrsla rannsóknarverkefnis. Eric_NO: ED314255.
Lester, Frank K., Jr. og Garofaloe, Joe. (1987). *The Influence of Affects, Beliefs, and Metacognition on Problem Solving Behavior: Some Tentative Speculations*. Erindi flutt á ársfundi American Educational Research Association, Washington, DC, 20. – 24. apríl 1987).
Lester, Frank K., Jr. og Kroll, Diana Lambdin. (1991). Implementing the Standards. Evaluation: A New Vision. *Mathematics Teacher*, 84. árg. 4. tbl., bls. 276-284.
Menntamálaráðuneytið. (1999). *Aðalnámskrá grunnskóla. Stærðfræði*. Reykjavík, Menntamálaráðuneytið.
National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
National Council of Teachers of Mathematics. (væntanlegt 2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
Polya, George. (1945). *How to Solve It*. New Jersey: Princeton University Press
Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
Spencer, Patricia J og Lester, Frank K., Jr. (1981). Second Graders Can Be Problem Solvers. *Arithmetic Teacher*, 29. árg. 1. tbl., bls. 15-17.
Thompson, Patrick W. og Lambdin, Diana V. (1994) Research into Practice: Concrete Materials and Teaching for Mathematical Understanding. *Arithmetic Teacher*, 41. árg. 9. tbl., bls. 556-558.





Þrautgóðar að vestan!

Jóna Benediktsdóttir og Kristín Ósk Jónasdóttir

Ný reikniaðgerð

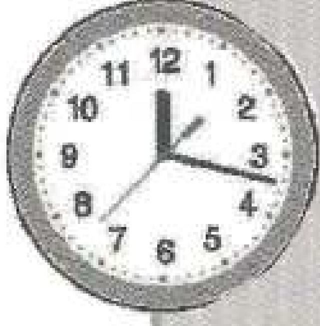
Ímyndaðu þér að ný reikniaðgerð hafi verið fundin upp. Aðgerðamerkið hennar er #. Ef:

1 # 1 = 2
3 # 5 = 34
6 # 9 = 117
10 # 14 = 296

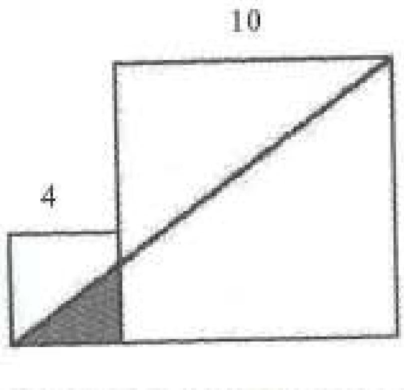
Hvað er þá 15 # 19?

Tími er peningar

Hversu mikla peninga myndir þú græða á einni viku ef þú fengir fimm hundruð krónur í hvert skipti sem vísarnir á klukkunni mynda 90° horn?



Hvert er flatarmál skyggða svæðisins?



Nemar á Netinu

Kennaranemar í stærðfræðivali á 3. ári voru í æfingakennslu í sex vikur síðastliðið haust. Á meðan á vettvangsnáminu stóð var í gangi póstlisti þar sem nemarnir leituðu ráða, sögðu frá reynslu sinni og vangaveltum. Víða var leitað fanga við verkefnagerð og skipulagningu kennslu. Vefslóðir voru mikið notaðar til að leita hugmynda að verkefnum og nálgunum að tilteknum efnisþáttum. Einn kennaraneminn, Helen Símonardóttir, datt niður á slóð sem nýttist mörgum vel. Verkefni af henni voru notuð bæði í 5. bekk í Laugarnesskóla og 10. bekk í Hlíðaskóla. Um er að ræða heimasíðu bandarísks stærðfræðikennara, Cynthiu Lanius, þar sem finna má skemmtileg verkefni um almenn brot, rúmfræði o.fl. Slóðin er http://math.rice.edu/~lanius/

Dæmi um verkefni sem notuð voru má sjá hér á eftir.

Mynsturskoðun - verkefni frá Cynthiu Lanius

Jóhanna Stella Jóhannsdóttir

Eftirfarandi verkefni var lagt fyrir tvo tíundu bekki í Hlíðaskóla. Báðir bekkirnir voru nýbyrjaðir í algebru samkvæmt yfirferð í kennslubók. Nokkuð margir nemendur eru í algebruvali og gekk þeim betur að leysa verkefnið.

Hver nemandi fékk verkefnablað og máttu nemendur síðan vinna saman í 3-4 manna hópum. Þeir völdu sig sjálfir saman og fengu eina kennslustund til að vinna verkefnið í skólanum. Þeir áttu síðan að ljúka verkefninu heima að eins miklu leyti og þeir gætu.

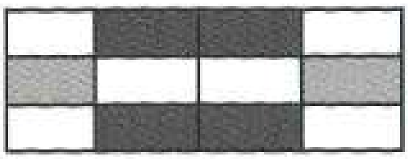
Nemendum fannst verkefnið nokkuð erfitt en flestir fundu þó hvernig reitum í ákveðnum lit fjölgaði og gátu talið það út. Erfiðlegar gekk að finna almennu reglurnar en þó voru þrír hópar sem fundu nokkrar þeirra. Nemendum var ráðlagt að reyna fyrst við regluna með hvítu reitunum og heildarfjölda reita.

Nemendur sýndu verkefninu áhuga og flestum fannst gaman að reyna að leysa það.

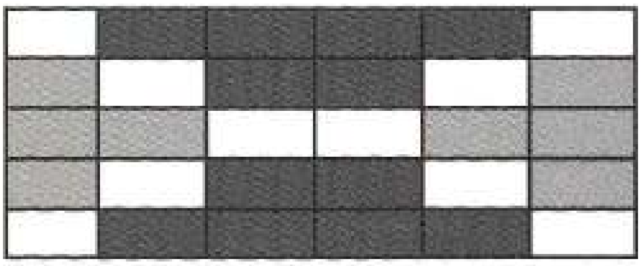
Mynsturskoðun

Skoðaðu mynstrið hér fyrir neðan. Hvernig breytist fjöldi hvers litar eftir því sem stigin hækka og rétthyrningurinn bætir utan á sig.

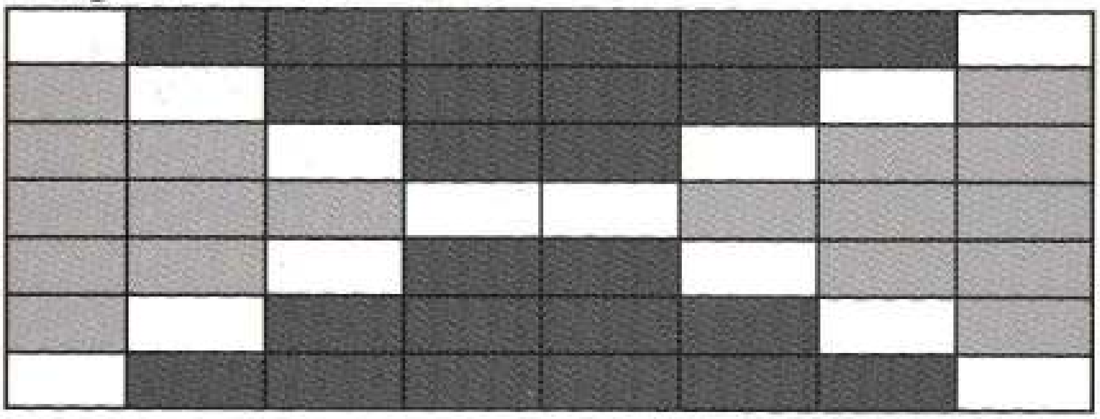
1. stig



2. stig



3. stig



Skráðu í töflu hvernig fjöldi kassanna í hverjum lit breytist þegar rétthyrningurinn er stækkaður og finndu út regluna fyrir n-stigs rétthyrning ef þú getur.

Verkefni

Stig	1	2	3	4	5	...	n
Fjöldi hvítra reita							
Fjöldi ljósgrárra reita							
Fjöldi dökkgrárra reita							
Heildarfjöldi reita							

Mitt eigið mynstur

Stig	1	2	3	4	5	...	n
Fjöldi reita							
Fjöldi reita							
Fjöldi reita							
Heildarfjöldi reita							

Hér lýkur töflunum og verkefnin taka við. Þú þarft að finna út hvernig uppsetningin getur best verið.

Hvaða lit fjölgar hraðast? En hægast?
Hversu margir kassar í hverjum lit verða á 8. stigi mynstursins? Hvað um 0. stigið?
Munu verða 42 hvítir kassar á einhverju stigi mynstursins? En 102 ljósgráir kassar? Munu einhvern tímann verða 870 kassar í allt? Ef svo er skrifaðu á hvaða stigi í hverju svari.

Aukaverkefni

Búðu til þitt eigið mynstur á rúðustrikaðan pappír. Sýndu a.m.k. 3 stig. Mynstrið verður að hafa a.m.k. einn samhverfuás og reglulegan vöxt. Settu á blað töflu eins og þú gerðir hér á undan og fylltu hana út. Finndu jöfnurnar fyrir mynstrinu þínu. Vertu viðbúinn því að skipta á mynstri við bekkjarfélaga þinn og þið finnið út hvernig mynstrin breytast hjá hvor öðrum.

Jóhanna Stella er kennaranemi á 3. ári.

Nemar á Netinu

Reynslusaga af Teigunum

Helen Símonardóttir

Æfingakennsla mín í stærðfræði fór fram í Laugarnesskóla og kenndi ég 5. bekk undir leiðsögn Guðlaugar Bjarnadóttur kennara. Kom okkur saman um að viðfangsefnið á tímabilinu yrði m.a. almenn brot. Hófst nú leit mín að nýjum og skemmtilegum verkefnum tengdum þessum efnisþætti stærðfræðinnar.

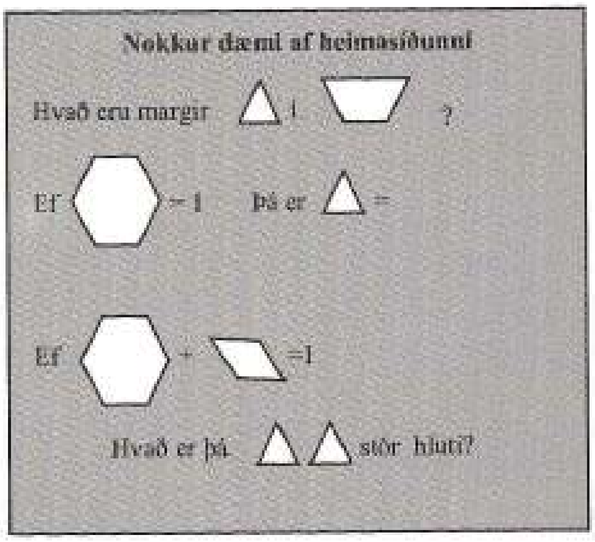
Ætla má að við kennslu á almennum brotum sé myndræn og hlutbundin framsetning algeng og jafnvel nauðsynleg. Það dýpkar skilning á eðli og hlutverki almennra brota. Við leit mína fann ég skemmtilegt verkefni á heimasíðu Cynthiu Lanius. Yfirheiti verkefnisins er *No Matter What Shape* sem mætti kalla *Lögun skiptir ekki máli* á íslensku. Gefin eru fjögur form; sexhyrningur, trapisa, samsíðungur og þríhyrningur. Hlutföll formanna eru þannig að hægt er að búa til sexhyrning úr sex þríhyrningum, þremur samsíðungum eða tveimur trapisum eða einu af hverju ofangreindra forma. Þar sem ekki var hægt að koma því við að leyfa öllum nemendum að nota tölvu, prentaði ég út af heimasíðunni rúðunet úr þríhyrningum.

Eftir stutta upprifjun á formunum fjórum skoðuðum við hvernig hægt væri að búa til sexhyrning úr hinum þremur formunum. Verkefni nemenda var síðan að búa til eins marga sexhyrninga og þeir gætu úr þessum þremur formum. Niðurstöðurnar voru ótrúlega margar og fórum við yfir þær á glæru. Dálítið kapp kom í nemendurna um hver hefði fundið flestar samsetningar.

Næst var tekið fyrir verkefnið, *Determining the Relations* (í lauslegri þýðingu: Að ákvarða tengsl formanna). Nemendur áttu að segja hve margir þríhyrningar væru í samsíðungi, hve margar trapisur væru í sexhyrningi, hve margir samsíðungar væru í trapisu o.s.frv. Dæmin eru öll myndræn, þ.e. mynd er af formunum sem spurt er um. Í kjölfarið fylgdu spurningar á borð við: „ef sexhyrningur (mynd af sexhyrningi) er jafnt og 1 þá er þríhyrningur (mynd af þríhyrningi) jafnt og _____." Nemendur máttu nota rúðunetið til að svara spurningunum. Loks þurftu nemendur að svara með táknum almennra brota t.d. að ef trapisa er jafnt og 1 þá er samsíðungur 2/3. Tilgangurinn er að nemendur átti sig á að það er viðmiðið sem skiptir máli.

Þriðja verkefnið sem ég lagði fyrir nemendur er á síðunni *More Fun Fractions* eða meira af skemmtilegum brotum. Þar var gefið að t.d. sexhyrningur og trapisa gerðu einn heilan (allt myndrænt auðvitað) og nemendur áttu að segja til um hvað þríhyrningur væri þá stór hluti og skrá svarið. Almennt gekk nemendum vel að leysa ofangreind verkefni og tel ég þetta skemmtilega og árangursríka nálgun.

Markmiðið með verkefnum Cynthiu Lanius er



að fá nemendur til að kanna almenn brot á myndrænan hátt og uppgötva tengsl þeirra. Segir hún jafnframt að verkefnin henti nemendum 3–6. bekkjar. Með þeim er leitast við að nemendur sjái hvernig almenn brot virka í samlagningu og frádrætti o.fl. Mun fleiri verkefni eru á síðunni, þyngri en þau sem lýst hefur verið hér.

Á heimasíðunni er forrit sem einnig er hægt að nota. Þá verður tölvan að hafa „JAVA compatible browser", sem ég hygg flesta hafa. Þetta forrit leysir rúðunetapappír og liti af hólmi og geta nemendurnir búið til stóra mynstraða mynd úr formunum fjórum og sagt svo til um hvað t.d. þríhyrningar, trapisur o.s.frv. eru stórir hlutar. Eflaust er skemmtilegra að sitja við tölvuna og vinna verkefnin þannig, en þegar ekki gefst kostur á því er oftast hægt að útfæra þessi skemmtilegu verkefni á annan hátt eins og bent hefur verið á hér.

Helen er kennaranemi á 3. ári.

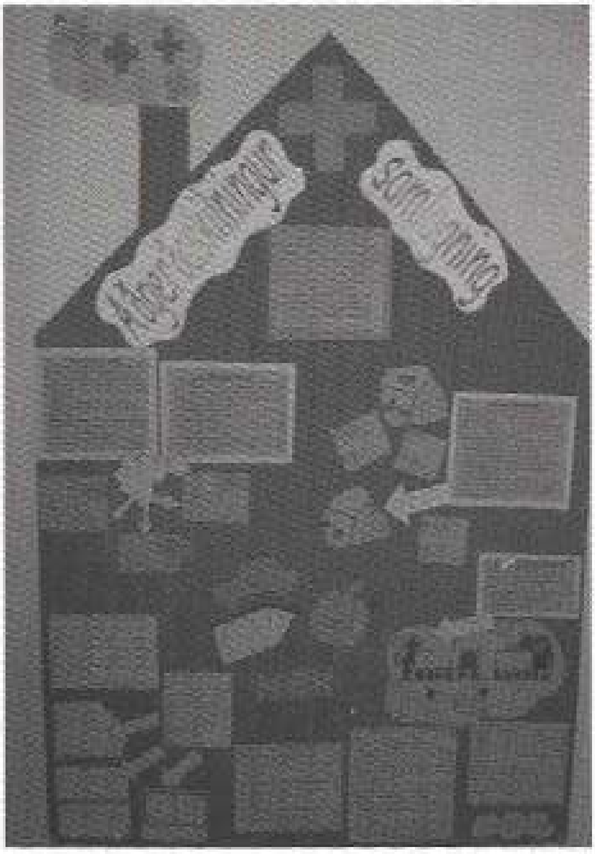
Stærðfræðinám kennaranema

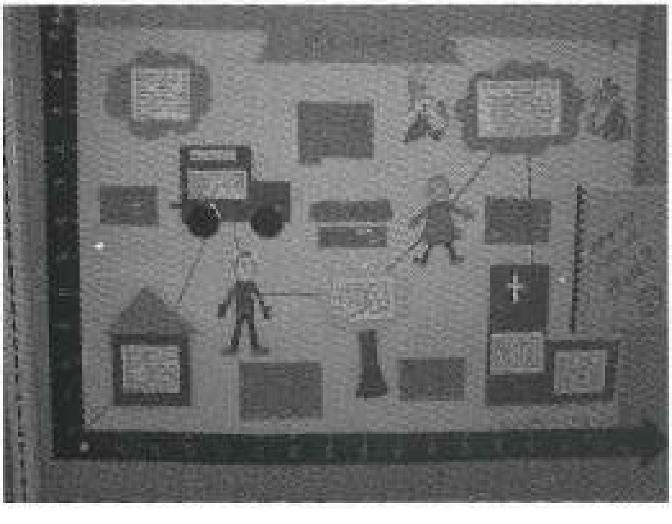
Meyvant Þórólfsson

Allir sem stunda almennt kennaranám til B.Ed. gráðu við Kennaraháskóla Íslands sækja sérstakt þriggja eininga námskeið í stærðfræði á 2. misseri. Markmið námskeiðsins er að kennaranemar geri sér grein fyrir forsendum og eðli stærðfræðináms, þekki mismunandi leiðir sem fara má í kennslu og styrki tök sín á nokkrum efnissviðum greinarinnar.

