

FELTARNA

2015

TÍMARIT SAMTAKA
STÆRÐFRÆÐIKENNARA
I. TBL., 22. ÁRG.



Flatarmál 1. tbl., 22. árg. 2015
rit Flatar, samtaka stærðfræðikennara
© 2015 Flatarmál

Útgefandi

Flötur, samtök stærðfræðikennara
Laufásvegi 81, 101 Reykjavík

Stjórn Flatar

Ingólfur Gíslason *formaður*
Kvennaskólanum í Reykjavík
Laufey Einarsdóttir *gjaldkeri*
Kelduskóla
Kristján Einarsson *vefumsjón*
Framhaldsskólanum í Mosfellsbæ
Rannveig A. Guðmundsdóttir *meðstjórnandi*
Árbæjarskóla
Valgarð Mór Jakobsson *meðstjórnandi*
Framhaldsskólanum í Mosfellsbæ

Ritnefnd Flatarmála

Birna Hugrún Bjarnadóttir
Vatnsendaskóla
Guðbjörg Pálsdóttir
Menntavísindasviði HÍ
Hafðís Einarsdóttir
Árskóla

Prófarkalestur

Kristín Einarsdóttir
Kristín Bjarnadóttir
Birna Hugrún Bjarnadóttir

Umbrot og myndvinnsla

Kristinn Pétursson, Mínerva miðlun

Prentun

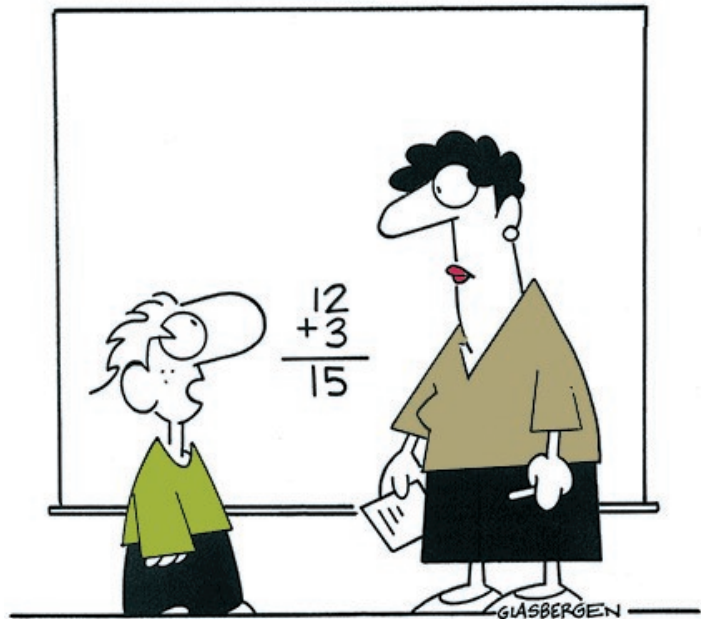
Prentsmiðjan Oddi ehf.

Veffang / netfang

flotur.net / flotur@ismennt.is
facebook.com/Flotur

Til höfundu greina í Flatarmálum

Skil á greinum fyrir næsta blað má senda sem tölvupóst til stjórnar Flatar á flotur@ismennt.is. Hverri grein skulu fylgja upplýsingar um nafn höfundar, starfsheiti og stofnun sem hann vinnur hjá. Höfundur er beðinn um að koma með tillögur að aðalfyrirsögn, millifyrirsögnum og myndatextum. Ljósmyndir, teikningar og myndrit skulu ekki sett inn í texta greinar, heldur vistuð sem stakar skrár. Númer eða nafn myndar komi fram í texta. Ritstjórn Flatarmála tekur endanlega ákvörðun um birtingu greina. Grein er skrifuð á ábyrgð höfundar. Ekki er greitt fyrir greinaskrif í blaðið.



„Ég stefni að frama í pólitík þegar ég verð stór. Hvenær lærum við svona skapandi og frjáltslega stærðfræði?“

Á gætu lesendur, í þetta sinn lítur Flatarmál dagsins ljós í lok skólaársins og vona ég að þið getið tekið það með ykkur út í sumarið og lesið það í rólegheitum á sólríkum degi. Í lok sumars vænti ég að þið komið til starfa með ferskar hugmyndir og góð fyrirheit um frábæra stærðfræðikennslu á næsta skólaári.

Nú hefur Þórgunnur Óttarsdóttir látið af störfum sem ritstjóri Flatarmála. Hún vann að þessu verkefni af dugnaði og alúð og kunnum við henni bestu þakkir fyrir frábært starf á þessum vettvangi. Ég var beðin um að taka við starfi hennar og er ég nú að feta mín fyrstu spor í þessu nýja hlutverki.

Í þessu tölublaði Flatarmála er fjallað um stærðfræði frá mörgum hliðum eins og endranær. Söguhorn Kristínar Bjarnadóttur er á sínum stað og að þessu sinni fjallar hún um neikvæðar tölur. Kennarar voru fengnir til að segja frá snjallforriti sem þeir telja að henti vel til stærðfræðikennslu



Nemendur rannsaka mynstur, speglun og rúmmál.

og stendur til að endurtaka slíka umfjöllun í næsta blaði. Sagt er frá lokaverkefni til meistaraþrófs þar sem skoðuð var notkun hugmyndakorta til að skapa umræður í stærðfræðinámi. Ein greinin fjallar um mikilvægi sköpunar í stærðfræði og hvað sköpun getur haft mörg birtingarform í stærðfræðinámi. Prófessor Jo Boaler er mörgum stærðfræðikennurum að góðu kunn og í blaðinu má finna skilaboð hennar til stærðfræðikennara um jákvæð viðmið í stærðfræðikennslu. Einnig er fjallað um metnaðarfulla ráðstefnu sem kennaraþing Verkfræði- og náttúruvísindasviðs Háskóla Íslands bauð til. Þar var fjallað um mikilvægi stærðfræðinnar og nauðsyn þess að skapa tengsl

og efla samræður milli framhaldskóla og háskóla. Ein grein fjallar um átak Háskóla Íslands í að efla menntun stærðfræðikennara. Auk þess er sagt frá erlendum ráðstefnum. Til dæmis er sagt frá alþjóðlegri ráðstefnu um stærðfræðimenntun sem verður haldin í Þýskalandi í júlí 2016 og mun Flötur standa fyrir hópferð á hana.