Kennslunni er skipt í fræðilegan hluta og kennslufræðihluta. Meginviðfangsefni í fræðilegum hluta eru mengjafræði, rúmfræði, sætiskerfi, talnafræði, algebra, rökfræði og föll. Í kennslufræðihluta er allmikil umfjöllun um kennarahlutverkið, kennsluhætti, meginstefnur og þróun stærðfræðikennslu og tengsl við aðstæður hérlendis sbr. námskrár, námsefni og annað er skapað hefur hefðir í stærðfræðinámi hérlendis. Enn fremur er lögð áhersla á helstu efnisþætti sem gerð eru skil á yngsta stigi og miðstigi, þ.e. rúmfræði og mælingar, talnavinnu, sætiskerfi, reikniaðgerðir, brot og hlutföll, tölfræði, líkindafræði og rökfræði.

Lesefni er allmikið, jafnt bækur, fjölrit af ýmsu tagi, grunnskólanámsefni og tímarit. Meginlesefnið í kennslufræðihluta er bókin *Elementary ssand Middle School Mathematics—Teaching Developmentally* eftir John A. Van de Walle.





Meðal skilaverkefna á vorönn 2000 voru þriggja manna hópverkefni, þar sem hver hópur rannsakaði afmarkað svið stærðfræðimenntunar 6-12 ára barna. Hann gerði síðan grein fyrir niðurstöðum sínum bæði munnlega og á veggspjöldum sem sýnd voru á veggjum skólans. Á veggspjöldunum komu fram skilgreiningar á hugtökum, hugmyndir um kennsluhætti og námsmat, tengsl við Aðalnámskrá grunnskóla og ýmsar aðrar snjallar hugmyndir að verkefnum og leiðum í kennslu. Meðfylgjandi eru myndir af verkum nemanna.

Meyvant er kennsluráðgjafi við Fræðsluskrifstofu Reykjavíkur. Hann er í leyfi í vetur.

Fartölvan í stærðfræðitíma

Ásrún Matthíasdóttir

Do not worry about your difficulties in mathematics, I can assure you mine are still greater. *Albert Einstein*

Þegar talað er um að nemendur í framhaldsskólum komi með **fartölvu** í kennslustund nú í haust þá dettur flestum eflaust fyrst í hug að þeir geti notað tölvuna til að **taka glósur**. Næst kemur upp í hugann **Netið** og allar þær upplýsingar sem þar liggja og hægt er að leita að, flokka og nýta við mismunandi verkefni. Ef málið er íhugað lengur koma **samskipti** til sögunnar, nemendur geta haft samskipti sín á milli, við kennara eða við fræðimenn í ýmsum greinum. Einnig má láta sér detta í hug sérhæfð **kennsluforrit** eða önnur **forrit** sem henta því verkefni sem unnið er að hverju sinni.

Þegar ég hugsaði um stærðfræðina þá stoppaði ég strax við **glósur**. Hvernig er hægt að taka niður glósur á tölvu í stærðfræðitíma? Ég held að það sé ekki ýkja erfitt í algengu ritvinnslukerfi eins og Word. Mörg stærðfræðitákn eins og x^2, <, = er auðvelt að skrifa á tölvu og með hjálp Insert/Symbol má t.d. ná í ¼, ½, og ¾. Ekki er heldur erfitt að kenna nemendum að nota Insert/Object/Equation til að setja upp flóknari stærðfræðijöfnur en það er að vísu fremur seinleg aðferð. Auðveldara er að kalla fram margs konar „box og pílur" til að gera skýringamyndir. Hér þarf að gæta að því að Word hafi verið sett inn með Equation möguleikanum. Einnig er til sérstök viðbót við Word Equation sem heitir MathType (mathtype.com) sem er öflugra tæki og auðveldar að breyta jöfnum yfir í gif-myndir sem hægt er að nota á vefsíðum.

Kosturinn sem ég sé við við glósutöku með fartölvu í stærðfræði er að nemendur fara frekar að **skrifa um stærðfræðina** á íslensku og minnka táknmál stærðfræðinnar í glósum sínum. Þeir þjálfast því í að skrifa um stærðfræði því að það verður einfaldlega fljótlegra en að nota táknmálið. Reyndar sé ég ekkert að því að nemendur noti jöfnum höndum tölvu og blað til að skrifa á í stærðfræðitímum og verður í raun hver að finna sína leið eftir því sem efnið býður upp á hverju sinni.

Skemmtileg krækja:
Taking Notes http://www.how-to-study.com/tkng_notes.htm Leiðbeiningar um glósugerð.

En hvað með **Netið**, er eitthvað þar fyrir stærðfræðina? Jú, það er margt og mikið um stærðfræði á Netinu, sérstakega sögu stærðfræðinnar, en einnig dæmasöfn, umfjöllun um einstök atriði, þrautir og jafnvel lausnir á þeim. Stundum er hægt að komast í gagnvirk stærðfræðiforrit og að auki er mikið um auglýsingar fyrir einstök forrit og bækur.

Skemmtilegar krækjur:
Favorite Mathematical Constants http://www.mathsoft.com/asolve/constant/constant.html Yfirlit yfir þekkta stærðfræðifasta.
Þættir úr sögu stærðfræðinnar http://www.verslo.is/kennarar/sagastfr/index.htm Íslensk síða er vísar á margar góðar krækjur.

Þó nokkuð er til af **gagnvirkum vefsíðum** á Netinu t.d. gagnvirkar æfingar eða próf og fjölgar þeim smátt og smátt. Þetta eru heppileg tæki fyrir nemendur til að kanna stöðu sína og æfa grunnatriði, en ókosturinn er að ekki er hægt að sjá hvernig nemandinn komst að niðurstöðu og er því varla hægt að nýta gagnvirk próf ein og sér við námsmat. Ég hef prófað að nota gagnvirkar æfingar http://mk.ismennt.is/vefprof.html með góðum árangri. Verið er að þróa heppileg tæki til að setja upp gagnvirkar stærðfræðiæfingar á Netinu og bind ég vonir við að verkfærið *Salómon* http://www.prim.is/Salomon/default.htm geti nýst stærðfærðikennurum vel í framtíðinni. Einnig hafa Fjölbrautaskólinn við Ármúla og Fjölbrautaskóli Suðurnesja unnið að gerð prófabanka sem aðrir skólar fá vonandi aðgang að í framtíðinni.

Auðvitað finna ekki allir efni á Netinu sem tengist því sem verið er að fjalla um hverju sinni. En sífellt er verið að bæta við efni og hér sé ég fyrir mér spennandi verkefni fyrir stærðfræðikennara til að koma á framfæri skemmtilegum verkefnum og lausnum. Vil ég sérstaklega nefna íslenska stærðfræðivefinn http://www.rasmus.is/ sem er hannaður af Tómas og Hugo Rasmus og ætlaður grunnskólanemendum en getur reynst vel byrjendum í framhaldsskóla til að æfa undirstöðuatriði. Einnig vil ég nefna vefsíður sem liggja á http://www.verslo.is/Skolanet/skolanet.htm sem Freyr Þórarinsson hannaði en þar er tekið fyrir efni eins og diffurjöfnur, fylki og tölfræði og hægt að nálgast fjögur stærðfræðiforrit. Gagnvirkar æfingar eru líka á vef Verkmenntaskólans á Akureyri http://www.vma.is/ undir Nám og kennsla. Eflaust eru fleiri verkefni í gangi sem gaman væri að frétta af.

Skemmtilegar krækjur:
Automatic Math by QuickMath http://www2.hawaii.edu/suremath/intro_algebra.html. Hér er hægt að komast í lítið forrit sem reiknar algebrudæmi og gefur skýringar á útreikningum. Einnig er listi yfir margar skemmtilegar þrautir og lausnir á þeim.
Krákustíginn http://syrpa.khi.is/~stae/krakkar.htm. Hér er að finna þrautir, rúmfræðiverkefni, lausnarferli Polya o.fl.

En **tölvusamskipti**, er hægt að nýta þau í stærðfræði? Já, því ekki það? Nemendur geta skipst á verkefnum og lausnum og geta t.d. tveir til þrír skólar tekið sig saman og komið á samskiptum milli bekkja þar sem verið er að kenna sama námsefnið. Hér mætti líka hugsa sér að nemendur legðu fram verkefni eða dæmi í hugmyndabanka þar sem mismunandi efnisþættir væru teknir fyrir. Aðrir nemendur gætu síðan spreytt sig á þeim en hver nemandi tæki að sér að fara yfir lausnir á sínu verkefni og sendi leiðréttingar til baka. Í stærri skólum gætu þessi samskipti jafnvel verið innanhúss í fjölmennum áföngum.

Skemmtileg krækja:
Math-Writing and Thinking http://ncte.org/teach/Fiderer8613.html. Hér er sagt frá reynslu nemenda sem nota rafpóst til að útskýra stærðfræði fyrir félögum sínum.

Ég sé líka fyrir mér að nemendur geti sent **fyrirspurnir** til kennara sinna en ef til vill enn frekar til annarra kennara eða stærðfræðinga. Æskilegt væri að einstaklingar sem hafa sérhæft sig á ákveðnum sviðum gæfu kost á samskiptum við nemendur og er ég þá sérstaklega með í huga þá nemendur sem lengra eru komnir í stærðfræði.

Skemmtilegar krækjur:
Professor Freedman's Math Help http://www.geocities.com/~mathskills/index.html. Ég vil sértaklega benda á að prófessor Freedman er kona. *Math Tutor* http://www.fliegler.com/mathman.htm *Karl's Calculus Tutor* http://www.netsrq.com/~hahn/calculus.html

Allnokkuð er til af sérhæfðum **kennsluforritum** í stærðfræði á íslensku og hef ég góða reynslu af að nota *Grafkassa*, *Grafsveigi* og *Geomtrix*. Lítið dæmasafn sem hentar fyrir Grafkassa liggur t.d. á http://mk.ismennt.is/sidur/am/safn.html. Lítill tími fer í að kenna á forritin og nemendur eru áhugasamir og hafa gaman af að prófa ólíkar lausnir þar sem hægt er að sjá árangurinn strax. Á hverju ári koma frá **Námsgagnastofnun** ný forrit sem gætu hentað nemendum í **framhaldsskólum** og vil ég nefna *Stærðfræðiævintýri* sem reynir þó nokkuð á nemendur. Forritið er hægt að nota á nokkrum tungumálum sem er skemmtilegur kostur fyrir þá nemendur sem ekki hafa íslensku sem (sitt) móðurmál. Margir hafa notað með góðum árangri *MathCad* og *Study Works* frá MathSoft http://www.mathsoft.com/ og eru til ódýrar nemendaútgáfur af þessum forritum. Við notkun forrita í stærðfræðikennslu er aðalatriðið að verkefnin séu sérsniðin að forritinu og nýti kosti þess.

Skemmtilegar krækjur:
Vefur Námsgagnastofunar http://www.namsgagnastofnun.is/
Síða nemanda í KHÍ http://www.khi.is/~khi6005/. Hér eru skemmtilegar gagnvirkar síður um hring, ferning og þríhyrning.

Hægt er að nota **töflureikna** við margs konar útreikninga og gerð grafa. Hef ég góða reynslu af að nota Excel við kennslu í tölfræði síðastliðin átta ár með bókinni *Tölfræði með tölvum* en fyrirhugað er að gefa hana út endurskoðaða hjá Máli og menningu nú í haust. Notkun tölvu í tölfræðikennslu hefur aukið umræðu á milli nemenda og gert þá jákvæðari. Að sjálfsögðu er hægt að nota töflureikni við lausnir á margþættum verkefnum t. d. tengdum daglegu lífi, viðskiptum og áætlanagerð þar sem auðvelt er að setja upp mismunandi forsendur til að sjá hver lokaniðurstaðan verður.

Skemmtileg krækja:
Students Monitor Their Fitness With Math and Computers http://triblive.com/news/newsrec/home1123.html

Einnig má nefna sérhæfð tölfræðiforrit eins og SPSS fyrir þá sem eru lengra komnir í tölfræðinni en ódýrar nemendaútgáfur eru oftast til af þessum forritum. Á Netinu má oft nálgast stærðfræðiforrit en þar virðist úrvalið vera mest fyrir grunnskóla en mörg forrit henta einnig fyrir framhaldsskóla.

Skemmtilegar krækjur:
Interactive Math http://home.earthlink.net/~wdiz/. Undir Geometry er t.d. skemmtilegt forrit þar sem hægt er að teygja til þríhyrning og sjá hvernig áhrif það hefur á hliðarlengdir og hornastærðir.
OzeGame Australian Trivial Game http://www.webclass.asn.au/. Hér er hægt að fara í stærðfræðiæfingar fyrir 3 aldursflokka og skoðaði ég t. d. algebrudæmi þar sem nemandinn átti að merkja við rétt svar. Kosturinn við þessar síður var að hægt var að sjá hvernig reikna átti dæmin ef rangt svar var gefið (Work Book).

Það er mín skoðun að með aðgangi að **fartölvu**, **Netinu** og **kennsluforritum** sé hægt að auka áhuga nemenda á stærðfræði og sýna þeim að hægt er að nálgast greinina frá mismunandi sjónarhornum. Tölvunotkun getur aukið samvinnu nemenda og hvatt þá til dáða í stærðfræði.

Auðvitað tekur tíma að breyta kennsluháttum en nýjar kennslubækur sem hvetja til tölvunotkunar styðja við þessa þróun.

Ef til vill þarf að endurskipuleggja stærðfræðikennslu í efri áföngum framhaldsskóla þar sem ekki þarf lengur að eyða löngum tíma í að teikna flókin gröf eða leysa erfiðar jöfnur. Áherslan verður enn meiri á skilning, notkun og túlkun nemandans þar sem hann hefur nú aðgang að hjálpartækjum sem geta leyst af hólmi tímafreka handavinnu. Nemendur þurfa að skilja að stærðfræði er meira en útreikningar, hún getur nýst til að skilja umhverfi okkar og leysa vandamál í ýmsum greinum og ekki síst í daglegu lífi.

Skemmtilegar krækjur:
Mrs. Young's Page on Mathematics http://www.fortunecity.com/millenium/garston/49/math.html
Math and Computers http://manatee.brev.lib.fl.us/library/resource_links/mathand.htm
Helpful Math Links http://www.geocities.com/~mathskills/linkstu.htm
The Internet Mathematics Library http://forum.swarthmore.edu/~steve/

Ásrún er kennari við Menntaskólann í Kópavogi.
asrun@ismennt.is

Þessa grein er líka hægt að nálgast á http://www.ismennt.is/not/asrun/staerdfr/staerdfr1.htm

Gátur og vangaveltur

Til eru ýmsar einkennilegar gátur og vangaveltur. Einstein skrifaði eftirfarandi gátu á síðustu öld. Hann sagði að 98% jarðarbúa gætu ekki leyst hana!

1. Það eru fimm hús í fimm mismunandi litum.
2. Í hverju húsi búa menn af mismunandi þjóðerni.
3. Eigendurnir fimm drekka mismunandi drykk hver, reykja sína tegund af tóbaki hver og eiga hver sína tegund af gæludýri.
4. Enginn á sömu tegund gæludýrs, enginn reykir sömu tóbakstegundina eða drekkur sömu drykkjartegund.

Vísbendingar:
A. Bretinn býr í rauðu húsi.
B. Svíinn á hund.
C. Daninn drekkur te.
D. Græna húsið er vinstra megin við hvíta húsið.
E. Eigandi græna hússins drekkur kaffi.
F. Sá sem reykir Pall Mall vindla á páfagauk.
G. Eigandi gula hússins reykir Dunhill.
H. Maðurinn í miðhúsinu drekkur mjólk.
I. Norðmaðurinn býr í fyrsta húsinu.
J. Sá sem reykir blandað tóbak býr við hlið þess sem á kött.
K. Sá sem á hest býr við hliðina á þeim sem reykir Dunhill.
L. Sá sem reykir BlueMaster drekkur bjór.
M. Þjóðverjinn reykir Prince.
N. Norðmaðurinn býr við hliðina á bláa húsinu.
O. Sá sem reykir blandað tóbak býr við hlið þess sem drekkur vatn.

Spurningin er:
Hver á fiskinn?

Um nýja aðalnámskrá framhaldsskóla

Ársæll Másson

Í stærðfræðihluta nýrrar aðalnámskrár fyrir framhaldsskólann er stærðfræðinámi skipt í námsþætti varðandi **aðferðir og vinnubrögð** annars vegar, og **inntak** hins vegar. Óhætt er að segja að meginbreytingarnar frá fyrri námskrá liggi í þeim námsþáttum sem flokkast undir aðferðir og vinnubrögð, þótt vissulega sé ekki alltaf hægt að skilja efnistökin frá innihaldinu. Þeir námsþættir sem námskráin flokkar undir aðferðir og vinnubrögð eru:

Stærðfræði og tungumál
Lausnir verkefna og þrauta
Röksamhengi og röksemdafærslur
Innri tengsl og yfirfærsla á önnur svið
Viðhorf til stærðfræðinnar

Um nánari lýsingu á hverjum framangreindra þátta vísast til námskrárinnar, bls. 8-11. Það sem vekur athygli mína þegar innihald einstakra áfanga og röðun þeirra inn á námsbrautir er athuguð er eftirfarandi:

Á öðrum brautum en stúdentsbrautum er algengast að teknir séu áfangarnir STÆ 102, STÆ 122 og stundum STÆ 112 eða STÆ 202, en lýsingar á tveimur þeim seinni fyrirfinnast ekki í námskránni og því virðist alveg óráðið hvað gert verður í þeim áföngum. Það eru reyndar fleiri áfangar í lausu lofti, t.d. STÆ 243, sem í brautalýsingum í almenna hlutanum er sagður innihalda „viðskiptastærðfræði". Alls eru níu áfangar nefndir í brautalýsingum, er hafa óskilgreint innihald. Það eru:

STÆ 112, STÆ 172
STÆ 202, STÆ 212, STÆ 222, STÆ 243, STÆ 282
STÆ 323, STÆ 331

Á stúdentsbrautunum þremur er einn áfangi sameiginlegur, STÆ 103. Síðan fer náttúrufræðibrautin í STÆ 203, en hinar brautirnar taka STÆ 263 sem eins konar lokaáfanga í stærðfræði, þótt nemendur geti valið stærðfræði sem kjörsviðsgrein eða valið stærðfræðiáfanga í frjálsu vali.

Það er tvímælalaust mikil bót að því að það sé ekki lengur verið að kenna öllum bóknámsbrautum það sama allt fyrsta árið. En þar sem gera má ráð fyrir því að flestir nemendur tungumála- og félagsfræðibrauta velji sér enga stærðfræði utan kannski tölfræðiáfanga, þá verður áfanginn STÆ 263 nokkurs konar lokaáfangi þeirra. Það skiptir því miklu máli hvernig sá áfangi er skipulagður, t. d. megum við reikna með því að þetta sé lokaáfangi flestra verðandi grunnskólakennara. Í námskránni er lagt upp með að í þessum áfanga skuli áherslan vera á hagnýtingu fræðanna en ekki á fræðilegri umfjöllun, eins og gert er í hliðstæða náttúrufræðibrautaráfanganum STÆ 203 (sjá bls. 10). Auk þess er ljóst af lokamarkmiðum stærðfræðikennslu á félagsfræða- og málabrautum, að þótt fræðilegar kröfur séu ekki miklar, þá er samt sem áður ætlast til af nemendum að þeir öðlist skilning á hlutverki greinarinnar í nútímasamfélagi og að þeir hafi töluverða færni og skilning á bókstafareikningi og talnareikningi. Áherslan er þó á hagnýtingu falla samkvæmt áfangalýsingu, og til þess að svo megi verða þá verður að leggja mun meiri áherslu á notkun tölva og vasareikna en gert hefur verið í framhaldsskólanum fram að þessu. Nýta verður reiknitækin til þess að koma til skila ýmsum atriðum sem langan tíma getur tekið að reikna í höndunum. Má þar nefna teikningu grafa, skurðpunkta, há- og lággildi og fleira. Vinnubrögð hljóta einnig að breytast, t. d. verður hópvinna örugglega meira áberandi en verið hefur í stærðfræðikennslu á fyrsta ári framhaldsskólans.

Þótt sumt af því sem hér hefur verið heimfært upp á áfangann STÆ 263 eigi við í fleiri áföngum, þá er samt ljóst að í þeim áföngum sem ætlaðir eru náttúrufræðibrautinni verða minni breytingar á vinnubrögðum og innihaldi en í STÆ 263. Fyrsta árið í framhaldsskóla er jafnframt síðasta árið sem margir bóknámsnemendur eru í stærðfræðinámi, og því skiptir miklu að til þess sé vandað á alla lund. Við getum t. d. reiknað með að flestir þeir sem innritast í KHÍ hafi ekki meira stærðfræðinám að baki, og því skiptir viðhorf þeirra sem ljúka stúdentsprófi af tungumála- og félagsfræðibraut til stærðfræðinnar miklu. Grunnskólakennarar framtíðarinnar koma úr þessum hópi, og ótækt er að margir þeirra hafi það viðhorf til greinarinnar að hún sé aðeins fyrir „sérvitringa en ekki venjulegt fólk", eins og því miður þekkist.

Ársæll er kennari við Kvennaskólann í Reykjavík.

Hvernig er komið til móts við nýju námskrána?

Stærðfræðikennarar í Menntaskólanum í Kópavogi

Þegar ný námskrá í stærðfræði birtist okkur stærðfræðikennurum við MK voru tilfinningar nokkuð blendnar. Við hefðum kosið að hafa meira um inntak námskrárinnar að segja, en við gerðum okkur grein fyrir því að lýðræði er þungt í vöfum ekki síst innan skólakerfisins og erfitt að gera svo öllum líki. Við sáum ljóslega að aðeins tvennt kom til greina. Annað var að spyrna við fótum og reyna að hanga sem mest á gamla kerfinu okkar á þeirri forsendu að það væri svo gott að það gæti ekki batnað. Hinn kosturinn var að reyna að nýta þessar breytingar allar til þess að bæta vinnu okkar og reyna jafnframt að laga okkur að samræmingarkröfum ráðuneytisins. Við völdum seinni kostinn og höfum ekki séð eftir því, enda hefur verkefnið þjappað hópnum saman og skapað góðan vinnuanda.

Við byrjuðum á því að leita að kennsluefni en komumst fljótlega að því að engin ein íslensk kennslubók félli almennilega að hinni nýju námskrá. Okkur datt því í hug að semja nýja kennslubók og hófumst handa full bjartsýni að tína til efni. Meðal þess sem við gerðum var að útvega okkur erlendar kennslubækur og skipta þeim með okkur til skoðunar. Þetta leiddi til þess að við duttum ofan á bók sem okkur til furðu passaði ótrúlega vel við námskrá ráðuneytisins. Auk þess er hún talsvert miðuð við tölvunotkun og kemur því til móts við þá fartölvuvæðingu sem nú stendur fyrir dyrum í framhaldsskólakerfinu. Þetta er ný sænsk bók sem gengur undir nafninu *Matematik 3000* og er gefin út af forlaginu *Natur og Kultur* í Svíþjóð. Við leituðum til Bókaútgáfu Máls og menningar um að afla þýðingarréttar og jafnframt réttar til að bæta inn í bókina ýmsum þáttum og staðfæra aðra. Ef allt gengur að óskum mun bókin koma út hjá Máli og menningu næsta haust í þýðingu okkar stærðfræðikennaranna í MK.

Að okkar mati eru nokkrir höfuðkostir við bókina.

- Í fyrsta lagi tekur hún á öllum þáttum í námskrá ráðuneytisins og er auk þess tölvumiðuð.
- Í öðru lagi er hún byggð á gömlum gildum innan stærðfræðinnar og með mikla skírskotun til sögunnar.
- Í þriðja lagi er í henni mikið magn af dæmum af öllum þyngdarstigum, sjálfsprófum og stærðfræðiþrautum.
- Í fjórða lagi er hún byggð upp á raunhæfan hátt þannig að vel er mögulegt að komast yfir efnið án þess að fara á hundavaði yfir það. Þetta kom glögglega í ljós þegar við fengum yfirferðaráætlun frá Svíunum, en hún fellur nánast alveg að þeim tímaramma sem við höfum.

Þetta síðasta atriði reið baggamuninn við val bókarinnar. Fyrirfram höfðum við mestar áhyggjur af því hve efni hennar er mikið, en Svíarnir virðast hafa leyst það vandamál á raunhæfan hátt. Það gera þeir með því að þjálfa fyrst og fremst upp hluti sem skipta meginmáli í framhaldinu en kynna annað sem áhugaverðar hliðargreinar. Þetta gefur jafnframt hverjum kennara möguleika á að taka sérstaklega fyrir eitthvert efni (þema) sem hann vill leggja áherslu á eða nemendum finnst áhugavert. Tengslin við fortíð jafnt sem nútíð eru stór kostur í þessu sambandi. Einnig er kostur að hafa safn af stærðfræðiþrautum sem tengjast námsefninu nú á tímum stærðfræðikeppna. Áhugaverðastur er þó sá kostur að geta tekið upp fartölvunotkun í kennslunni eða notkun á grafískri reiknivél ef svo ber undir. Hvað eigum við að láta nemendur gera við allar þessar tölvur sem rætt er um að láta þá fá? Það er e.t.v. stærsta vandamálið sem við er að glíma í öllum þessum breytingum. Við þykjumst hafa fundið lausnina með þessari bók og kvíðum ekki komandi vetri.

SNJÓMOKSTUR

Það hefur snjóað mikið og Soffía og litli bróðir hennar, hann Jónas, þurfa að moka stéttina heima hjá þeim. Soffía er 30 mínútur að moka hana ef hún gerir það ein, en Jónas er 45 mínútur. Hve langan tíma tekur verkið ef þau vinna saman?

Ný kennslubók í STÆ 103 (STÆ 102+STÆ 122)

Jón Þorvarðarson

Í flestum skólum mun ný námskrá setja mark sitt á stærðfræðikennslu næsta haust og því eðlilegt að kennarar séu farnir að huga að hentugu kennsluefni fyrir næsta skólaár. Af þessu tilefni tók undirritaður sig til og skrifaði námsefni sem ætlað er að koma til móts við kröfur nýrrar námskrár. Bókin STÆ 103 er u.þ.b. 300 blaðsíður, en þá er meðtalið viðbótarefni (upprifjunarefni) sem höfundur telur æskilegt að fylgi með. En einmitt vegna þessa viðbótarefnis hentar bókin einnig til kennslu í áföngunum STÆ 102 og STÆ 122. Sérstök áhersla er lögð á að mæta þeim kröfum sem settar eru fram í námskrá varðandi áfangann STÆ 103.

Örstutt um bókina

Árið 1998 var það orðið ljóst að talsverðra breytinga var að vænta á Aðalnámskrá framhaldsskóla í stærðfræði. Á þeim tímapunkti skoðaði höfundur hug sinn vandlega og eftir að hafa náð áttum ákvað hann að semja kennslubók sem uppfyllti ströngustu kröfur Aðalnámskrár upp á punkt og prik. Verkefnið hefur svo sannarlega verið umfangsmikið og krefjandi en um leið mjög áhugavert.

Höfundur hefur lagt sig í framkróka við að hafa lesefnið stutt og einfalt en um leið skýrt og hnitmiðað. Til enn frekari glöggvunar er stærðfræðireglum gjarnan fylgt úr hlaði með ítarlegum sýnidæmum. Afar mikilvægt er að nemendur þjálfist í að setja fram niðurstöður með læsilegum og skýrum hætti og að þeir temji sér nákvæma málnotkun við lausn reikningsdæma. M.ö.o. að þeir læri að segja sögu dæmis frá upphafi til enda. Í bókinni er að finna u.þ.b. 170 sýnidæmi þar sem áhersla er lögð á þessi atriði.

Reynt er af fremsta megni að flétta sögu stærðfræðinnar inn í námsefnið með eðlilegum hætti. Fjallað er sérstaklega um nokkra frumkvöðla stærðfræðinnar, s.s. Arkímedes, Evklíð og Pýþagóras svo einhverjir séu nefndir. Auk þess er saga tölunnar π rakin en margir af færustu stærðfræðingum veraldarsögunnar hafa brotið heilann um þessa merkilegu tölu. Sagnfræðiþáttur stærðfræðikennslu hefur mjög verið vanræktur en hann á brýnt erindi til allra sem læra stærðfræði. Leitast er við að uppfylla þessa þörf að einhverju marki.

Jón er kennari við Fjölbrautaskólann í Breiðholti.

Til lesenda

Tímaritið Flatarmál hefur nú verið greinisskráð í bóksafnskerfið Feng. Það þýðir að nú er hægt að leita að einstaka greinum og sjá í hvaða hefti þær birtust. Leitast er við að skrá þær greinar sem flokkast sem fræðilegar, en ekki greinar þar sem fjallað er t.d. um félagsmál Flatar.

Hægt er að leita eftir höfundum, titlum eða efnisorðum. Einnig er hægt að sjá hvaða greinar eru í hvaða blaði með því að finna titilinn Flatarmál og finna vensl frá fullri færslu. (Þetta er ekki eins flókið og það virðist).

Fjöldi greina eru nú 50 og leitast verður við að skrá tímaritið jafnóðum og það kemur út.

Fengur er því miður ekki enn aðgengilegur á Netinu, en flestir skólar á Stór-Reykjavíkursvæðinu, í Vestmannaeyjum, á Austurlandi og víðar um land hafa beinan aðgang að honum.

Með kveðju
Laufey Eiríksdóttir
Skólaskrifstofu Austurlands

Þróunarvinna í Seljaskóla

Guðrún Angantýsdóttir

Markviss umræða um breytta kennsluhætti í stærðfræðikennslu í Seljaskóla hófst skólaárið 1996-1997. Kennarar höfðu mikinn áhuga á að bæta kennsluhætti og breyta áherslum í stærðfræðikennslu. Fengnir voru kennsluráðgjafar frá Fræðslumiðstöð Reykjavíkur, þau Matthildur Guðmundsdóttir og Meyvant Þórólfsson, til að vera með námskeið um stærðfræði í skólanum fyrir kennara 1.- 7. bekkja skólaárið 1997-1998.

Á námskeiðunum voru helstu áhersluþættir eftirfarandi:

1. þrautir og beiting mismunandi lausnarleiða við úrlausn stærðfræðiverkefna
2. stærðfræði í daglegu lífi og umhverfi nemenda
3. stærðfræði í barnabókmenntum
4. notkun vasareikna í stærðfræðikennslu
5. námsmat í stærðfræðikennslu.

Kennarar unnu margvísleg verkefni og prófuðu mismunandi vinnubrögð með nemendum sínum í tengslum við námskeiðin. Mikil ánægja var meðal þeirra og þeir unnu margs konar uppbyggileg verkefni.

Þróunarverkefnið *Breyttir kennsluhættir - betri skóli*

Áhugi var fyrir áframhaldandi verkefnavinnu og þess vegna var sótt um styrk til Þróunarsjóðs grunnskóla Reykjavíkur. Kostnaðaráætlun var kr. 3.025.000, en því miður fengum við aðeins kr. 200.000 í styrk. Þrátt fyrir að ekki fengist hærri peningaupphæð var ákveðið að þróa frekar þær breyttu áherslur sem kennarar höfðu tileinkað sér og var reynt að nýta fjármagn sem skólinn hafði til umráða.

Skipuð var nefnd til að vinna að hugmyndum um breytta kennsluhætti. Í henni sátu: Ásta Kristín Haraldsdóttir, Bergljót Bergsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir, Hrund Hjaltadóttir og Sólveig Bergs. Af hálfu skólans fengum við greitt sem nam tveimur kennslustundum á viku til að sinna þessu verkefni. Einnig fengu fimm kennarar, Bergljót Bergsdóttir, Erla Björnsdóttir, Hrund Hjaltadóttir, Ingibjörg Gunnarsdóttir og Theódóra Rafnsdóttir greitt fyrir 1 kennslustund á viku vegna aðstoðar við kennara 2. - 7. bekkja í stærðfræðikennslu. Skipulag aðstoðarkennaranna var í höndum kennara hvers árgangs fyrir sig.