Að ofantöldu má sjá að allir stærðfræðikennarar ættu að finna eitthvað við sitt hæfi í þessu blaði. Hafið það gott í sumarfríinu og njótið lestrarins.

*Birna Hugrún,
ritstjóri Flatarmála*

JÁKVÆÐ VIÐMIÐ Í STÆRÐ- FRÆÐI- KENNSLU

eftir

ÞÓRU ÞÓRÐARDÓTTUR

kennara í stærðfræði

við Menntaskólann í Kópavogi

JO BOALER STÆRÐFRÆÐIPRÓFESSOR VIÐ STANFORD UNIVERSITY ER MÖRGUM ÍSLENSKUM STÆRÐFRÆÐIKENNUM KUNN. HÚN KOM HINGAÐ Á VEGUM FLATAR SAMTAKA STÆRÐFRÆÐIKENNARA OG VAR MEÐ ERINDI Á NÁMSTEFNU FLATAR Á SELFOSI HAUSTIÐ 2007. EINNIG HAFI BÆKUR OG GREINAR EFTIR HANA VERIÐ LESEFNI Á STÆRÐFRÆÐISVIÐI MENNTAVÍSINDASVIÐS HÁSKÓLA ÍSLANDS UM NÖKKURT SKEIÐ. JO BOALER HELDUR ÚTI VEFSIÐU SEM ER ÆTLAÐ AÐ STYÐJA NEMENDUR, KENNARA OG FORELDRA VIÐ AÐ BREYTA VIÐHORFUM SÍNUM TIL STÆRÐFRÆÐINÁMS. HÚN HVETUR KENNARA TIL AÐ BJÓÐA UPP Á SANNGJARNT OG ÁRANGURSRÍKT NÁMSUMHVERFI ÞAR SEM NEMENDUR FÁI TÆKIFÆRI TIL AÐ VERA VIRKIR Í EIGIN NÁMI OG ÞRÓA MEÐ SÉR ÞEKKINGU Á STÆRÐFRÆÐI.

Skilaboð til stærðfræðikennara frá Jo Boaler

1 Allir geta lært stærðfræði
Við viljum hvetja nemendur til að trú á sjálfa sig. Fyrst þurfum við að sannfæra þá um að allir séu fæddir með hæfileikann til að læra stærðfræði og þeir geti lært eins mikla stærðfræði og þeir kæra sig um. Við getum sagt þeim frá nýjustu rannsóknum sem

sýna að mannsheilinn hefur ótrúlega aðlögunarhæfni. Við þurfum að hvetja nemendur til að temja sér vaxtarmiðað hugarfar (growth mindset), þannig að þeir trú því að þeir geti lært hvað sem er og því meira sem þeir leggja á sig því meira geta þeir og skilja. Mikilvæg leið til að stuðla að vaxtarmiðuðu hugarfari er að hrósa nemendum fyrir það sem þeir hafa gert og lært en ekki hrósa persónunni. Það er betra að segja „það er frábært að þú hefur lært þetta“ í stað þess að segja „þú ert svo klár“.

2 Mistök eru mikilvæg

Segðu nemendum þínum að það sé gott að gera mistök og þau hafi mikið gildi því þegar við gerum mistök þá lærum við af þeim og heilinn í okkur þroskast. Þessi einföldu skilaboð geta skipt sköpum fyrir nemendur.

- Til að hvetja nemendur til að hugsa jákvætt um mistök má til dæmis biðja nemanda sem gert hefur mistök að segja frá þeim. Mistökin gætu varðað misskilning á hugtökum og þá er æskilegt að nemandi kynni þau þannig að allir geti lært af þeim. Ef einn nemandi gerir slík mistök er örugglega einhver annar sem gerir sömu mistök.
- Í stað þess að letja eða sýna samúð þegar nemandi gerir eitthvað „rangt“ skaltu segja; „nú er heilinn í þér að þroskast! Frábært“.

3 Spurningar eru mikilvægar

Segðu nemendum þínum að þú elskir spurningar um stærðfræði og að þær séu mjög mikilvægar. Rannsóknir sýna að það að spyrja spurninga tengist góðum námsárangri. Samt er það þannig að þegar liður á skólagönguna fækkar spurningum nemenda stöðugt vegna hræðslu um að vera taldir vitlausir eða heimskir. Þú þarft ekki að geta svarað öllum spurningum nemenda. Stundum er gott að segja að þú vitir ekki svarið, en þið skulum finna það út í sameiningu eða spyrja aðra nemendur hvort þeir vilji svara spurningunni.

- Þegar nemendur spyrja góðra spurninga skaltu sýna mikilvægi þeirra með því að skrifa þær upp á veggspjald og láta það hanga uppi í stofunni. Veldu spurningar frá sem flestum nemendum.
- Segðu nemendum að þeir hafi tvær megin skyldur í kennslustofunni. Önnur er að spyrja alltaf ef þeir hafa spurningu og hin er að svara alltaf ef bekkjarfélagi spyr þá.

- Hvettu nemendur til að spyrja sem flestra spurninga. Til dæmis: Hvers vegna virkar þetta? Hvers vegna er þetta skiljanlegt? Get ég teiknað þetta? Hvernig tengist þetta öðrum aðferðum?
- Hvettu nemendur til að búa til sínar eigin stærðfræðispurningar í stað þess að þú bíur til spurningar fyrir þá. Gefðu þeim verðug stærðfræðiverkefni og sjáðu hvaða spurningar vakna hjá þeim.

4 Stærðfræði fjallar um sköpun og skilning

Lykilinn að því að læra stærðfræði er að skilja hana og sjá tilgang með henni. Margir nemendur trúa því að stærðfræði sé bara formúlur sem þarf að muna. Þeir sem telja það ná yfirleitt lélegum árangri. Stærðfræði er í eðli sínu skapandi viðfangsefni og snýst um að sjá fyrir sér mynstur og finna leiðir að lausnum sem aðrir geta skilið, rætt um og gagnrýnt.

Aðferðir sem hvetja til skilnings og sköpunar í stærðfræði:

- Fáid nemendur alltaf til að útskýra lausnarferlið sitt hvort sem svar þeirra er rétt eða rangt.
- Fáid nemendur til að gera stærðfræðina sýnilega. Þeir gætu til dæmis teiknað lausnir sínar og lýst því hvernig þeir sjá stærðfræðina fyrir sér.
- Reynið að setja stærðfræðina myndrænt fram. Alla stærðfræði er hægt að setja fram á myndrænan hátt og það hjálpar flestum nemendum að skilja hana.
- Talið þannig um stærðfræði að ólíkar aðferðir og skilningur séu dregin fram.
- Þegar nemendur hafa lokið við að svara spurningum skulið þið biðja þá að finna nýjar og erfiðari spurningar sem hægt væri að leggja fyrir aðra nemendur.

5 Stærðfræði snýst um samhengi og samræður

Stærðfræði byggir á samskiptum og sumir tala um stærðfræði sem tungumál. Til að draga fram samhengi í stærðfræði skulið þið hvetja nemendur til að setja stærðfræðilausnir sínar fram með mismunandi hætti, til dæmis með orðum, myndum, línuritum og jöfnum. Síðan skulið þið hvetja þá til að sýna fram á tengslin milli lausnaleyðanna og þá getur verið gott fyrir þá að nota liti til að draga fram áherslur.

6 Djúpur skilningur er mikilvægari en hraði
Margir halda að til að vera góður í stærðfræði verði maður að vera fljótur að reikna. Þetta er misskilningur og við verðum að losa stærðfræðina undan hraðakröfunni. Þegar við leggjum áherslu á að nemendur séu fljótir að vinna er það hvatning fyrir nemendur sem eru snöggir að reikna en það dregur úr þeim sem hugsa djúpt, sem er mjög mikilvægt í stærðfræði. Við þurfum ekki lengur nemendur sem reikna hratt því við höfum reiknivélar til þess. Við þurfum nemendur sem geta hugsað djúpt, sett hlutina í samhengi og rökstutt.

- Segðu nemendum að þér finnist mikilvægara að þeir gefi sér tíma til að hugsa djúpt fremur en að þeir hugsi hratt.
- Ekki láta nemandann sem er fljótastur að vinna stjórnna umræðunni.
- Þegar nemendur rétta upp hönd skaltu ekki alltaf láta þann sem er fljótastur að vinna svara.
- Til að sýna að þú metir dýpt, sköpunarhæfileika og fjölbreyttar aðferðir skaltu ekki nota hraðapróf og keppnir því það geta ýtt undir kvíða og hraðslu við stærðfræði.

7 Stærðfræðinám snýst um að læra en ekki bara að framkvæma

Margir nemendur telja að kennslustund í stærðfræði snúist um að svara spurningum rétt en ekki um að læra. Það er mikilvægt að þeir átti sig á því að til að læra stærðfræði þarf að skoða og rannsaka og að skilningur í stærðfræði vex smátt og smátt. Til að læra stærðfræði þarf þrautseigju og tíma. Stærðfræði er sú námsgrein sem nemendur taka flest próf í og það þarf að breytast. Rannsóknir sýna að próf styðja ekki við nemendur í námi. Þau ýta frekar undir þá tilfinningu nemenda að lærdómur snúist bara um afköst og svör. Hafðu námsmatið greinandi. Það tekur lengri tíma en má líka gera sjaldnar og er mun áhrifaríkara. Notaðu leiðsagnarmat þegar þú metur stærðfræðinám nemenda þinna. Ef þú þarft að gefa einkunnir er best að gefa þær fyrir atriði eins og; góðar spurningar og þælingar, þegar nemendur sýna hugmyndir sínar á mismunandi vegu, þegar þeir útskýra verkefni fyrir öðrum og sjá samhengi. Gefðu einkunnir fyrir góðan skilning á stærðfræði en ekki bara fyrir reiknikunnáttu og reikniaðferðir (Boaler, 2014).

Sjá: <http://youcubed.org/wp-content/uploads/Positive-Classroom-Norms2.pdf>

„Það hugsar enginn eins ...“

NOTKUN HUGMYNDAKORTA TIL AÐ SKAPA UMRÆÐUR Í STÆRÐFRÆÐINÁMI

eftir
NÖNNU Þ MÖLLER
grunnskólakennara

LOKAVERKEFNIÐ MITT TIL MEISTARAPRÓFS Í FAGGREINAKENNSLU Í GRUNNSKÓLA VIÐ MENNTAVÍSINDASVIÐ HÁSKÓLA ÍSLANDS FÓLST Í ÞVÍ AÐ GERA RANNSÓKN Á NOTKUN HUGMYNDAKORTA Í STÆRÐFRÆÐIKENNSLU. VERKEFNIÐ BER HEITIÐ „ÞAÐ HUGSAR ENGINN EINS...“: *NOTKUN HUGMYNDAKORTA TIL AÐ SKAPA UMRÆÐUR Í STÆRÐFRÆÐINÁMI*. MARKMIÐIÐ VAR AÐ RANNSAKA HVERNIG HUGMYNDAKORT GÆTU NÝST SEM GRUNDVÖLLUR FYRIR UMRÆÐUR Í STÆRÐFRÆÐINÁMI Í ÞVÍ SKYNI AÐ EFLA SKILNING NEMENDA Á VIÐFANGSEFNI STÆRÐFRÆÐINNAR.

Rannsóknin, sem var eigindleg vettvangsathugun, var framkvæmd á 25 nemendum í 6. bekk í grunnskóla á höfuðborgarsvæðinu. Þátttakendum var skipt upp í hópa og lögð voru fyrir fjögur hugmyndakort og samræður nemenda teknar upp. Við úrvinnslu gagna var þemagreiningu beitt og sjónum sérstaklega beint að því hvers konar umræður mynduðust. Greind voru sex þemu í samræðunum og eru þau: þátttaka nemenda, tenging við raunveruleikann, tenging við fyrri þekkingu, misskilningur, aðstoð frá samnemendum og rökstuðningur.

HVAÐ ERU HUGMYNDAKORT?

Hugmyndakort (e. concept cartoons), eins og ég hef kosið að kalla það, er nýlegt kennsluverkfæri sem hægt er að nota þegar unnið er með umræðu- og spurnaraðferðina. Þau voru hönnuð af Stuart Naylor og Brenda Keogh árið 1991 (Naylor og Keogh, 2014) og til að byrja með voru þau notuð í kennslu náttúruvísinda. Seinna meir útbjuggu þau einnig efni fyrir stærðfræði- og enskukennslu. Í beinni þýðingu mætti tala um hugtaka-teiknimyndir í stað hugmyndakorta. Ástæðan fyrir því að ég kys að nefna þetta hugmyndakort er að ég tel orðið teiknimynd ekki vera nægilega lýsandi fyrir það sem er til umfjöllunar. Þegar talað er um teiknimyndir ímyndar maður sér gjarnan hreyfimynd um Mikka mús eða Andrés önd. Myndirnar sem hér um ræðir eru ekki hreyfimyndir heldur teiknaðar myndir. Þær eru ekki myndar eða hnyttar, heldur gefa skýra mynd af skilningi nemenda á kunnuglegum aðstæðum.