Hlutverk aðstoðarkennara voru mismunandi, en helstu viðfangsefni voru eftirfarandi:

1. að koma inn í bekki kennara til aðstoðar
2. að þjálfa nemendur í stærðfræðikennsluforritum
3. að taka hóp nemenda úr tímum til að vinna upp námsefni, sem þeir höfðu ekki náð tökum á
4. að vera með verkefni fyrir nemendur sem voru áberandi sterkir í stærðfræði
5. að hafa umsjón með hópi í þrautalausnarnámskeiðum á miðstigi
6. að þjálfa nemendur í að leysa hugarreiknings- og orðadæmi

Kennarar voru allir á námskeiði um skólanámskrá síðastliðinn vetur sem Matthildur Guðmundsdóttir hafði umsjón með. Námskeiðið var á vegum Fræðslumiðstöðvar og var námskeiðsstundum dreift yfir veturinn. Sú þekking sem við fengum þar, hjálpaði okkur við gerð skólanámskrár í stærðfræði.

Í unglingadeild er unnið eftir ferðakerfi í stærðfræði - hraðferð, miðferð og hægferð. Í ferðakerfinu er námsefni í hraðferð meira en í hinum ferðunum. Lágmarkseinkunnir þarf til að komast í hraðferð.

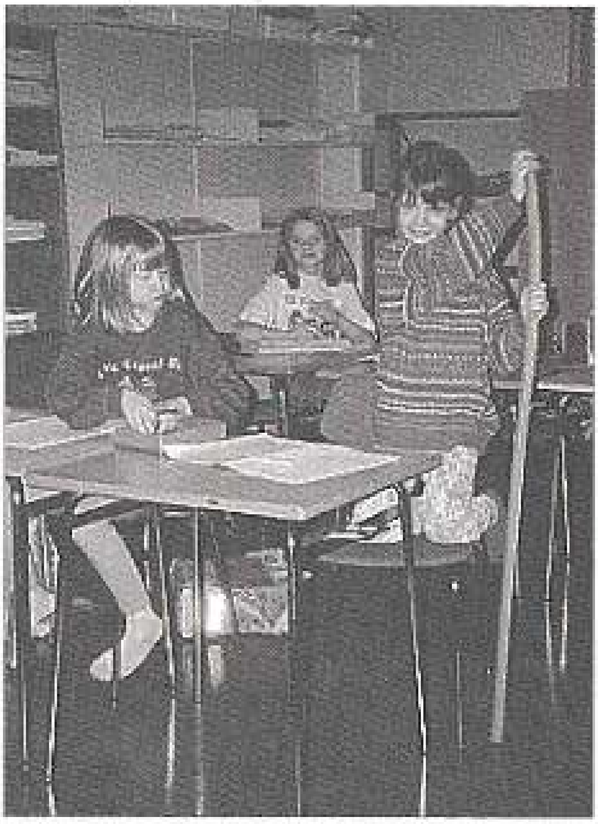
Á miðstigi eru námskeið, sem hafa það markmið að þjálfa nemendur í lausn þrauta og vinna þeir verkefni í getuskiptum hópum. Nemendur í hverjum árgangi mynda eina heild, sem síðan er raðað í hópa. Kostir getuskiptingar felast einkum í því að þannig ná kennarar að kenna markvisst hverjum og einum nemenda og þeir eru ætíð að vinna með nemendur er hafa svipaða undirstöðu og skilning á verkefnunum sem lögð eru fyrir. Nemendum í hverjum árgangi fyrir sig er skipt í fjóra hópa. Hópaskipting þessi byggist á eftirfarandi:

1. mjög duglegir nemendur sem fara hratt og vel yfir námsþætti í stærðfræðináminu, hafa yfirleitt góðan skilning á viðfangsefnum og eru vinnusamir
2. nemendur sem vinna yfirleitt vel og með jöfnum hraða og ná að tileinka sér námsþætti stærðfræðinnar
3. nemendur sem þurfa að vinna í fámennum hópum til að trufla hvorki sjálfa sig né aðra en geta tileinkað sér flesta þætti stærðfræðinámsins
4. nemendur sem þurfa sífellda endurtekningu og mikinn stuðning til að geta stundað stærðfræðinám

Sett eru markmið innan hvers hóps um hve mikið efni er farið yfir og hvaða færni er verið að þjálfa hverju sinni. Nemendur fá ekki sömu viðfangsefni. Duglegir nemendur fá þyngri og umfangsmeiri þrautir til að glíma við en aðrir. Lögð er áhersla á að nemendur rökstyðji lausnarleiðir sínar og leitast er við að fá þá til að sjá fleiri en eina leið að lausn þrautar. Verið er að kenna þetta námskeið í þriðja sinn nú á þessu vormisseri. Síðast var það framkvæmt þannig, að í 10 vikur byggðust stærðfræðitímar einu sinni í viku upp á getuskiptum þrautalausnum. Hver kennari hafði umsjón með einum og sama hóp í þessum tímum og myndaði aðstoðarkennari fjórða hóp-inn. Nú hefur sérkennari umsjón með einum hópnum.

Á yngsta stigi voru unnin þemaverkefni í þrautalausnum síðastliðinn vetur. Nemendur í 1. og 2. bekk unnu verkefni, sem byggðust á ævintýri um komu jólasveina fyrir jólin. Þemaverkefnið var kennt í desember og voru allir stærðfræðitímar í þeim mánuði nýttir í verkefnið. Þar voru æfðar mismunandi lausnarleiðir þrauta og nemendur þjálfaðir í að rökstyðja lausnir. Nemendur unnu verkefnin ýmist einir eða í litlum hópum og þurftu að gera öðrum nemendum grein fyrir lausnum sínum.

Í 3. bekk var unnið sérstakt jóladagatal, þar sem nemendur glímdu við þrautir í desember. Nú í



vetur unnu nemendur í 1. og 2. bekk jólaþrautir í stærðfræðiveri. Nemendur í 3. bekk unnu þrautir eftir ævintýri, sem byggðist á sögu Íslands. Þar voru nemendur æfðir markvisst í hópvinnu með áherslu á að allir væru virkir og bæru ábyrgð á vinnu sinni. Kennarar árgangsins höfðu verið á námskeiði í samvirku námi í íslensku og stærðfræði sem þær Hafdís Guðjónsdóttir og Matthildur Guðmundsdóttir sáu um og hafa lagt áherslu á samvirkni í stærðfræðináminu.

Á vorönn í fyrra unnu nemendur yngsta stigs þemaverkefni sem við nefndum *Stærðfræði og bókmenntir*. Nemendur í 2. bekk unnu verkefni eftir ungverska ævintýrinu um Stein Bollason.

Við skipulagningu verkefnisins var unnið eftir söguaðferðinni. Þar var markvisst verið að þjálfa nemendur í hópvinnubrögðum og rökstuðningi. Þeim var skipað í hópa (4- 5 í hverjum) og þess gætt að í hópunum væru bæði „sterkir og slakir" nemendur. Hópurinn valdi síðan einn til að gera grein fyrir lausn þrauta hverju sinni og saman unnu nemendur veggspjöld úr sögunni. Markmið verkefnisins var að tengja saman íslensku, stærðfræði og mynd- og handmennt.

Nemendur í 1. bekk vinna þemaverkefni um bangsa og þemaverkefni úr ævintýrinu um Geiturnar þrjár. Þar er lögð áhersla á að kenna þrautir og vinna nemendur í hópum að lausn þeirra.

Undanfarin ár hefur markvisst verið unnið að því að nemendur í 1. og 2. bekk leystu margvíslegar þrautir heima með þátttöku foreldra. Efni þrautanna er sótt í daglegt líf barnanna.

Nemendur í 3. bekk vinna verkefni tengt samfélagsfræði nú á vorönn. Þar er verið að fara yfir námsefni sem nefnist *Ísland áður fyrr* og er markmið verkefnisins að skoða mælingar fyrri tíma og bera þær saman við mælingar í dag. Nemendur vinna einnig tímaásverkefni og skoða þá aðallega tímaás 20. aldar.

Stærðfræðiver

Stærðfræðiver var tekið í notkun í haust. Umsjón versins er í höndum Guðrúnar Angantýsdóttur, sem hefur skipulagt þá vinnu sem þar fer fram í vetur. Í verinu eru geymd gögn skólans, sem tengjast stærðfræði og þar er vinnuaðstaða fyrir nemendur. Nokkuð var til af efni til að vinna með t.d. spjöld fyrir stærðfræði á yngsta stigi og miðstigi, en einnig hefur ýmislegt verið keypt í verið. Þar eru nú 3 tölvur og vinna nemendur ávallt í einhverjum stærðfræðiforritum. Allir nemendur í 1.- 5. bekk koma í stærðfræðiverið einu sinni í viku og vinna þar að mismunandi verkefnum tengdum stærðfræði. Vinnan er í formi „stöðvavinnu". Þegar kennari fer með alla nemendur í verið eru stöðvarnar 5 - 6, en þegar nemendur eru færri eru þær 3 - 4. Verkefni sem unnin eru á stöðvunum eru t.d. mælingaverkefni, talningar- og/eða flokkunarverkefni, rúmfræðiverkefni, pinnabrettisverkefni, vasareiknaverkefni, tölvuforrit og spil. Flestir kennarar fara þangað með hálfan bekk í einu, því fjöldi nemenda í bekk er það mikill. Nú á vorönn voru nemendur í 6. bekk með „stöðvavinnu" einu sinni í viku í stærðfræði. Sökum plássleysis eiga þeir ekki kost á að vinna í stærðfræðiveri en vinna í staðinn í kennslustofu sinni. Þar vinna nemendur á 5 - 6 stöðvum. Verkefni á stöðvunum eru t.d. þrautir, kennsluforrit, vasareiknaverkefni, rannsóknir á talnamynstrum, spil og fleiri áhugaverð verkefni. Fyrirhugað er að skipuleggja heimsóknir nemenda í 1. - 3. bekk í stærðfræðiver og bókasafn næsta vetur þannig að helmingur nemenda í bekk verður á bókasafni og hinn helmingurinn í stærðfræðiveri.

Ekki er unnið í kennslubókum í stærðfræðiverinu. Vinnan sem þar fer fram miðar að dýpkun og þjálfun námsþátta, sem nemendur eru að fást við hverju sinni.

Kennarar hafa í auknum mæli gert sér grein fyrir mismunandi hæfni nemenda í stærðfræðikennslu og líta á hvern nemanda út frá hans þekkingu og getu. Í stærðfræðiveri gefst tækifæri til að vinna að verkefnum sem tengjast færni hvers nemenda fyrir sig.

Hjálpargögn í stærðfræðikennslu

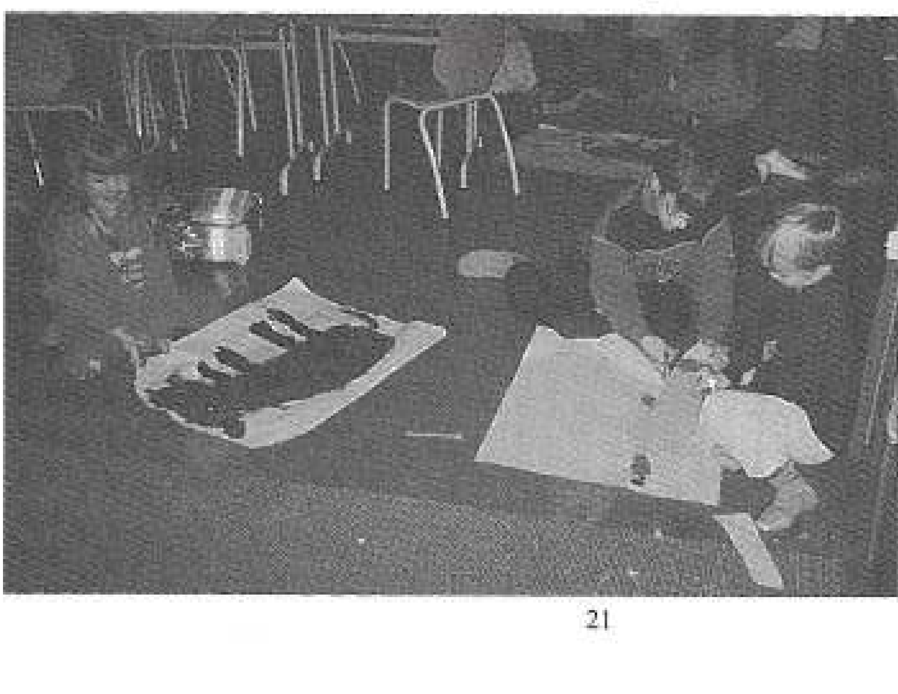
Við vildum efla notkun stærðfræðihjálpargagna í kennslu í stærðfræði. Því settum við svokallaða „stærðfræðikassa" í kennslustofur allra nemenda í 1.- 7. bekk. Við sem vorum í stærðfræðinefndinni fórum yfir námsefni nemenda, skoðuðum hvaða hjálpargögn kennsluefnið krefðist í hverjum árgangi og komum viðeigandi gögnum fyrir í kassana. Þetta fyrirkomulag auðveldar aðgang kennara að völdum gögnum fyrir stærðfræði og örvar þá til að nota stærðfræðigögn í kennslunni. Kassarnir gefa nemendum meiri möguleika á að ná sér í og velja sér viðeigandi hjálpargögn. Þeir geta því valið þau gögn sem þeim finnst þægilegast að vinna með.

Ekki eru sömu hlutir í kössunum. Hjá yngri nemendum eru hlutbundin hjálpargögn eins og talnagrindur og kubbar algengari en hjá þeim eldri. Við teljum að talnagrind sé það nauðsynleg að hún þurfi að vera eign hvers nemanda á yngsta stigi eins og blýantur eða strokleður. Kennari kemur stærðfræðigögnunum fyrir í kennslustofunni þar sem hann telur að best sé fyrir nemendur að ná í þau.

Hver kennari ber ábyrgð á sínum stærðfræðikassa, gengur frá honum á vorin og sér um að panta ef eitthvað vantar. Stærðfræðikassar fylgja árgangi en ekki kennara. Reynsla kennara er góð af stærðfræðikössunum. Voru þeir mikið notaðir, sérstaklega meðal kennara yngri barna.

Hvernig var styrk þróunarsjóðs varið?

Eins og fram hefur komið fengum við 200.000 kr. styrk frá Þróunarsjóði grunnskóla Reykjavíkur. Var ákveðið að skipta honum jafnt til allra þeirra stærðfræðikennara, sem sóttu vinnufundi á vegum stærðfræðinefndarinnar. Haldnir voru tveir vinnufundir, sá fyrri laugardaginn 14. nóvember 1998 og seinni laugardaginn 13. mars. Á fyrri fundinum fengu kennarar til aflestrar *stærðfræðihluta í námskrárdrögunum*, sem við fundum á Netinu og *stærðfræðihluta í sænsku námskránni*. Kennurum var skipt í tvo hópa. Í hvorum hóp voru kennarar sem kenndu stærðfræði í 1. -10. bekk. Þannig fengum við þversnið af stærðfræðikennslu skólans. Markmið hópaskiptingar var að kennarar gætu fengið „spíralsnið" af stærðfræðikennslunni og hefðu þannig yfirsýn yfir uppbyggingu helstu hugtaka og aðferða í stærðfræðináminu. Kennarar fengu spurningar til að leiða umræðurnar og voru ritarar fengnir til að skrá niðurstöður. Samkomulag var um að breyta þyrfti áherslum í stærðfræðikennslu. Leggja þyrfti meiri áherslu á rökstuðning nemenda, hlusta á vangaveltur þeirra og spyrja þá hvernig þeir fengju niðurstöður sínar, leggja áherslu á að þeir íhuguðu sjálfir hvort útkoman stæðist t.d. með námundun og hugareikningi og hvetja nemendur til að leita eigin lausnarleiða. Á seinni fundinum var fjallað um námsmat. Fyrir fundinn fengu kennarar lesefni um námsmat, kafla úr bókinni *Elementary and Middle School Mathematics - Teaching Developmentally*, grein eftir Meyvant Þórólfsson úr Flatarmálum; *Mat á stærðfræðinámi í daglegu skólastarfi* og spurningalista um, hvernig þeir vildu hafa skólanámskrá í stærðfræði. Kennurum var skipt í hópa eftir stigum. Spurningalisti sem



stærðfræðinefndin vann var hafður til viðmiðunar í umræðuhópunum og var reynt að svara þeim á fundinum. Spurningarnar miðuðu að því að fá markvissar umræður um stefnu skólans í stærðfræðikennslu. Stærðfræðinefndin vann síðan út frá niðurstöðum fundarins að stefnu skólans í stærðfræði og frumdrög greinarinnar til birtingar í skólanámskrá.

Umræður og vinna í skólanámskrá voru komnar vel af stað og skipulagði stærðfræðinefndin kennarafund, sem haldinn var 4. maí. Ekki vannst tími til að ljúka þessari vinnu og var því ákveðið af stjórn skólans að hálfur starfsdagur um vorið færi í að ljúka verkefninu. Á starfsdegi fóru stærðfræðikennarar yfir stefnumörkun í stærðfræði fyrir 1. - 10. bekk. Var hún lagfærð og samþykkt. Drög að skólanámskrá eru að mestu tilbúin, en eftir er talsverð vinna við lokafrágang.