Á myndunum er vandamál eða verkefni lagt fyrir nokkur börn sem hvert um sig leggur fram hugmynd að lausn verkefnisins og birtast þær í talblöðrum. Hugmyndirnar eru skrifaðar á einföldu máli til að auðvelda nemendum þátttökuna. Þær eru misjafnar og gætu einhverjar jafnvel verið rangar. Það er því verkefni

nemendanna að ræða saman í hópum um innihald hverrar talblöðru, taka afstöðu til hverrar hugmyndar og færa rök fyrir skoðunum sínum. Eitt barnið á myndinni leggur ekkert til málanna og er talblaðra þess því tóm. Það er gert til að gefa nemendum sjálfum tækifæri til að koma með sína lausn á viðfangsefninu og um leið svara spurningunni: „Hvað heldur ÞÚ?“ (Webb, 2013).

Höfundar hugmyndakortanna, Naylor og Keogh, ásamt John Dabell (2008) hafa útbúið forrit þar sem hægt er að nálgast tilbúin hugmyndakort fyrir náttúrufræði-, stærðfræði- og enskukennslu. Forritið sem ég notaði heitir „Concept cartoons in mathematics“ og er gefið út af Millgate House Education. Það kemur á geisladiski sem hægt að setja upp í tölvu og valdi ég þar hugmyndakort sem mér þótti vera við hæfi þessara nemenda. Allt efnið er á ensku en forritið gerir manni kleift að breyta öllum texta og því gat ég þýtt hann yfir á íslensku. Á myndunum fjórum sem greininni fylgja má sjá hvernig hugmyndakort geta litið út, en þetta voru þau verkefni sem ég valdi að leggja fyrir þátttakendur í rannsókninni.

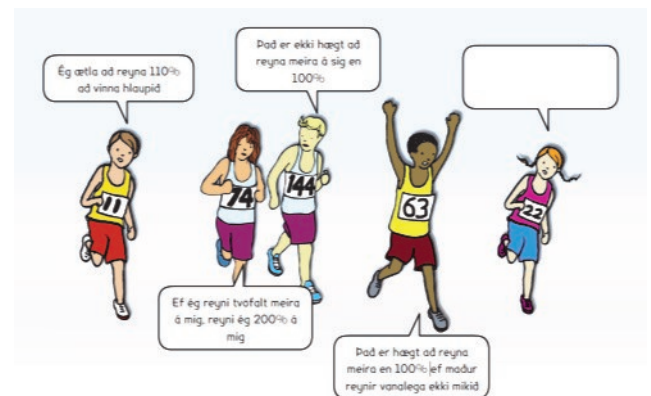
NÝTAST HUGMYNDAKORT SEM GRUNDVÖLLUR FYRIR UMRÆÐUR Í STÆRÐFRÆÐINÁMI?

Niðurstöður rannsóknarinnar sýndu að nemendur tóku samviskusamlega þátt í umræðum um hugmyndakortin. Fjórir nemendur voru í hverjum hópi og var það hæfilegur fjöldi að mínu mati. Ekki var sjáanlegt að einhverjir nemendur væru óvirkir vegna fjölda nemenda í hverjum hópi þótt þátttaka hvers nemanda hafi vissulega verið mismunandi.

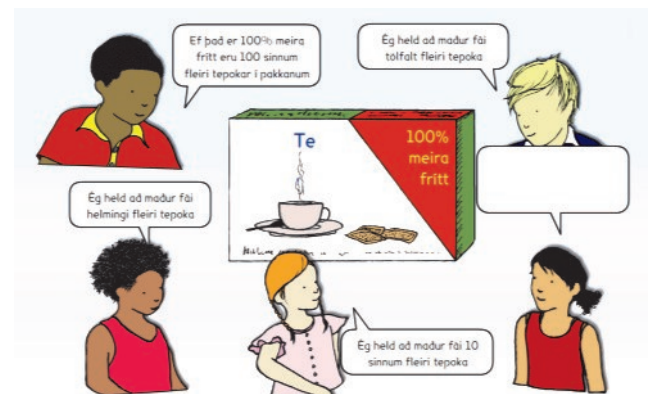
Nauðsynlegt er að gera greinarmun á virkni þátttakenda í umræðum um verkefni og svo virkni þeirra í kennslustundinni. Þar sem þátttaka nemenda var mæld út frá fjölda innslaga og ekki tekið mið af lengd hvers innslags er erfitt að segja til um hver hafi í raun verið virkastur í hverri umræðu. Fjöldi innslaga gefur vísbendingar um



MYND 1 Fyrsta verkefnið, „4.5 - Vatnsinnihald“.

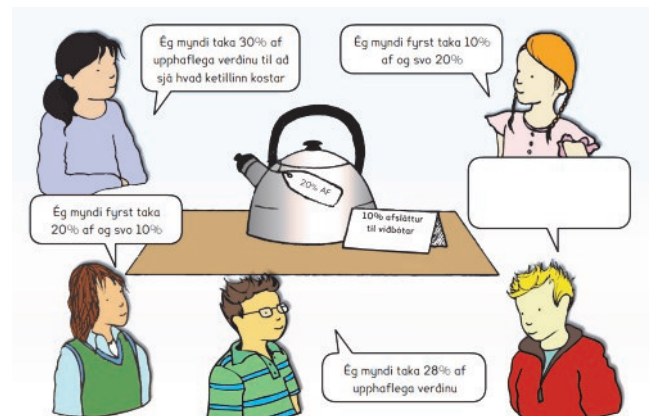


MYND 2 Annað verkefnið, „4.6 - Reyndu þitt besta“.



MYND 3 Þriðja verkefnið, „4.9 - Te-tími“.