Samvinna kennara á unglingastigi

Í vetur er aukin áhersla á samvinnu stærðfræðikennara á unglingastigi. Kennarar þar hittast á fundum hálfsmánaðarlega. Þar er lögð áhersla á að skoða hvernig hægt er að koma til móts við nýja námskrá og hvernig hægt er að ná lokamarkmiðum hennar. Við erum að færa þrautir með markvissari hætti inn í kennsluna og skoða nýjar leiðir til að bæta hana. Höfum við mikinn áhuga á að verja einni kennslustund á viku í svokallaða „bókalausa stærðfræði". Þar er ætlunin að vinna verkefni í töflureikni eða öðrum stærðfræðiforritum, vinna ritgerðir um stærðfræði, ræða þrautir og lausnir þeirra, vera með verklega stærðfræði og vinna stærðfræðiverkefni tengd daglegu lífi nemenda.

Lokaorð

Við í Seljaskóla teljum að þessi vinna hafi haft jákvæð áhrif á skólastarfið. Umræður um stærðfræðikennslu hafa skilað sér í bættri kennslu. Kennarar eru meðvitaðri um nám nemenda í stærðfræði. Þeir hafa í auknum mæli horft á stærðfræðinámið sem samfellt nám nemenda frá upphafi til loka grunnskólans. Stærðfræðinefndin gerði viðhorfskönnum meðal nemenda og kennara á miðstigi á breyttum áherslum í stærðfræði. Þar kom fram almenn ánægja hjá báðum hópum með þrautalausnanámskeið. Vildu flestir nemendur vinna slíka vinnu og allir kennarar vildu hafa hana áfram í skólastarfinu.

Ég tel að okkur skorti helst tíma og fé til að þróa áfram bætta kennsluhætti, því erfitt er að fá kennara í samvinnu vegna lélegra launa og tímaleysis. Vinna sem þessi er mjög tímafrek, en ef þróun í skólastarfi á að eiga sér stað þurfa allir kennarar skólans að taka þátt í henni og móta stefnuna. Það er að mínu mati heppilegasta leiðin til að vinnan skili sér í námi og kennslu.

Guðrún er kennari við Seljaskóla.

Heimildir:

Aðalnámskrá grunnskóla. Menntamálaráðuneytið, júní 1999.

Aðalnámskrá grunnskóla. Menntamálaráðuneytið, maí 1989.

Andri Ísakson. Námskrárgerð og námskrárfræði. Grein í *Athöfn og orð, afmælisrit helgað Matthíasi Jónssyni áttræðum* í ritstjórn Sigurjóns Björnssonar. 1983.

Anna Kristjánsdóttir. Hvað eru þrautalausnir ? Grein í *Flatarmál 2 (1)*, 1994.

Anna Kristjánsdóttir. *Stærðfræðinám Meginstefnur og viðfangsefni.*(önnur útgáfa) Kennaraháskóli Íslands, apríl 1996.

Anna Kristjánsdóttir, Jónína Vala Kristinsdóttir og Matthildur Guðmundsdóttir. *Kennsla ungra barna Stærðfræðinám.* Kennaraháskóli Íslands, haustið 1996.

Anna Kristjánsdóttir, Anton Sigurðsson, Hörður Zóphaníasson, Ingibjörg Þorkelsdóttir, Ragnhildur Bjarnadóttir og Örn Arnar Ingólfsson. *Stærðfræði handa grunnskólum.* Bókaflokkur fyrir nemendur á yngsta stigi, 1A, 1B, 1C, 2A, 2B, 3A, 3B. Námsgagnastofnun 1976 - 1978.

Anna Kristjánsdóttir, Ingibjörg þorkelsdóttir, Hanna Kristín Stefánsdóttir, Kolbrún Hjaltadóttir og Ragnhildur Bjarnadóttir. *Stærðfræði handa grunnskólum.* Bókaflokkur fyrir nemendur á miðstigi, 4A, 4B, 5A, 5B, 6A, 6B. Námsgagnastofnun 1980 -1982.

Anna Kristjánsdóttir, Ásgerður Magnúsdóttir, Björg Birgisdóttir og Kristín Bjarnadóttir. *Stærðfræði handa grunnskólum.* Bókaflokkur fyrir nemendur á unglingastigi, Hornalína, Talnaspegill, Sjónarhorn, Skuggsjá og Baugabrot. Námsgagnastofnun 1985 - 1991.

Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools under the Chairmanship of Dr. W. H. Cockcroft. *Mathematics counts.* Her Majesty´s Stationaty Office, London 1982.

Endurskoðun aðalnámskrár 1996 - 1998. Markmið stærðfræðikennslu í grunnskólum og framhaldsskólum - Drög -. Skýrsla nefndar til að koma með tillögur um hvernig efla megi námsgreinina stærðfræði og stærðfræðiáhuga nemenda í skólakerfinu. Reykjavík júní 1997.

John A van de Walle. *Elementary and Middle School Mathematics - Teaching Developmentally.* Longman

Lög um grunnskóla nr. 66 frá 8. mars 1995.

Menntamálaráðuneytið. *Enn betri skóli, þeirra réttur - okkar skylda.* Ný skólastefna. Útg. Menntamálaráðuneytið apríl 1998.

Meyvant Þórólfsson. *Mat á stærðfræðinámi í daglegu skólastarfi.* Flatarmál 2. tbl. 1. árg. október 1993.

Statens skolverks författningssamling. *Kursplaner för grundskolan.* Skolverket februari 1998.

TIMSS Third International Mathematics and Science Study. Innihaldsgreining námsbóka og námskráa í stærðfræði.

Working Groups of the Commission on Standards for School Mathematics of the National Council of Teachers of Mathematics. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

Til umhugsunar!

Sléttar tölur og oddatölur

Síðasta dagsetningin í okkar tímatali sem eingöngu innihélt oddatölur var 19.11. 1999. Næsta dagsetning þar sem eingöngu koma fyrir oddatölur verður ekki fyrr en 1.1. 3111.

Nýlega, nánar tiltekið 2.2. 2000, var fyrsta dagsetningin sem eingöngu var sett saman úr sléttum tölum síðan á níundu öld, nánar tiltekið 28.8. 888. Ætli einhver kennari hafi látið nemendur sína velta þessum staðreyndum fyrir sér?

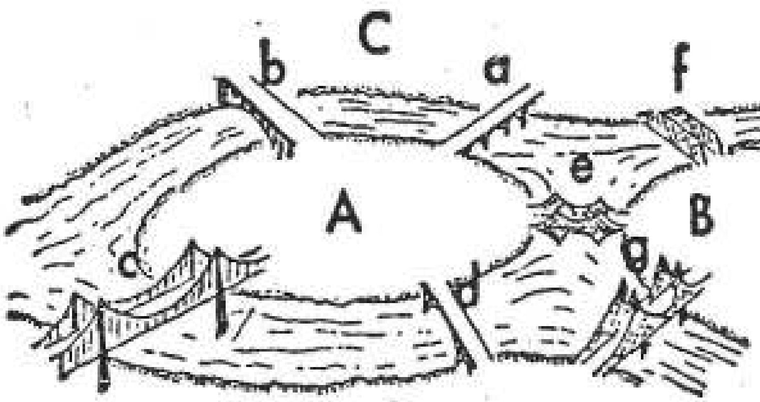
Ritnefnd Flatarmála óskar hér með eftir frásögnum af slíkum vangaveltum og sýnishornum af skráningu nemenda.

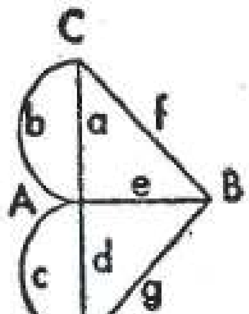
Leonhard Euler
Meyvant Þórólfsson

Leonhard Euler fæddist í Basel í Sviss árið 1707. Honum var lýst sem góðlegum og rausnarlegum manni, er hafði yndi af grænmetisrækt og eignaðist fjölda barna. Hann er höfundur tæplega 900 bóka og greina um stærðfræðileg efni og eru afrek hans á sviði stærðfræði talin einsdæmi bæði hvað varðar magn og gæði. Euler vann afrek á öllum sviðum stærðfræði, jafnt rúmfræði, talnafræði, algebru sem og talningafræði og enn fremur á sviði hagnýtra vísinda svo sem verkfræði, vatnsaflsfræði og bylgjufræði.

Lausn hans á hinni sérstæðu þraut um brýrnar í Königsberg í Prússlandi, nú Þýskalandi, er löngu orðin heimsfræg. Gegnum umrædda borg renna ár sem skipta henni í fjóra borgarhluta, A, B, C og D (sjá mynd) og tengja sjö brýr þá saman eins og myndin sýnir. Íbúar Königsberg skemmtu sér gjarnan við það á sunnudögum að reyna að skipuleggja göngu sína um borgina þannig að þeir færu yfir allar brýrnar, en aðeins einu sinni yfir hverja. Hvernig sem þeir reyndu, þá tókst engum það. Hvað olli þessu, vissi enginn fyrr en Euler fann hvaða regla lá hér að baki. Brýrnar í Königsberg væru dæmi um kerfi er lytu því lögmáli að ekki yrði hjá því komist að fara tvisvar eina leiðina, ef í kerfinu væru þrír eða fleiri punktar, sem oddatölufjöldi leiða lægi frá. Hér á eftir er þraut með þremur sambærilegum líkönum sem lúta þessu lögmáli. Lesendur eru hvattir til að spreyta sig á þessari þraut (sjá bls. 28).

Árangur Leonhards Euler á sviði talnafræði var einstakur. Líklega var hann fyrst og fremst að þakka ofurminni hans er var svo öflugt að undrum sætti. Hann lagði á minnið fyrstu 100 frumtölurnar, annað veldi þeirra, þriðja veldi, fjórða, fimmta og sjötta. Þannig mundi hann t.d. tölur eins og 241^4 og 337^6. Euler gat reiknað í huganum ótrúlega flókin dæmi og sagði einn samtímamanna hans, Frakki að nafni Francois Arago, að Euler beitti hugarreikningi með jafnlítilli fyrirhöfn og aðrir menn drægju andann eða stórir fuglar svifu um loftin blá.





Brýrnar í Königsberg. Leonhard Euler sýndi fram á hvaða stærðfræðileg lögmál réðu því hvort íbúarnir gætu farið um allar brýrnar í einni ferð, en aðeins einu sinni yfir hverja. Sjá einnig þrautina aftast.

Euler missti snemma sjón á öðru auga og síðustu æviárin var hann algerlega blindur. Af þeim sökum hefur hann stundum verið nefndur „Beethoven stærðfræðinnar". Þrátt fyrir sjónleysi hélt hann áfram vinnu sinni sem rannsakandi og kennari í stærðfræði allt þar til hann lést haustið 1783.

Meðal afreka Eulers á sviði talnafræði var vinna hans með svokallaðar vinatölur (e. ami-cable numbers). Eiginleiki þeirra er eftirfarandi: Tvær tölur eru vinatölur ef summa allra eiginlegra deila annarrar ásamt tölunni 1 er jöfn hinni tölunni og öfugt. Dæmi um þetta eru tölurnar 220 og 284 þar sem deilar tölunnar 220 eru 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 og 110 og gefa summuna 284 og deilar tölunnar 284 eru 1, 2, 4, 71 og 142 sem gefa summuna 220. Vinatölur eins og 220 og 284 höfðu þekkst allt frá tímum Forngrikkja. Árið 1636 sýndi Frakkinn Pierre de Fermat fram á að tölurnar 17 296 og 18 416 væru vinatölur. Tveimur árum seinna sýndi landi hans René Descartes fram á að tölurnar 9 363 584 og 9 437 056 væru einnig vinatölur.

Euler þróaði aðferð til að finna vinatölur. Um miðja 18. öld gerði hann sér lítið fyrir og fann 58 slík pör af vinatölum og jók þannig vitneskju manna um vinatölur um tæp 2000 prósent. Ástæða þessa merkilega árangurs Eulers var skipulagsgáfa hans.

Nokkur atriði úr lífi Leonhards Eulers

- Fæddist í Basel árið 1707
- Var nemandi hjá Johanni Bernoulli
- Hlaut verðlaun frönsku akademíunnar 19 ára gamall
- Skipaður við akademíuna í Pétursborg í Rússlandi árið 1727
- Missti sjón á öðru auga áður en hann varð þrítugur
- Hlaut stöðu við akademíuna í Berlín árið 1741
- Lagði stund á rúmfræði, talnafræði, talningafræði, verkfræði, vatnsaflsfræði, stjörnufræði og bylgjufræði
- Missti heimili sitt í bruna árið 1771
- Þótti góðhjartaður maður, hafði gaman af grænmetisrækt og því að segja sögur af börnum sínum sem voru 13 talsins
- Hafði einstaklega gott minni
- Gat reiknað flókin dæmi í huganum án fyrirhafnar
- Varð blindur rúmlega sextugur
- Eftir hann liggja tæplega 900 bækur og greinar um stærðfræðileg efni

□ Lést í september árið 1783

Pierre de Fermat og Leonhard Euler

Árið 1640 birti Frakkinn Pierre de Fermat hina svokölluðu „Litlu setningu sína". Hún hljóðar þannig: **Ef a er náttúrleg tala og p er frumtala sem er ekki þáttur í a, þá hlýtur p að vera þáttur í tölunni a^{p-1}-1**. Hann segir frá þessu í sendibréfi til kunningja síns og í sama bréfi segist hann hafa fundið sönnun þessa, en hann hafi ekki sett hana með í bréfið af því honum hafi fundist hún of löng. Ekki er vitað hvernig Fermat hugsaði sönnun sína. En það var ekki fyrr en árið 1736 sem sönnun á Litlu setningu Fermats leit dagsins ljós. Það var Leonhard Euler sem setti hana fram.

En hvað merkir þessi setning Fermats? Eða… hvað knýr menn til að pæla í því hvort eitthvert samband sé milli frumtölu og náttúrlegrar tölu sem frumtalan gengur ekki upp í? Og það er athyglisvert hvað menn höfðu drjúgan tíma til svona talnafræðipælinga á þessum tíma, þ.e. á 17. og 18. öld, hafandi það í huga að þessar pælingar höfðu sáralítið hagnýtt gildi. Hæpið er að Fermat og Euler hafi notað þessar uppgötvanir sínar sér til framdráttar í viðskiptum eða til að leysa einhver tæknileg eða hagnýt vandamál. Og hugleiðum aðstæðurnar sem fólk bjó við á þessum tíma. Enginn véladynur, Net- eða tónlistarsíbylja, tölvusuð eða símaglamur. Hver og einn sat við vinnu sína, að vísu oft erfiða, en svo virðist sem svigrúm til sjálfstæðrar íhugunar, heilabrota, rökræðna og textaskrifa hafi verið mun meira á þessum tíma en nú. Þannig má álykta sem svo að að Euler og Fermat hafi búið við ákveðinn munað sem menn munu líklega seint kynnast aftur, a.m.k. ekki á okkar tímum.

Við sjáum fyrir okkur Pierre de Fermat, opinberan starfsmann bæjaryfirvalda í Toulouse, sem eyðir frístundum sínum í talnafræði og bréfaskrif til annarra stærðfræðinga þar sem hann greinir þeim frá uppgötvunum sínum. Hann prófar að setja inn tölur fyrir a og p í jöfnunni a^{p-1}-1, t.d. a=6 og p=5. Þá er a^{p-1}-1 = 1295 sem er vissulega deilanleg með 5. Fyrstur til að færa á þetta sönnur var Leonhard Euler 71 ári eftir dauða Fermats.

Af einstakri hugvitssemi datt Euler í hug að sanna fyrst að p gengi upp í a^p-a, þá yrði eftirleikurinn auðveldur með því einfaldlega að þátta þessa stærð þannig: $a^p - a = a(a^{p-1}-1)$. Honum tókst að sanna það í nokkrum skrefum að ef p væri frumtala og a einhver náttúrleg tala þá gengi p upp í a^p-a miðað við framangreindar forsendur og þ.a.l. gengi p upp í $a(a^{p-1}-1)$. Til að sanna þetta studdist hann m.a. við háaldraða setningu Evklíðs um að ef frumtalan p gengi upp í margfeldi tveggja talna, þá hlyti p að ganga upp í aðra hvora eða báðar tölurnar. Einnig notfærði hann sér svokallaða tvíliðureglu, þrepun, þáttun o.fl.

Þegar Euler hafði sýnt fram á að p gengi upp í a^p-a, þá var eftirleikurinn auðveldur, þar sem $a^p - a = a(a^{p-1}-1)$ og útilokað var að p gengi upp í a sbr. forsendu sem gengið var út frá. Úr því p gekk upp í a^p-a, þá hlaut p að ganga upp í $a^{p-1}-1$, sbr. Setningu Evklíðs sem nefnd var hér á undan.

Fermat hafði yndi af frumtölum. Hann setti m.a. fram eftirfarandi tilgátu um slíkar tölur:
Allar tölur af gerðinni $2^{2^n} + 1$, þar sem n er náttúrleg tala, eru frumtölur.
Auðvelt er að sýna með reikningi að þetta gildir fyrir fyrstu fjórar náttúrlegu tölurnar, þ.e. n = 1, n = 2, n = 3 og n = 4. Veljum t.d. n=2, þá er $2^{2^n}+1=2^4+1=17$ sem er sannarlega frumtala. Vilji maður telja 0 með, þá má auðveldlega sýna þetta líka fyrir n=0. En þar með er ekki sannað að setningin gildi fyrir öll $n \in N$. Leonhard Euler frétti af þessari tilgátu Fermats og líklega hefur honum fundist sem ekki væri allt með felldu. Hann tók sig til og rannsakaði málið. Hann kom sér upp kerfi til að kanna á nokkuð aðgengilegan og öruggan hátt hvort þetta stæðist þegar n=5. Þetta kerfi gerði honum kleift að sanna að hægt væri að þátta töluna $2^{2^5} + 1$. Aðferð hans við það er rakin hér á eftir.

Afsönnun Eulers á tilgátu Fermats um eiginleika frumtalna

Rifjum aftur upp tilgátu Fermats:
Allar tölur af gerðinni $2^{2^n} + 1$, þar sem n er jákvæð heil tala, eru frumtölur.

Euler studdist m.a. við litlu setningu Fermats til að sýna fram á að þetta stæðist ekki. Þannig má segja að litla setning Fermats hafi orðið honum að falli í þessu tilviki, þótt hún sjálf stæðist.

Til að afsanna tilgátu Fermats sýndi Euler fram á að talan $\mathbf{2^{2^n} + 1}$ væri þáttanleg þegar n = 5. Eða m.ö.o. að $\mathbf{2^{32} + 1 = 4.294.967.297}$ væri ekki prímtala. Fyrst sýndi hann fram á að ef talan væri þáttanleg, þá væri frumþáttur hennar af gerðinni p=64k+1 þar sem k er einhver náttúrleg tala. Loks leitaði hann að slíkri tölu, þ.e. sem væri prímtala og gengi upp í 4.294.967.297. Og viti menn, Euler komst að því að þegar k = 10 þá er p = 641, tala sem gengur 6.700.417 sinnum upp í 4.294.967.297.

Afsönnun sína setti Euler fram í nokkrum skrefum á eftirfarandi hátt:

Setning A:
Gerum ráð fyrir að a sé slétt tala og p frumtala sem er ekki þáttur í a, en gengur upp í a + 1. Þá gildir að p = 2k + 1 þar sem k er einhver náttúrleg tala.

Sönnun: Ef a er slétt, þá er a + 1 augljóslega oddatala. Þar sem við gerum ráð fyrir að p gangi upp í oddatöluna a + 1, þá hlýtur p að vera oddatala. Þess vegna hlýtur p - 1 að vera slétt tala, þ.e. p - 1 = 2k þar sem k er heil tala. M.ö.o. þá er p = 2k + 1.

Sönnun lokið.

Setning B:
Gerum ráð fyrir að a sé slétt tala og p frumtala sem er ekki þáttur í a, en gengur upp í a^2 + 1. Þá gildir að p = 4k + 1 þar sem k er einhver heil tala.

Sönnun: Þar sem a er slétt tala þá er a^2 það einnig. Af framansögðu er ljóst að allir þættir tölunnar $a^2 + 1$, og þar með talan p, hljóta að vera oddatölur, þ.e. p er einum hærri en margfeldi af 2. Nú er spurningin hvað gerist ef 4 er deilt í p. Oddatölur eru augljóslega annað hvort einum hærri en margfeldi af 4 eða þremur hærri. P er því annaðhvort jöfn 4k + 1 eða 4k + 3. Til að sanna setninguna þarf að útiloka 4k + 3.

Til að gera þetta beitti Euler ótrúlega mikilli kænsku. Hann notfærði sér litlu setningu Fermats og sýndi með mótsögn að $p \neq 4k + 3$.

Hann gerði ráð fyrir að p = 4k + 3 þar sem k væri einhver náttúrleg tala. P gengur ekki upp í a, en samkvæmt litlu setningu Fermats gengur p upp í $a^{p-1} - 1$. Þar sem gert er ráð fyrir að p = 4k + 3 þá er

$$a^{p-1} - 1 = a^{(4k+1)-1} - 1 = a^{4k-2} - 1.$$

Við höfum gert ráð fyrir að p gangi upp í $a^2 + 1$, svo að p gengur upp í margfeldið:

$(a^2 + 1)(a^{4k} - a^{4k-2} + a^{4k-4} - \ldots + a^4 - a^2 + 1)$ sem hægt er að einfalda í $a^{4k+2} + 1$. Þar með hefur verið sýnt fram á að p gengur upp í bæði $a^{4k+2} + 1$ og $a^{4k+2} - 1$. Þar af leiðir að p hlýtur að ganga upp í mismun $a^{4k+2} + 1$ og $a^{4k+2} - 1$. En þetta er mót-sögn þar sem mismunurinn hér er 2 og oddatalan p gengur ekki upp í 2. Af þessu má álykta að p getur ekki verið jöfn 4k + 3. Þar með hlýtur p að vera jöfn 4k + 1 þar sem k er einhver náttúrleg tala.

Sönnun lokið.

Setning C:
Gerum ráð fyrir að a sé slétt tala og p frumtala sem er ekki þáttur í a, en gengur upp í $a^4 + 1$. Þá gildir að p = 8k + 1 þar sem k er einhver náttúrleg tala.

Sönnun: $a^4 + 1 = (a^2)^2 + 1$. Af framansögðu er ljóst að p er 1 hærri en margfeldi af 4. Nú þarf að huga að því hvað gerist ef 8 er deilt í p. Hér hlýtur að vera um átta mismunandi möguleika að ræða:

p = 8k (þ.e. p gengur upp í 8)
p = 8k + 1 (þ.e. p er einum hærri en margfeldi 8)
p = 8k + 2 (þ.e. p er tveimur hærri en margfeldi 8)
p = 8k + 3 (þ.e. p er þremur hærri en margfeldi 8)
p = 8k + 4 (þ.e. p er fjórum hærri en margfeldi 8)
p = 8k + 5 (þ.e. p er fimm hærri en margfeldi 8)
p = 8k + 6 (þ.e. p er sex hærri en margfeldi 8)
p = 8k + 7 (þ.e. p er sjö hærri en margfeldi 8)

Þegar betur er að gáð sést að útiloka má nokkra þessara möguleika. Í fyrsta lagi er p oddatala samkvæmt framansögðu (p gengur upp í oddatöluna $a^4 + 1$) svo að við getum strax útilokað tölurnar 8k, 8k + 2, 8k + 4 og 8k + 6. Talan 8k + 3 er jöfn tölunni 4(2k) + 3 og er því útilokuð samkvæmt sönnun hér á undan. Talan 8k + 7 = 8k + 4 + 3 = 4 (2k + 1) + 3 er útilokuð af sömu ástæðu.

Þá eru aðeins 8k + 1 og 8k + 5 eftir sem mögulegir frumtöluþættir í $a^4 + 1$. Euler útilokaði 8k + 5 með eftirfarandi hætti:

Gerum ráð fyrir að p = 8k + 5 fyrir einhverja náttúrlega tölu k. Þar sem p gengur ekki upp í a, þá gildir samkvæmt litlu setningu Fermats að p gengur upp í $a^{p-1} - 1$. $a^{p-1} - 1 = a^{(8k+5)-1} - 1 = a^{8k+4} - 1$, þ.e. p gengur upp í $a^{8k+4} - 1$.
Þar sem p gengur upp í $a^4 + 1$, þá gengur p upp í: $(a^4 + 1)(a^{8k} - a^{8k-4} + a^{8k-8} - a^{8k-12} + \ldots + a^8 - a^4 + 1)$ Þetta margfeldi má draga saman í $a^{8k+4} + 1$. Ef p gengur bæði upp í $a^{8k+4} - 1$ og $a^{8k+4} + 1$, þá gengur p upp í mismun $a^{8k+4} - 1$ og $a^{8k+4} + 1$ sem er 2. Þetta er augljós mótsögn þar sem p er oddatala. P getur því ekki verið af gerðinni 8k + 5. Eini möguleikinn sem gengur er 8k + 1.

Sönnun lokið.

Ef p gengur upp í $a^{2^n} + 1$, þá er p af gerðinni $(2^{n+1})k + 1$

Ef p gengur upp í a + 1, þá er p af gerðinni 2k + 1 (Setning A hér á undan)
Ef p gengur upp í $a^2 + 1$, þá er p af gerðinni 4k + 1 (Setning B hér á undan)
Ef p gengur upp í $a^4 + 1$, þá er p af gerðinni 8k + 1 (Setning C hér á undan)
Ef p gengur upp í $a^8 + 1$, þá er p af gerðinni 16k + 1
Ef p gengur upp í $a^{16} + 1$, þá er p af gerðinni 32k + 1
Ef p gengur upp í $a^{32} + 1$, þá er p af gerðinni 64k + 1

Almennt þá má orða þetta þannig: Ef p gengur upp í $a^{2^n} + 1$, þá er p af gerðinni $(2^{n+1})k + 1$ þar sem k er einhver náttúrleg tala.

Nú var eftirleikurinn auðveldur, þ.e. að sýna fram á að $2^{32} + 1$ væri ekki frumtala.

Afsönnun þess að $2^{32} + 1$ sé frumtala
Þar sem a = 2 er slétt tala þá sést á framansögðu að allir hugsanlegir prímþættir tölunnar $2^{32} + 1$ = 4 294 967 297 hljóta að vera af gerðinni p = 64k + 1, þar sem k er einhver náttúrleg tala. Með þetta veganesti prófaði Euler skipulega að setja inn tölur fyrir k og athugaði hvort hann fyndi frumtölu sem gengi upp í 4 294 967 297. Við þetta hlýtur hann að hafa framkvæmt venjulega deilingu með blaði og blýanti.

Ef k=1, þá er 64k + 1 = 65, sem er ekki frumtala og þarfnast því ekki nánari athugunar.
Ef k=2, þá er 64k + 1 = 129 sem er ekki heldur frumtala
Ef k=3, þá er 64k + 1 = 193, sem er frumtala, en gengur ekki upp í $2^{32} + 1$

Ef k=4, þá er 64k + 1 = 257, sem er frumtala, en gengur ekki upp í $2^{32} + 1$
Ef k=5, þá er 64k + 1 = 321 = 3*107, þ.e. ekki frumtala
Ef k=6, þá er 64k + 1 = 385 = 5*7*11, ekki frumtala
Ef k=7, þá er 64k + 1 = 449, sem er frumtala, en gengur ekki upp í $2^{32} + 1$
Ef k=8, þá er 64k + 1 = 513 = 3*3*3*19, ekki frumtala
Ef k=9, þá er 64k + 1 = 557, sem er frumtala, en gengur ekki upp í $2^{32} + 1$

Þegar Euler kom að k=10, datt hann í lukkupottinn. Í þessu tilviki fæst p = (64*10) + 1 = 641 sem er frumtala og það sem meira er, frumtala sem gengur upp í $2^{32} + 1 = 4.294.967.297$. Talan $2^{32} + 1 = 4.294.967.297$ er nefnilega jöfn margfeldi talnanna 641 og 6.700.417.

Sönnun lokið.

Hvað ef n>5?

Á síðari tímum hefur tekist að sýna fram á að $\mathbf{2^{2^{6}} + 1, 2^{2^{7}} + 1, \ldots 2^{2^{11}} + 1}$ eru allt samsettar tölur. Þannig hefur tilgátu Pierre de Fermats um að allar tölur af gerðinni $\mathbf{2^{2^{n}} + 1}$ séu frumtölur kyrfilega verið hnekkt. Og reyndar hefur engum tekist að finna slíkar prímtölur fyrir $n \geq 5$, þannig að margt bendir til að $\mathbf{2^{2^{n}} + 1}$ sé einungis frumtala þegar n hefur gildin 0, 1, 2, 3 eða 4.

Meyvant er kennsluráðgjafi við Fræðsluskrifstofu Reykjavíkur. Hann er í leyfi í vetur.

Meginheimild:

Dunham, William (1990). *Journey Through Genius - The Great Theorems of Mathematics*. Wiley Science Editions, New York.

Aðrar heimildir:

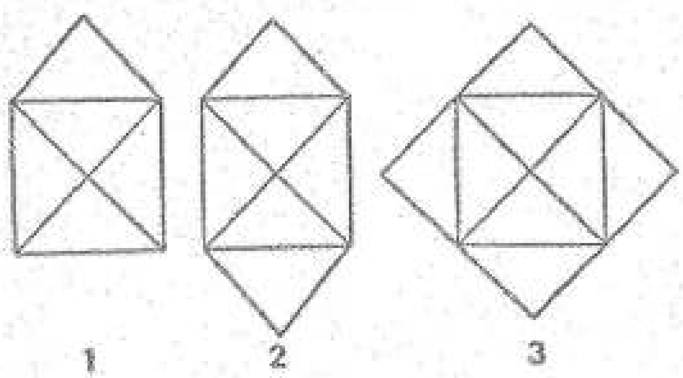
Bergamini, D., ísl. þýðing Björn Bjarnason (1966). *Stærðfræðin*. Almenna bókafélagið, Reykjavík.

Eves, Howard.(1990). *An Introduction to the History of Mathematics*. Saunders College Publishing, Philadelphia.

Íslenska Alfræðiorðabókin (1990). Örn og Örlygur hf. , Reykjavík.

Vefsíðan *http://www.eou.edu/~perryd/euler.*

Hér má sjá þrjár myndir sem lúta sömu stærðfræðilegu lögmálum og Leonhard Euler setti fram um brýrnar í Königsberg. Hverja eða hverjar myndanna er hægt að teikna án þess að lyfta blýantinum og án þess að fara ofan í sömu strik aftur:



1 2 3

Alþjóðleg ráðstefna um stærðfræðimenntun

Friðrik Diego og Kristín Halla Jónsdóttir

Um mánaðamótin júlí-ágúst í sumar verður haldin svokölluð ICME ráðstefna um stærðfræðimenntun í Japan. ICME ráðstefnan er alþjóðleg ráðstefna sem haldin er fjórða hvert ár, nú í níunda sinn. Viljum við greinarhöfundar vekja athygli á henni, segja sögu hennar og gera grein fyrir hverjir standi að ráðstefnuhaldinu. Þá munum við segja stuttlega frá síðustu ICME ráðstefnu sem haldin var á Spáni og við sóttum.

Alþjóðanefnd um stærðfræðikennslu, ICMI

Alþjóðanefnd um stærðfræðikennslu, ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), var sett á laggirnar árið 1908 á alþjóðaþingi stærðfræðinga í Róm. Var það að uppástungu Davids Eugenes Smith sem var bandarískur stærðfræðingur en auk þess fræðimaður á sviði sögu stærðfræðinnar. Fyrsti forseti nefndarinnar var hinn frægi þýski stærðfræðingur Felix Klein (1849-1925). Eitt meginverkefni ICMI er þátttaka í að halda áðurnefnda ICME ráðstefnu (International Congress on Mathematical Education) fjórða hvert ár. Framkvæmdastjórn ICMI skipar dagskrárnefnd ráðstefnunnar og á fulltrúa sinn í henni, en undirbúningsnefnd þess lands sem hýsir ráðstefnuna hverju sinni sér um framkvæmd að öðru leyti.

Eftir síðari heimstyrjöldina var alþjóðasamband stærðfræðinga, IMU (International Mathematical Union), stofnað og þá var ákveðið að ICMI myndi heyra, sem nefnd, undir það og í hana yrði skipað af IMU. Er þessi skipan mála enn í dag. Þess skal getið að bæði ICMI og IMU eru ráðgefandi stofnanir fyrir UNESCO. Loks er því við að bæta að stór hluti fjármagnsveltu ICMI kemur frá IMU en aðildarfélög IMU greiða allhátt fast árgjald til sambandsins. Íslenska stærðfræðafélagið er eitt þessara aðildarfélaga.

Stjórnunarlega skiptist ICMI alþjóðanefndin í tvennt, í svokallaða framkvæmdastjórn annars vegar og fulltrúaráð aðildarlandanna hins vegar. Í því síðarnefnda eiga sæti einn fulltrúi frá hverju aðildarlandi þar með talin öll lönd sem eiga aðild að IMU. Aðildarlöndin eru nú yfir 60 og eru úr öllum heimshlutum. Fulltrúi Íslands, sem er tilnefndur af Íslenska stærðfræðafélaginu, hefur frá árinu 1992 verið Kristín Halla Jónsdóttir. Á fjögurra ára fresti heldur ICMI svokallað alþjóðaþing (General Assembly Meeting) en það er sameiginlegur fundur framkvæmdastjórnarinnar og fulltrúaráðsins. Þessi fundur er haldinn samhliða ICME ráðstefnunni og hann sat Kristín Halla árið 1992 í Quebec-borg í Kanada og árið 1996 í Sevilla á Spáni. Næsta ráðstefna, ICME 9, verður haldin í sumar í Makuhari sem er á Tokýosvæðinu og ICME 10 verður haldin í Kaupmannahöfn sumarið 2004, að einhverju leyti í norrænni samvinnu.