MYND 4 Fjórða verkefnið, „4.11 - Sjóðum það“.



hvort nemendur hafi verið að hlusta og velta viðfangsefninu fyrir sér. Það er því ekki hægt að segja að þeir nemendur sem hafi verið óvirkir þátttakendur í umræðunum og þeir sem sögðu ekki mikið hafi verið óvirkir í kennslustundinni. Eins og Johnson og Norris (2006) segja þá þróa nemendur skilning sinn á viðfangsefninu með því að hlusta á aðra tala um það. Skilningur þeirra á viðfangsefninu gæti því hafa eflst til jafns við skilning þeirra sem taka meiri þátt í umræðunum. Hlutfallslega gæti skilningur þeirra jafnvel hafa eflst meira.

Mjög algengt var að nemendur leituðu eftir lausn á verkefninu, þó að það hafi í raun ekki verið markmið umræðnanna. Markmiðið var að fá nemendur til að velta fyrir sér ólíkum hugmyndum sem fram geta komið varðandi verkefnin. Þegar allir voru sammála um að einhver hugmynd væri „rétt svarið“ var umræðunum lokið og þar með verkefninu. Það tók þó alltaf tíma að komast að samkomulagi og hinar hugmyndirnar voru einnig ræddar til að útiloka þær sem rétta lausn.

Yfir heildina litið mynduðust mjög góðar umræður hjá hópunum þar sem margar hugmyndir litu dagsins ljós. Umræðurnar voru um viðfangsefni verkefnanna þótt nemendur hafi annað slagið skipt um umræðuefni. Þeir sneru þó alltaf aftur að verkefninu að lokum. Greinilegt er því að hugmyndakortin kveiktu á stærðfræðilegum umræðum hjá nemendunum. Því má áætla að hugmyndakort nýtist vel sem grundvöllur fyrir umræður í stærðfræðinámi.



Ég myndi taka 30% af upphaflega verðinu til að sjá hvað ketillinn kostar

ER GREINANLEGT AÐ SKILNINGUR NEMENDA EFLIST Í GEGNUM UMRÆÐURNAR?

Eftir rannsókn mína á notkun hugmyndakorta í stærðfræðikennslu er ég sannfærð um að umræðurnar sem myndast, geti eflt skilning nemenda á stærðfræðilegum viðfangsefnum. Niðurstöðurnar sýna að nemendur aðstoðuðu hverjir aðra við að ná skilningi í öllum verkefnum. Á upptökunum mátti nokkuð oft heyra nemanda segja: „Já nú skil ég.“ Það gefur til kynna að skilningur hafi eflst. Tjáskipti milli jafningja eins og í þessari rannsókn virðast vera góð leið til að koma af stað árangursríku námi. Ég tel nauðsynlegt að hóparnir séu samsettir á mismunandi vegu, það er, að hafa stundum hópa með eingöngu sterkum einstaklingum, stundum með einstaklingum með mismunandi getu og stundum þá veikari saman. Reynsla mín af þessu verkefni sýnir að þegar nemandi sem hefur ekki mikla trú á eigin getu í stærðfræði lendir með sterkum einstaklingum þá þori hann ekki að leggja eins mikið til málanna. Ég tel hann hins vegar taka á móti þekkingu og læra heilmikið. Ef hann lendir svo í hópi með jafningjum eða jafnvel enn slakari námsmönnum eflist hann og leggur meira á sig við lausn verkefnisins. Þá er eins og sjálfstraust hans eflist og hann öðlist meiri trú á eigin getu.

Heimildir

- Dabell, J., Keogh, B. og Naylor, S. (2008). Concept cartoons in mathematics. Sandbach: Millgate House Education.
- Johnson, A. og Norris, K. (2006). Teaching today's mathematics in the middle grades. Boston: Pearson/Allyn and Bacon.
- Naylor, S. og Keogh, B. (2014). Concept cartoons. Sótt 2. apríl 2014 af <http://conceptcartoons.com>
- Webb, L. (2013). Developing teacher ownership in mathematics classes: could cartoons make an impact? African Journal of Mathematics, science and Technology education (óbirt).

DragonBox Algebra

SNJALLFORRIT

Spjaldtölvum fer ört fjölgandi í grunn-skólum landsins. Þær eru einnig til á heimilum margra nemenda og því hluti af daglegu lífi þeirra. Framboð af smáforritum og leikjum fyrir spjaldtölvur er afar fjölbreytt og erfitt að velja hvaða forrit henta til kennslu. Í þessum pistli ætlum við að kynna eitt smáforrit sem er ætlað til stærðfræðikennslu.

Þegar stærðfræðikennarinn Jean-Baptiste Huynh varð þess var að margir nemendur hans áttu í erfiðleikum með að skilja algebru ákvað hann að stofna hugbúnaðarfyritækið WeWantToKnow með vini sínum Patrick Marchal. Fyrsta snjallforritið sem þeir gáfu út heitir **DragonBox Algebra 5+** og er því ætlað að kenna nemendum algebru í gegnum leik. Síðan gáfu þeir út DragonBox Algebra 12+ sem er ernismeira forrit og ætlað eldri nemendum.

Við fengum tvo kennara sem hafa kynnt sér snjallforritið DragonBox Algebra 5+ til að skrifa umsagnir um það fyrir Flatarmál.

Ragnheiður Jóna L. Aðalsteinsdóttir,
umsjónarkennari í 2. bekk í Vatnsendaskóla:

Leikurinn DragonBox Algebra 5+ kynnir grundvallarreglur í algebru fyrir börnum með því að láta þau draga lítil spjöld inn í tvo reiti á skjánum. Markmið leiksins er að einangra glitrandir kassa, sem koma í staðinn fyrir x . Þannig eru reglur í algebru kynntar fyrir leikmanni sem reglur í leikjum en ekki stærðfræðireglur. Það er ekki fyrr en líður á leikinn sem tölur, stafir og stærðfræðitákn birtast í stað mynda stig af stigi. Þegar borð klárast stækka drekar (mismunandi drekar eftir borðum) og leikmenn fá verðlaun með stjörnum fyrir að leysa jöfnur. Leikmaður þarf að leysa borð 1 til að komast í borð 2 og svo framvegis. Leikurinn er skemmtilegur og grafíkin fin.

Hákon Sverrisson,
kennir stærðfræði í 8.-10. bekk í Vatnsendaskóla:

Í vetur hef ég verið að prófa nokkra leiki eða snjallforrit (öpp) í spjaldtölvunni sem ég hef aðgang að í skólanum. Leikurinn DragonBox Algebra 5+ er sá leikur sem vakið hefur athygli mína og hef ég prófað hann með mörgum nemendum á

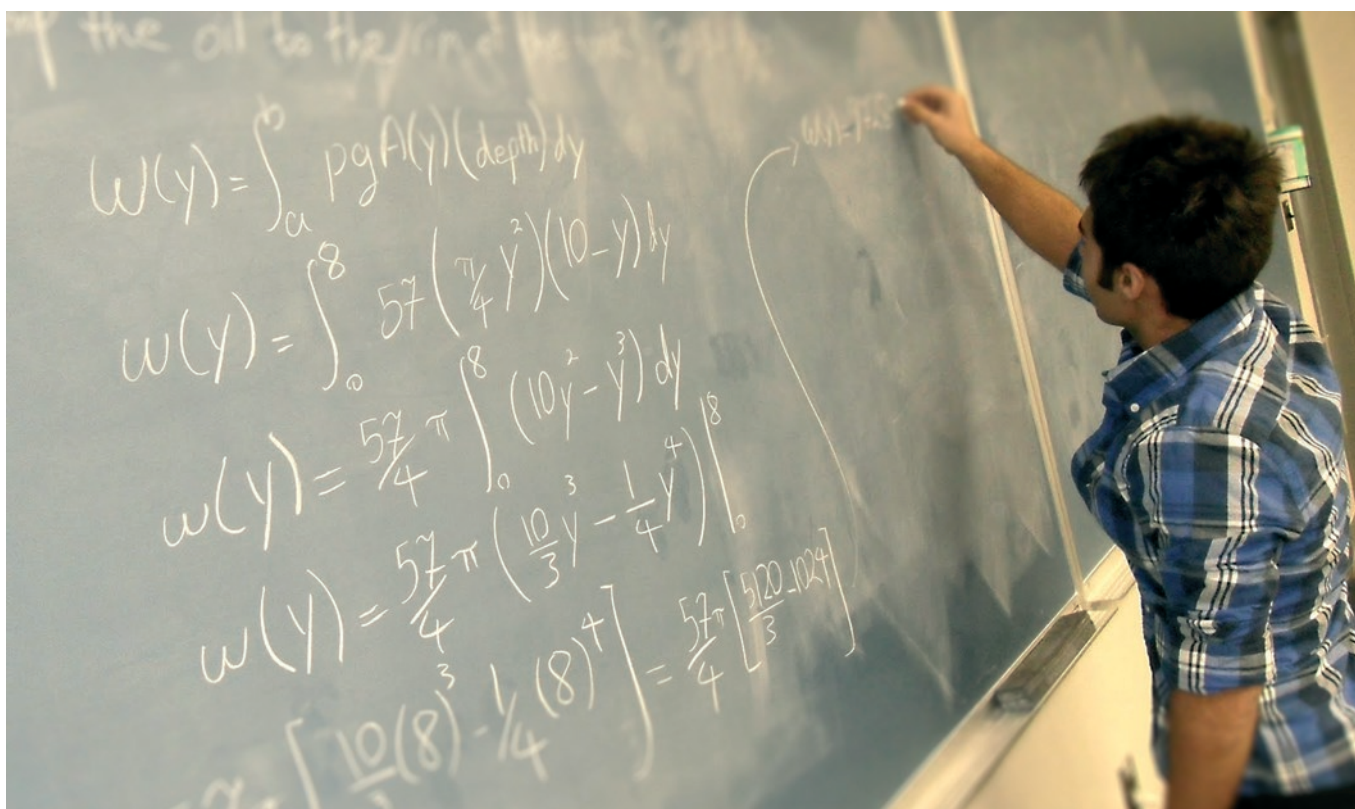


unglingastigi ásamt nokkrum nemendum á yngsta- og miðstigi. Leikurinn gengur út á að kenna jöfnulausnir og þau skref sem þarf að framkvæma til að leysa þær. Viðmótið er litríkt og byggir á mörgum mismunandi spjöldum sem hafa margvíslega merkingu. Markmiðið er að einangra kassann sem síðar í leiknum breytist í x . Skjárinn skiptist í tvennt og efst uppi er hægt að sjá skrefin sem þarf að klára til þess að fá rétta útkomu.

Krakkarnir á mið- og yngsta stigi nefndu að þeir væru að vinna með spjöld, andstæður, samstæður og dýr. Einn sagði: „Sniðugt þegar spjöldin verða samstæð þá myndast grænn hvirfilbylur og maður ytir á hann til að láta hann hverfa.“ Í raun voru krakkarnir að vinna með reikniðgerðirnar fjórar og þegar spjöldin hurfu þá unnu þau með samlagningarhlutleysuna án þess að velja því fyrir sér.

Leikurinn er byggður upp á því að vinna 20 verkefni á hverju borði og þú getur klárað 4 borð (plánetur). Krakkar í 8. bekk náðu að klára leikinn á rúmum klukkutíma en yngri krakkarnir voru mislengi í leiknum. Einn kostur við leikinn er að verkefnin verða stöðugt meira krefjandi og krakkarnir eru mislengi að klára sig í gegnum verkefnin. En uppbyggingin er það skýr og skilaboðin það einföld að krakkar frá 8 ára aldri ættu vel að geta klárað sig áfram. Snjallforritið er til fyrir Ipad og spjaldtölvur með Android stýrikerfi. Verð er 700-1000 kr.

MIKILVÆGI STÆRÐFRÆÐINNAR



eftir

SIGDÍSI ÁGÚSTSDÓTTUR

verkefnisstjóra kennsluþróunar hjá Verkfræði- og náttúruvísindasviði Háskóla Íslands

EFTIR ÚTKOMU SKÝRSLU UM STÆRÐFRÆÐIKENNSLU Í FRAMHALDSSKÓLUM SEM UNNIN VAR FYRIR MENNTA- OG MENNINGARMÁLARÁÐUNEYTIÐ VILDI VERKFRÆÐI- OG NÁTTÚRUVÍSINDASVIÐ HÁSKÓLA ÍSLANDS LEGGJA SITT AF MÖRKUM TIL AÐ VEKJA ATHYGLI Á ÞEIM ATHUGUNUM SEM KOMU FRAM Í SKÝRSLUNNI. Á KENNSLUÞINGI SVIÐSINS SEM HALDIÐ VAR 7. NÓVEMBER 2014 VAR ÁKVEÐIÐ AÐ EINBLÍNA Á STÆRÐFRÆÐINA OG VAR YFIRSKRIFT ÞINGSINS: MIKILVÆGI STÆRÐFRÆÐINNAR. MARKMIÐ MEÐ ÞINGINU VAR AÐ SKAPA TENGLS OG EFLA SAMRÆÐUR MILLI SKÓLASTIGA.