Alþjóðleg ráðstefna um stærðfræðimenntun, ICME-8

Áttunda ICME ráðstefnan, ICME 8, var haldin 14.-21. júlí 1996 í Sevilla á Spáni. Að undirbúningi hennar hafði verið unnið í fjögur ár, allt frá lokum næstu ICME ráðstefnu á undan sem var haldin í Quebec-borg í Kanada árið 1992. ICME 8 var eins og fyrirrennarar hennar afar fjölmenn ráðstefna; þátttakendur voru yfir 4000 talsins en til samanburðar má geta þess að 600 manns sóttu fyrstu ICME ráðstefnuna sem haldin var í Lyon í Frakklandi árið 1969. Ráðstefnugjöldin voru nokkuð há að venju, tæplega 30.000 kr, en að þessu sinni runnu 10% af þessum gjöldum í sjóð til að styrkja kennara frá fátækari löndum heims til þátttöku. Mun svo verða áfram. Og að venju stóð ráðstefnugestum til boða gisting og aðstaða í öllum gæða- og verðflokkum. Var valkostur okkar íslensku þátttakendanna, Friðriks Diego og Kristínar Höllu Jónsdóttur, í ódýrari kantinum vegna naums fjárstyrks okkar. Við gistum á háskólaheimavist en okkur líkaði vistin í alla staði vel miðað við það sem við töldum okkur eiga von á. Það er enn í fersku minni hve það var heitt á ráðstefnutímanum, jafnvel á mælikvarða Andalúsíu; hitinn fór yfir 40 stig. Að sögn þeirra sem þekkja til japanskrar veðráttu má búast við miklum hitum á ráðstefnunni í sumar svo eins gott er að vera við öllu búinn.

Ráðstefnan í Sevilla var með hefðbundnu sniði og var fyrsti ráðstefnudagurinn skipulagður sameiginlega fyrir alla. Að aflokinni setningarathöfn voru tveir heiðursfyrirlestrar sem haldnir voru fyrir allan þingheim. Venjan er að bjóða virtum stærðfræðingum eða fræðimönnum á sviði stærðfræðimenntunar að halda þessa fyrirlestra og var ekki brugðið út af henni að þessu sinni. Fyrri fyrirlesarinn var spænski prófessorinn Miguel De Guzmán. Titillinn á erindi hans var *Hlutverk stærðfræðings í stærðfræðimenntun*. Hann lagði áherslu á hve hlutverk stærðfræðingsins væri mikilvægt, stærðfræðingum bæri sífellt að leggja sitt af mörkum til framþróunar heimsmenningarinnar. Og hann benti á nauðsyn þess og mikilvægi að stærðfræðingar væru víðsýnir gagnvart framþróun greinarinnar. Síðari fyrirlesarinn var Anna Sierpinska prófessor frá Montreal í Kanada. Nefndi hún erindi sitt *Á hvaða leið er stærðfræðimenntun?* Í fyrirlestrinum beindi hún sjónum að þeirri hugmynd að í allri stefnumörkun varðandi stærðfræði í skólum og þróun greinarinnar mætti greina þrjá fleti: Hugmyndafræðilegan, stærðfræðilegan og kennslufræðilegan. Og hún lagði áherslu á mikilvægi þess að færa rök fyrir öllum þessum þáttum og vanda hönnun þeirra til að bæta stærðfræðimenntun. Bæði voru þessi erindi vel flutt og einkar áhugaverð enda fyrirlesararnir virtir fræðimenn hvor á sínu sviði. Þess má geta að Guzmán er forseti framkvæmdastjórnar ICMI og Siepinska er annar af varaforsetum framkvæmdastjórnarinnar.

Að fyrirlestrunum loknum var miðdegishvíld eins og tíðkast á Spáni og var hún í raun bráðnauðsynleg í þeim mikla hita sem var yfir hádaginn. Eftir hvíldina var svokallað „alþjóðlegt hringborð" og hringborðsumræðurnar báru yfirskriftina *Stærðfræðikennarar og ákvarðanataka: Breytingar og áskoranir*. Voru málin rædd frá ýmsum sjónarhornum en rauði þráðurinn, eins og yfirskriftin ber með sér, var mikilvægi þess að stærðfræðikennarar væru svo vel menntaðir að þeir gætu skilyrðislaust tekið sínar eigin faglegu ákvarðanir um allt er lýti að kennslu sinni. Þessum fyrsta degi ráðstefnunar lauk með smá hófi til að bjóða ráðstefnugesti velkomna og þar var boðið upp á menningarleg skemmtiatriði, m.a. stórbrotinn flamenkódans. Þetta hefur verið í stuttu máli lýsing á hefðbundnum fyrsta degi á ICME ráðstefnunum en hinir raunverulegu ráðstefnudagar hins almenna þátttakanda tóku síðan við. Dagar þar sem miklu máli skiptir að velja af kostgæfni úr öllum þeim aragrúa af tilboðum sem í boði eru og láta sig hafa það að vinna af mikilli ósérhlífni.

Auk margra sölusýninga á bókum og kennslugögnum og yfirgripsmiklum veggspjaldasýningum mátti annars vegar velja úr miklum fjölda fyrirlestra og hins vegar stóð sérhverjum þátttakanda til boða vinna í tveimur völdum starfshópum. Óskir um starfshópana höfðu þátttakendur lagt fram er þeir skráðu sig á ráðstefnuna. Val okkar, íslensku þátttakendanna, hafði verið þetta:

1. *Menntun og símenntun kennara*, sem við völdum bæði.
2. *Þrautir og leikir af stærðfræðilegum toga* sem Friðrik valdi og
3. *Saga stærðfræðinnar og stærðfræðikennsla* sem Kristín Halla valdi.

Starfshópurinn um menntun og símenntun kennara var nokkuð stór og klofnaði upp í minni hópa eftir fyrsta vinnufundinn. Allur hópurinn hittist hins vegar aftur í lokin og stóð að sameiginlegum niðurstöðum. Aðaltilgangurinn með starfi hópsins var að skiptast á skoðunum og segja frá markverðri reynslu. Það kom í ljós að margvíslegar tilraunir voru í gangi með að nýta upplýsingatækni í kennaramenntun, bæði í grunnmenntun og endurmenntun. Menn voru almennt sammála um að upplýsingatæknin byði upp á mörg spennandi tækifæri til að auðga menntun kennara sem og rannsóknir á sviði kennaramenntunar. En það var heldur ekki ágreiningur um að upplýsingatækninni fylgdu mörg erfið úrlausnarefni sem takast þyrfti á við, ef nást ættu breytingar sem um munaði, á þeirri list sem kennsla er. Í umræðum kom einnig fram að margir höfðu áhyggjur af því hve veika undirstöðu kennarar á yngri barna stigi hafa almennt í stærðfræði og bent var á að það væri áhyggjuefni, sem taka þyrfti á, hve algengt það væri að kennaranemar væru haldnir stærðfræðiótta. Bent var á mikilvægi þess að kennarar og nemendur hefðu jákvætt viðhorf til greinarinnar, rætt var um mikilvægi æfingakennslu og hvernig best væri að henni staðið og hún metin. Og loks voru allir sammála um að öllu skipti að kennarar áttuðu sig á mikilvægi endurmenntunar, litu í eigin barm og reyndu sífellt að bæta sig í starfi.

Starfshópurinn um sögu stærðfræðinnar og stærðfræðikennslu lét sig varða aðallega tvennt, hvernig nota má söguna í kennslu og hvernig nota má söguna í tengslum við rannsóknir á stærðfræðinámi. Varðandi báða þessa þætti voru frásagnir af raunverulegum dæmum sem oftast höfðu gengið vel en sum átt sína annmarka. Á eftir spunnust líflegar umræður enda voru flest innleggin ákaflega áhugaverð og skemmtileg. Þetta var afar sammála hópur og enginn virtist velkjast í vafa um að unnt væri að láta sögu stærðfræðinnar veita báðum þeim þáttum sem nefndir eru hér að framan, kennslu og rannsóknum, umtalsverðan styrk.

Fjöldi ræðumanna kom við sögu í hópnum um þrautir og leiki af stærðfræðilegum toga, talaði hver stutta stund. Fjallað var um margskonar þrautir og vandamál sem krefjast stærðfræðilegra lausna. Svo nefnd séu fáein dæmi, þá var talað um vandamálið „að koma borðinu sínu úr eldhúsinu inn í borðstofu". Hér er um það að ræða að koma borðplötu fyrir horn á gangi. Hve stóru borði má koma fyrir hornið veltur á stærð hornsins og jafnframt lögun borðsins. Þetta getur augljóslega orðið flókið reikningsdæmi. Einnig var rætt um nokkrar þekktar þrautir, sumar aldagamlar, sem útheimta heiltölulausnir (Díofantosar jöfnur). Litið var á nokkur skákdæmi og þrautir sem tengjast skákborði. Einn frummælenda, sem ræddi um leiki og þrautir sem kennsluefni, taldi slíkt geta vel hentað fyrir „lakari" nemendur.

Við teljum það ótvíræðan kost við ICME-ráðstefnurnar að boðið sé upp á vinnu í starfshópum eins og hér hefur verið lýst. Þar gefst tækifæri á að komast í návígi við aðra þátttakendur með sameiginlegt áhugamál og ættu allir að finna eitthvað við sitt hæfi því um er að ræða yfir 50 starfshópa. Þó skal það viðurkennt að við höfum ekki verið jafn ánægð með starfið í öllum þeim hópum sem við höfum verið í á þessum tveimur síðustu ICME ráðstefnum. Mönnum tekst, eins og gefur að skilja, misvel að stýra svona starfi og ná að láta það standa undir væntingum.

Fyrirlestrarnir sem minnst var á hér að framan voru sextíu talsins. Þeir voru klukkustundarlangir hver og tíu þeirra í gangi í einu hverju sinni. Var því oft úr vöndu að ráða og gott að geta skipt liði og borið saman bækur sínar eftir á. Skyldi engan undra að flestir þeirra fjölluðu um stærðfræðinám og kennslu eða annað sem tengist stærðfræðimenntun. Fáir voru með áherslu á fræðilegum þáttum stærðfræðinnar, færri á ICME 8 en voru á ICME 7 að því er við teljum. Fyrirlesararnir voru alls staðar að úr heiminum sem jók á hin alþjóðlegu áhrif sem þátttakendur urðu fyrir. Flestir fyrirlestrar voru fluttir á ensku en nokkrir á spænsku og voru þetta hin opinberu tungumál ráðstefnunnar. Helstu fyrirlestrar voru þýddir jafnharðan.

Ráðstefnunni lauk svo á sama hátt og hún hófst, með tveimur heiðursfyrirlestrum. Að þessu sinni voru fyrirlesararnir David Tall frá Bretlandi og Jan de Lange frá Hollandi. Þeir starfa báðir við rannsóknarstofnanir á sviði stærðfræðimenntunar, David Tall við háskólann í Warwick og Jan de Lange við Freudenthal stofnunina. Fyrri fyrirlesturinn hét *Upplýsingatækni og stærðfræðimenntun: hrifning, möguleikar og raunveruleiki.* Fjallað var um táknmál stærðfræðinnar og það tvíeðli þess að tjá í senn ferli (útreikning) og hugtak (tölu). Í umfjöllun sinni um hjálpargögn, s.s. tölvur sem geta fengist við breytur, lagði Tall áherslu á yfirvegun í afstöðu til slíkra tækja og benti bæði á kosti og galla við að nota þau í stærðfæðinámi. Síðari fyrirlesturinn hét *Raunverulegur vandi við stærðfræði raunveruleikans.* Hann fjallaði um mikilvægi þess að tengja námsefni í stærðfræði við raunveruleikann, en jafnframt hve vandasamt getur verið að inna slíkt vel af hendi. Stærðfræðidæmi tengd raunveruleikanum þurfa að vera raunhæf. Enn var mikilvægi kennarans í brennidepli. Með skáldaleyfi mætti e.t.v. segja að fyrirlesturinn sem David Tall flutti hafi verið „stór", en fyrirlesturinn sem Jan de Lange flutti hafi verið „langur".

Í lokin langar okkur að greina frá því, að í skráningargjöldum ICME ráðstefnanna er innifalin eins dags skemmtiferð, venjulega á miðjum ráðstefnutímanum. Um tíu ólíkar ferðir var að velja á ICME 8, sem allar virtust afar áhugaverðar. Fyrir valinu hjá okkur varð ferð til Granada. Sú ferð var yndisleg og það að koma til Alhambra verður ógleymanlegt. Vafalaust verða ráðstefnuferðirnar í Japan í sumar ekki minna áhugverðar. Hvernig væri að leggja land undir fót?

Friðrik er lektor og Kristín Halla er dósent við KHÍ.

Stærðfræðikassar í Laugarnesskóla

Guðlaug Bjarnadóttir og Hugrún B. Haraldsdóttir

Hvar er húfan mín,
hvar er hempan mín,
hvar er falska gamla...?

Það er þekkt vandamál víða í skólum að erfitt er að finna þau hjálpargögn sem nauðsynleg eru til stærðfræðikennslu. Á því eru ýmsar skýringar. Sumt er ekki til í skólanum eða óljóst hvar gögnin eru geymd.

Veturinn 1996-1997 var ákveðið að fagstjórar í stærðfræði við Laugarnesskóla í Reykjavík gerðu átak í samvinnu við aðra kennara skólans í að bæta aðbúnað og aðgang að hjálpargögnum fyrir stærðfræði. Hver bekkjarstofa var útbúin með kassa sem innihélt gögn er nýttust við kennslu í stærðfræði. Þau gögn sem fyrir valinu urðu voru þau sem oftast komu við sögu í námsefninu.
Allir kassarnir innihalda það sama:

- 4 pinnabretti og teygjur
- 4 vasareikna
- 3 málbönd
- 4 spegla
- 6 teninga
- 1 kassa af kennslupeningum
- rimar og splitti
- 1 kassa af rökkubbum
- 1 kassa af einfestukubbum og spjöld
- 1 kassa af sentikubbum
- 2 talnagrindur

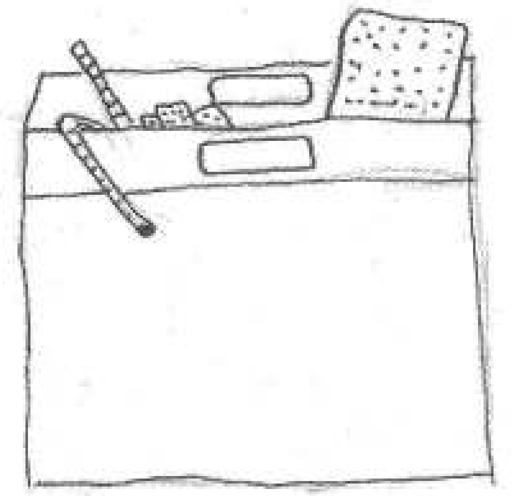
Til viðbótar við þetta hefur nýlega verið bætt við í hvern kassa möppu með ýmsum stærðfræðiblöðum, t.d. sentimetrapappír, punktapappír o.fl.

Markmið með stærðfræðikössunum er að:
- auðvelda aðgang kennara að völdum gögnum fyrir stærðfræðikennslu.
- örva kennara til að nota þau stærðfræðigögn sem gert er ráð fyrir í námsefni.
- gefa fleiri og fjölbreyttari tækifæri til að nota hjálpargögn við stærðfræðinámið.
- gefa nemendum meiri möguleika til að velja hjálpargögn eftir þörfum.

Nýting stærðfræðikassanna

Nú er komin nokkurra ára reynsla á notkun stærðfræðikassanna. Þeir eru hluti af sjálfsögðum búnaði hverrar stofu skólans. Fyrir tveimur árum var gerð könnun meðal kennara í skólanum á viðhorfi þeirra og notkun á kössunum. Þar kom í ljós að kennarar hafa góða reynslu af notkun þeirra. Og víst er að fáir, ef nokkrir, vilja hverfa til fyrra skipulags þar sem stærðfræðigögn áttu til að „týnast " inni í stofum hjá þeim sem voru duglegir að nota þau á meðan aðrir höfðu úr litlu að moða. Í okkar huga leikur enginn vafi á því að gott aðgengi að stærðfræðigögnum hvetur kennara og nemendur til að nýta sér þau og jafnvel í víðara samhengi heldur en námsefnið segir til um.