Á þingið voru boðaðir stjórnendur framhaldsskólanna ásamt náms- og starfsráðgjöfum úr framhaldsskólum, fagstjórum í stærðfræði og öðrum er tengdust mála-flokknum. Ríflega hundrað manns mættu á þingið og mikil ánægja var með framtakið. Á þinginu kynnti Rögnvaldur Möller, prófessor í stærðfræði, niðurstöður skýrslu um stærðfræðikennslu í framhaldsskólum. Anna Helga Jónsdóttir, doktorsnemi í tölfræði, greindi frá niðurstöðum úr stöðuprófi í stærðfræði sem haldið hefur verið síðan 2008 fyrir þá nýnema við Verkfræði- og náttúruvísindasvið sem taka námskeið í stærðfræði á fyrsta misseri. Í niðurstöðum könnunarinnar má sjá hvernig undirbúningur nemenda er mismunandi milli skóla og að brýn nauðsyn er á að efla þekkingu og færni nemenda í stærðfræði.

Sigdís Ágústsdóttir verkefnisstjóri kennsluþróunar við sviðið greindi frá nýjungum í kennslu sem þróaðar

hafa verið á sviðinu eins og æfingakerfi í stærðfræði sem heitir Tutor-web og er þróað af Gunnari Stefáns-syni prófessor í tölfraði. Einnig var greint frá öðrum aðferðum sem kennarar hafa nýtt til þess að bregðast við fjölbreyttari nemendahópi, auka virkni nemenda í tímum og hraða endurgjöf á verkefni til nemenda. Að lokum fóru fimm nemendur við sviðið yfir sína reynslu af háskólanámi og þann undirbúning sem þeir fengu í framhaldsskóla. Nemendurnir töluðu meðal annars um hve mikil áhrif góður undirbúningur í framhaldsskóla hefur að segja um framvindu nemenda í háskóla og þá reynslu að gildi eininga er mjög mismunandi milli framhaldsskóla. Einnig var bent á mikilvægi þess að leiðbeina nemendum og hvetja þá til að taka fleiri námskeið í þeim grunnfögum þar sem styrkur þeirra liggur.

Eftir framsöguerindi völdu þátttakendur sér umræðuhóp. Umræðuhóparnir fengu mismunandi spurningar til þess að ræða en meðal þeirra voru eftirfarandi:

- Hvernig má vekja áhuga framhaldsskólanema á stærðfræði?
- Hvaða áhrif hefur stytting náms til stúdents-prófs á stærðfræðikunnáttu?
- Geta breyttir kennsluhættir í stærðfræði minnkað brottfall nemenda?
- Hvernig er hægt að brautskrá fleiri með BS próf í stærðfræði og laða fleiri stærðfræðimenntaða kennara til starfa í framhaldsskólum?

Umræðurnar voru líflegar og fjölmargar gagnlegar tillögur komu frá þátttakendum. Meðal annars var rætt um mikilvægi þess að tengja stærðfræðikennslu við raunveruleikann, meiri fræðslu til framhaldsskólanemenda um nauðsynlegan undirbúning fyrir háskólanám, fjölbreytta kennsluhætti sem gætu höfðað til breiðari hóps nemenda út frá bakgrunni og mikilvægi endurmenntunar fyrir kennara. Í lok þingsins var tilkynnt um val á framúrskarandi framhaldsskólakennara en Verkfræði- og náttúruvísindasvið hefur undanfarin tvö ár tilnefnt framúrskarandi framhaldsskólakennara eftir könnun meðal nemenda í BS námi við sviðið. Markmiðið er að koma á fót tengslaneti milli sviðsins og framhaldsskólakennara ásamt því að draga fram mikilvægi góðrar kennslu í raunvísindum og náttúruvísindum á framhaldsskólastigi. Tilnefningu sem framúrskarandi framhaldsskólakennari árið 2014 hlaut Vilhelm Sigfús Sigmundsson raungreinakennari við Verzlunarskóla Íslands.

Verkfræði- og náttúruvísindasvið hefur undanfarin ár haft að markmiði að efla þekkingu og færni nýnema sviðsins á stærðfræði. Þar má nefna samstarf Endurmenntunar Háskóla Íslands og Raunvísindadeildar sem undanfarin ár hafa boðið upp á undirbúningsnámskeið í stærðfræði fyrir nýnema sviðsins. Nýnemum gefst þar tækifæri til að rifja upp og/eða kynna sér það námsefni í stærðfræði sem kennt hefur verið á náttúrufræði- eða eðlisfræðibrautum framhaldsskólanna. Nemendur á þriðja ári í stærðfræði og eðlisfræði hafa einnig boðið upp á undirbúningsnámskeið í stærðfræði þar sem nýnemum gefst kostur á að rifja upp námsefnið eftir skóla á fyrstu vikum misseris. Þessi námskeið gefa nýnemum tækifæri til að efla kunnáttu sína þar sem stærðfræðin er lykilatriði í undirbúningi fyrir nám á Verkfræði- og náttúruvísindasviði.

Í framhaldi af skýrslu Mennta- og menningarmálaráðuneytisins um stærðfræðikennslu í framhaldsskólum var starfshópi á vegum rektors Háskóla Íslands falið að koma með tillögur um bætt menntun stærðfræðikennara og hvernig mætti fjölga þeim sem læra stærðfræði. Raunvísindadeild HÍ mun haustið 2015 bjóða upp á BS-próf í hagnýttri stærðfræði og BS-próf í stærðfræði og stærðfræðimenntun, sem verður haldið í samstarfi við Menntavísindasvið HÍ. Með þessum nýju námsleiðum er vonast til þess að fjölgun verði á brautskráðum stærðfræðingum og í framhaldi að aukning verði á fagmenntuðum framhaldsskólakennurum í stærðfræði. Einnig mun Menntavísindasvið, í samvinnu við Verkfræði- og náttúruvísindasvið, bjóða upp á diplómanám fyrir starfandi framhaldsskólakennara í stærðfræði.