Það er misjafnt eftir aldri nemenda hversu mikið gögnin í stærðfræðikössunum eru notuð. Á yngra stigi eru gögnin mjög mikið notuð og



til viðbótar þeim eru ýmsir verðlausir hlutir sem kennarar og nemendur hafa safnað. Í elstu bekkjunum (5.-7. bekkjum) er notkunin minni og tengist frekar tilteknum blaðsíðum í námsefninu t.d. pinnabretti, rimar, málbönd og speglar. Þess má geta að í allmörgum árgöngum er vasareiknir orðinn hluti af þeim gögnum sem nemendur kaupa á haustin.

Kassarnir eru lagfærðir á hverju hausti og því bætt við sem hefur glatast. Það er í verkahring hvers kennara að vori að telja í stærðfræðikassanum. Fagstjórar sjá svo um framhaldið.

Búnaður sem þessi þarf stöðugt að vera í endurskoðun. Kassarnir hafa ekki mikið breyst frá upphafi en með útgáfu nýs námsefnis og stöðugri þróun á kennsluháttum má búast við því að innihald stærðfræðikassanna taki breytingum jafnt og þétt.

Við skorum á Sólveigu Ebbu Ólafsdóttur í Ölduselsskóla að skrifa í næsta blað.

Guðlaug og Hugrún eru kennarar við Laugarnesskóla.

Matematik 2000
Fokus i teorier og praksis

Norræn ráðstefna um stærðfræðimenntun

Flötur, samtök stærðfræðikennara, og Kennaraháskóli Íslands standa fyrir norrænni ráðstefnu um stærðfræðimenntun dagana 22.-26. júní n.k. Yfirskrift hennar er *Matematik 2000. Fokus i teorier og praksis*. Ráðstefnan er sú áttunda í röð norrænna ráðstefna um stærðfræðimenntun og fer nú í annað sinn fram á Íslandi.

Ráðstefnan verður haldin í Borgarnesi og verður gist á Hótel Borgarnesi þar sem fjölmennustu fyrirlestrarnir verða haldnir. Í Grunnskólanum verður aðstaða fyrir verkstæðisvinnu, minni fyrirlestra, umræðuhópa og kynningar á rannsóknum auk þess sem þar verður sett upp sýning á námsgögnum og verkefnum nemenda.

Markmiðið með ráðstefnu sem þessari er fyrst og fremst að stuðla að og styrkja samvinnu og umræður um stærðfræðimenntun milli fræðimanna og kennara af öllum skólastigum. Með það í huga er sjónum að þessu sinni sérstaklega beint að samhengi milli kenninga og framkvæmdar.

Að dagskránni stendur stór hópur fólks með breiða yfirsýn yfir það sem er að gerast á Norðurlöndunum á þessum vettvangi. Þátttakendur eru fræðimenn, kennarar af grunn-, framhalds- og háskólastigi og kennara- og doktorsnemar með stærðfræði og stærðfræðimenntun sem sérgrein. Þetta fólk stundar allt áhugaverð þróunar- og rannsóknarstörf á sínu sviði.

Vel yfir hundrað manns hafa tilkynnt þátttöku sína nú þegar umsóknarfrestur er senn útrunninn. Stór hópur er væntanlegur frá Noregi og góður hópur frá hinum Norðurlöndunum. Sífellt bætast fleiri Íslendingar við og lítur út fyrir nokkuð stóran hóp héðan.

Ráðstefna sem þessi er góður vettvangur til að víkka sjóndeildarhringinn með því að taka þátt í góðri og gagnlegri umræðu og kynnast fólki og hugmyndum þess. Með síðasta tölublaði Flatarmála fylgdi kynningarbæklingur um ráðstefnuna en allar upplýsingar er að finna á heimsíðu Matematik 2000: http://matematik2000.khi.is

Alþjóðlega stærðfræðiárið 2000

Anna Kristjánsdóttir

Fyrir átta árum samþykkti alþjóðaþing stærðfræðinga tillögu um alþjóðlega stærðfræðiárið 2000. Hugmyndin að baki var fjölþætt eins og hér segir:

- Að beina sjónum að stærðfræðiviðfangsefnum 21. aldarinnar.
- Að varpa ljósi á lykilhlutverk stærðfræði, hreinnar og hagnýttrar, í allri þróun.
- Að fjalla um ímynd stærðfræði í hugum almennings og stjórnvalda og leitast við að kynna í hverju grundvallarhlutverk stærðfræði í upplýsingasamfélagi er fólgið.

Hið fyrstnefnda vísar að nokkru í fyrirlestur sem stærðfræðingurinn David Hilbert hélt árið 1900 á alþjóðaráðstefnu stærðfræðinga en þar fjallaði hann um þau stærðfræðilegu viðfangsefni sem glímt myndi verða við á öldinni sem í hönd færi. Hilbert reyndist sannspár um það sem hann tiltók en engu að síður sáu menn ekki fyrir þá gífurlegu nýsköpun sem orðið hefur í stærðfræði á tuttugustu öldinni. Og rannsóknir á sviði stærðfræðimenntunar, sem fleygt hefur fram síðustu áratugina, gerðu menn sér heldur ekki í hugarlund í upphafi aldarinnar.

Stærsti viðburðurinn í alþjóðlegu samhengi er Heimsráðstefnan um stærðfræðimenntun (ICME 9) sem haldin verður í Japan í ágúst. Fjöldi annarra ráðstefna verður að sjálfsögðu á árinu og mjög víða eru kynningar fyrir almenning af ýmsum toga og einnig kynningar í skólum eða meðal kennara. Í stuttu máli má segja að reynt sé að að vekja athygli á mikilvægi stærðfræðiþekkingar og að alls staðar sé vel staðið að stærðfræðikennslu.

Í nóvember 1999 átti Anna Kristjánsdóttir prófessor við Kennaraháskóla Íslands frumkvæði að því að kalla saman til fundar í von um að áhugi væri á að mynda íslenska samstarfsnefnd um alþjóðlega stærðfræðiárið 2000. Þeir, sem boðaðir voru, tóku erindinu mjög vel en þetta er í fyrsta sinn sem fulltrúar svo margra stofnana og stærðfræðifélaga sameinast um átak í stærðfræði. Auk Önnu Kristjánsdóttur eru í nefndinni Benedikt Jóhannesson formaður Íslenska stærðfræðafélagins, Ragnheiður Gunnarsdóttir formaður Flatar, Robert Magnus stærðfræðingur við Háskóla Íslands og Sveinn Ingi Sveinsson stærðfræðikennari úr stjórn Félags raungreinakennara.

Þær stofnanir og félög hér á landi, sem eiga aðild að starfinu, standa sum fyrir viðburðum en einnig vinnur nefndin að ýmsum verkum. Það sem þegar liggur fyrir er eftirtalið:

- Unnið er að gerð veggspjalds til að kynna alþjóðlega stærðfræðiárið í skólum og víðar.
- Unnið er að gerð heimasíðu fyrir alþjóðlega stærðfræðiárið hér á landi, http://wmy2000.khi.is
- Norræna ráðstefnan *Matematik 2000 - Fokus i teorier og praksis* verður haldin í Borgarnesi dagana 22.-26. júní. Hana sækja fjölmargir kennarar og fræðimenn frá öllum Norðurlöndunum og dagskrá er mjög fjölbreytt. Heimasíðan er http://matematik2000.khi.is
- Norræn bók, þar sem brugðið er ljósi á stærðfræðikennslu í grunnskólum innan Norðurlandanna, er væntanleg út síðla sumars.
- Dagur stærðfræðinnar verður haldinn 27. september í skólum.
- Þá munu þrautir fara að birtast reglulega í Morgunblaðinu til þess að vekja áhuga fólks á að glíma við og hafa gaman af stærðfræði.
- Í undirbúningi eru greinaskrif nokkurra stærðfræðinga í blöð.

Án efa á fleira eftir að bætast við á listann á þessu ári og vonandi verður samstarfið um alþjóðlega stærðfræðiárið 2000 til þess að samstarf haldi áfram hér innanlands um stærðfræði og stærðfræðinám og til þess að leyfa miklu fleirum en nú er að kynnast því hve margt forvitnilegt og áhugavert er þar að finna.

Anna er prófessor við KHÍ og í fyrirsvari fyrir íslensku nefndinni um alþjóðlega stærðfræðiárið.

Fréttir frá Víetnam

Guðný Helga Gunnarsdóttir

Komið þið sæl.

Ég hef reynt að kynna mér skólakerfið hérna þó ekki hafi mér tekist að fá að fara í heimsókn í skóla ennþá. Hér gengur maður ekkert beint inn í stofnanir í leit að upplýsingum. Fara verður réttar leiðir og allt tekur sinn tíma. Ég ræddi við eina móður um skólagöngu 9 ára sonar hennar (fæddur 1991). Skóladagurinn hefst klukkan 7.30 og lýkur 16.30 mánudaga til laugardags. Í kringum hádegið er hlé í tvo og hálfan tíma. Þá borða nemendur hádegisverð fá smá frjálsan tíma til að leika sér og síðan leggja þeir sig í einn og hálfan tíma. Á stundaskránni eru 9 námsgreinar: Stærðfræði, móðurmál, samfélags- og náttúrufræði, tækni, umgengni og góðir siðir, enska, íþróttir, myndmennt og tónmennt. Stærðfræðin fær eina 45 mínútna kennslustund á dag en auk þess fá nemendur einhvern tíma til að vinna að heimaverkefnum m.a. stærðfræði síðdegis.

Kröfur til nemenda eru miklar að mati móðurinnar, mun meiri en þegar hún gekk sjálf í skóla. Nemendur þurfa oft að vinna heimavinnu og tvö kvöld í viku fer sonur hennar í aukatíma í stærðfræði og móðurmáli heim til kennarans. Hún segist eiga í erfiðleikum með að hjálpa honum með stærðfræðina og því kaupir hún fyrir hann auka tíma. Nemendur þurfa að standast próf árlega til að flytjast á milli bekkja og svo til allir ná tilskyldum árangri.

Viðfangsefnin í stærðfræðinni virðast sum hver vera einhvers konar þrautir og á drengurinn oft erfitt með að finna leiðir til að leysa þær. Hún hefur nefnt dýraþrautir, eins og þið mörg þekkið, þar sem gefinn er fjöldi hausa og fóta. Hún segir að ef hann endurþekkir ekki verkefnið strax þá gefist hann upp. Nemendur eru vanir því að kennarinn sýni þeim hvernig á að gera og ef örlítlu er breytt í framsetningu viðfangsefnisins þá standa þeir á gati. Viðmælandi minn ræddi þetta við frænku sína sem er kennari og telur hún að meginvandinn í stærðfræðikennslunni felist í því að börnin séu ósjálfstæð í vinnubrögðum og eigi erfitt með að finna lausnir sjálf enda vön því að þeim sé sagt fyrir verkum af kennaranum.

Margir foreldrar telja að kröfur til nemenda séu of miklar. Skóladagurinn sé of langur og börnin hafi of lítinn tíma til að leika sér og vera til. Einhver umræða er um að stytta skólatímann um 20%. Vinnuvika flestra opinberra starfsmanna styttist um einn dag s.l. haust þegar hætt var að vinna á laugardögum og telja sumir að það muni gerast í skólunum líka.

Ætlast er til að öll börn sæki skóla en foreldrar þurfa að greiða fyrir skólagönguna og ekki hafa allir efni á því. Í ríkisskólum er gjaldið 30-50 þúsund dong (1000 dong eru 5 krónur íslenskar) á mánuði auk þess sem greiða þarf um 3-5 þúsund dong á dag fyrir hádegismat. Einnig þurfa foreldrar að borga tiltekna upphæð í upphafi skólaárs til endurnýjunar á búnaði og tækjum. Sú upphæð getur verið um 100-200 þúsund dong. Algeng mánaðarlaun verkafólks eru á bilinu 300 -500 þúsund dong. Hér er því um töluverða upphæð að ræða. Viðmælandi minn telur þó að flest öll börn í borgum og stærri þorpum gangi í skóla í a.m.k. 9 ár og hér í Hanoi séu flestir 12 ár í skóla og aukinn fjöldi sækir í framhaldsnám. Læsistölur eru háar – talið er að um 95% landsmanna séu læsir.

Með kveðju frá Hanoi
Guðný Helga.

Á næstu síðu eru nokkur dæmi úr námsefni 9 ára nemenda í Víetnam.

Í einni körfu eru 6 kg af hrísgrjónum en í hinni er 8 kílóum meira. Þú átt að bæta jafn miklu af hrísgrjónum í hvora körfu fyrir sig þannig að þyngd annarrar körfunnar verði tvöföld þyngd hinnar. Hvað bætirðu miklu í körfurnar?

Faðir er 40 ára og sonur 10 ára. Ef deilt er í aldur föðurins með 8 fæst ákveðin tala. Með hvaða tölu þarf að deila í aldur sonarins til að fá út sömu tölu?

Það er sami aldursmunur á mér og föður mínum og á mér og syni mínum. Samanlagður aldur minn og föður míns er 100 ár en samanlagður aldur föður míns og sonar míns er 70 ár. Hvað er faðir minn mörgum árum eldri en ég?

Sölukona seldi 35 lítra af olíu einn daginn. Næsta dag seldi hún 15 lítrum minna. Þar næsta dag seldi hún tvöfalt meira en fyrsta daginn. Hvað seldi hún marga lítra þessa þrjá daga.

Lan á 7 liti græna, rauða og gula. Þú veist að grænu litirnir eru færri en þeir rauðu en þeir eru fleiri en þeir gulu. Hvað á hún marga liti í hverjum lit?

Þú ert með þriggja stafa tölu með tölustöfunum 4, 5, og 9 og tveggja stafa tölu með tölustöfunum 4 og 9. Mismunur talnanna tveggja er 896. Hvaða tvær tölur eru þetta?

Talnadæmi eru mörg hver samsett.
Hér eru nokkur dæmi:
87 : 29 – 26 =
(872 – 758) * (90 :18) =
189 + 211 * 3

Nokkrar góðar jöfnur fyrir 9 ára.
Finndu x
x * 3 : x + 56 : x = 10
x : 4 + 99 = 100
100 + x : 25 = 27 *4
100 – x : 123 = 23 *4

Úr námsefni frá Víetnam

Dagur stærðfræðinnar
27. september 2000

Á heimsráðstefnu Alþjóðasambands stærðfræðinga árið 1992 voru samþykktar tillögur um að árið 2000 yrði alþjóðlegt stærðfræðiár.
Af því tilefni hefur stjórn Flatar ákveðið að standa fyrir degi stærðfræðinnar í skólum landsins. Við teljum að á þessum degi geti nemendur fengið aðra sýn á eðli stærðfræðinnar með ögrandi verkefnum sem nemendur skólanna vinni saman að. Hægt er að vinna verkefnin sem fróðleiksefni er gefi innsýn í vettvang stærðfræðinnar án þess að tengja það við daglegar æfingar eða verkefni nemenda. Verkefnin geta tengst daglegu lífi, rannsóknum á nánasta umhverfi eða samþættingu við aðrar námsgreinar.

Dagur stærðfræðinnar verður 27. september n.k.
Markmið með degi stærðfræðinnar er tvíþætt,

- að vekja nemendur og sem flesta aðra til umhugsunar um stærðfræði og hlutverk hennar í samfélaginu
- að nemendur komi auga á möguleika stærðfræðinnar og sjái hana í víðara samhengi. Við teljum nauðsynlegt að hafa eitt þema og að það verði rúmfræði. Hún varð fyrir valinu því að við teljum að áhersla á rúmfræði hafi ekki verið mikil í stærðfræðikennslu, en mikilvægi hennar er stöðugt að aukast í nútímaþjóðfélagi. Því þurfa nemendur að öðlast víðari sýn á rúmfræði. Einnig er heppilegt að vinna rúmfræði sem þemaverkefni. Hún er mjög sýnileg og gefur tilefni til umræðna og dýpkunar.

Starfandi er undirbúningshópur. Hann skipa: Birna H. Bjarnardóttir, Guðbjörg Pálsdóttir, Guðrún Angantýsdóttir, Matthildur G. Guðmundsdóttir, Meyvant Þórólfsson, Sigrún Ingimarsdóttir og Þór Jóhannsson. Hópurinn vinnur að gerð hugmyndabæklings, sem sendur verður til allra skóla í landinu. Í bæklingnum koma fram nokkrar hugmyndir um verkefnavinnu þennan dag. Hugmyndirnar verða stigskiptar, þ. e. fyrir yngsta stig, miðstig og unglingastig. Verkefnin verða mistímafrek. Þeir sem áhuga hafa á að vinna stór þemaverkefni finna þar eitthvað við sitt hæfi jafnt og þeir sem áhuga hafa á að vinna verkefni sem krefjast minni vinnu.

Við teljum nauðsynlegt að vandað verði til kynningar á þessum degi. Nánari fréttir af degi stærðfræðinnar verða birtar síðar.

Fyrir hönd nefndarinnar, Guðrún Angantýsdóttir.

FLATAR mál

2. tbl. 8. árg