Af rannsóknum má ráða að viðhorf til stærðfræði sé stór áhrifaþáttur þegar nemendur velja sér háskólanám. Eins og kom fram í erindi Önnu Helgu Jónsdóttur á kennsluþinginu þá ræður undirbúningurinn í stærðfræði úr framhaldsskóla miklu um árangur nemenda í námi við Verkfræði- og náttúruvísindasvið. Það er því sviðinu sérstakt keppikefli að efla samstarf við framhaldsskólana og að styðja við stærðfræðikennslu með ráðum og dáð.

Neikvæðar tölur

SÖGUHORNID

eftir
KRISTÍNU BJARNADÓTTUR
prófessor emeríta
við Menntavísindasvið HÍ

STUNDUM VERÐUR FULLORÐIÐ FÓLK SVO SAMGRÓIÐ KUNNÁTTU SINNI AÐ ÞVÍ YFIRSÉST HVAÐ GETUR VALDIÐ UNGLINGUM MISSKILNINGI OG HUGARANGRI ÞEGAR ÞEIR ERU AÐ KYNNAST VANDASÖMUM HUGTÖKUM Í FYRSTA SINN. DÆMI UM SLÍKT EFNI ERU NEIKVÆÐAR TÖLUR OG TENGL ÞEIRRA VIÐ FRÁDRÁTT. SAGA HUGTAKA GETUR VARPAÐ LJÓSI Á ERFIÐLEIKANA VIÐ AÐ TILEINKA SÉR ÞAU. ÞAÐ SEM VAFÐIST JAFNVEL FYRIR LÆRÐUSTU MÖNNUM ÁÐUR FYRR GETUR VERIÐ AF SAMA TOGA OG ÞAÐ SEM ENN VEFST FYRIR BÖRNUM OG UNGLINGUM.

Neikvæðar tölur voru framan af gjarnan túlkaðar sem skuld, gagnstætt eignum, tap gagnstætt ávinningi, eða til dæmis dýpt gagnstætt hæð. Á tímum Hanættarinnar í Kína, 200 f.Kr. – 200 e.Kr. voru notaðir rauðir og svartir talningakubbar til að tákna neikvæðar og jákvæðar stærðir. Kínverjar túlkuðu neikvæðar tölur alltaf út frá áþreifanlegum hlutum. Þeir litu á neikvæðu kubbana sem stærðir sem ætti að draga frá

eða sem ógreiddar upphæðir. Þeir gerðu þannig ekki greinarmun á tveimur ólíkum hlutverkum mínus-táknsins, annars vegar frádráttarmerki, en hins vegar formerki til að tákna neikvæða tölu. Þegar átti til dæmis að draga 4 frá 2 voru 4 svartir kubbar og 2 rauðir lagðir á borð, tveir kubbar í hvorum lit teknir frá og eftir stóðu 2 svartir kubbar. Þetta er nú táknað með $2 - 4 = -2$, þar sem fyrri mínusmerkið er frádráttarmerki en hið síðara formerki.

Talnahugtakið á Vesturlöndum grundvallaðist á rúmfræðilegum skilningi. Tölur voru notaðar til að mæla rýmið og neikvæð lengd var merkingarlaus. Lína með lengdina 0 var engin lína svo að núll hafði þá merkninguna „ekkert“. Evrópskir stærðfræðingar gerðu margar atrennur að því á 16., 17. og 18. öld að losa talnahugtakið frá magnhugtakinu en aðgerðir á tölum voru í raun hugsaðar sem tilfærslur á áþreifanlegum stærðum.

Þróun skilnings á neikvæðum tölum sem stærðfræðilegs hugtaks tók kipp með tilkomu algebru. Algebra varð til í indverskri stærðfræði á tímum Brahmagupta (598–670). Hann er talinn hafa verið fyrstur til að setja fram reglur um að reikna með núlli sem tölu og hann ræddi einnig um neikvæðar tölur sem lausnir á annars

stigs jöfnum. Það var þó ekki fyrr en á 16. öld að algebra tók að koma fram í Evrópu og vekja spurningar þar um tilvist neikvæðra talna. Neikvæðar tölur komu fyrst til umræðu að marki í evrópskum kennslubókum í reikningi á 18. öld. Hér er stutt yfirlit um þróun skilnings á neikvæðum tölum:

16. öld: Neikvæðar tölur voru ekki viðurkenndar, t.d. hjá franska stærðfræðingnum Francois Viète (1540–1603).

17. öld: Neikvæðar tölur viðurkenndar sem lausnir á jöfnum, t.d. hjá franska stærðfræðingnum og heimspekingnum René Descartes (1596–1650) en hann nefndi slíkar lausnir þó falskar rætur.

Lok 17. aldar og upphaf 18. aldar: Neikvæðar tölur voru notaðar með fyrirvara vegna mótsagna sem komu fram við notkun þeirra, t.d. hjá Bretanum John Wallis (1616–1703), sem var forveri Isaacs Newtons (1643–1727).

18. öld: Neikvæðar tölur voru notaðar frjálsglega og komust inn í kennslubækur en án stærðfræðilegrar skilgreiningar, til dæmis hjá Leonhard Euler (1707–1783), og sumir voru beinlínis andvígir þeim.

19. öld: Ýmsir reyndu að koma neikvæðum tölum á fræðilegan grundvöll, svo sem breski rökfræðingurinn Augustus de Morgan (1806–1871) og Írinn William Rowan Hamilton (1805–1865).

Lok 19. aldar: Neikvæðar tölur formlega skilgreindar.

Meðal þeirra sem ræddu tilvist neikvæðra talna í kennslubók var Þjóðverjinn Abraham Gotthelf Kästner (1719–1800). Skoðanir hans höfðu áhrif á Íslandi af því að Björn Gunnlaugsson, helsti stærðfræðingur 19. aldar á Íslandi, las verk eftir hann. Kästner velti fyrir sér merkingu þess að vera „minna en ekkert“. Hann gerði greinarmun á hinu heimspekilega engu og hinu stærðfræðilega afstæða núlli. Í bók sinni *Anfangs-gründe der Arithmetik*, sem gefin var út 1758 og 1792, sagði Kästner:

Þetta orðasamband minna en ekkert gerir ráð fyrir merkingu orðsins ekkert sem á vissan hátt skal líta á sem eitthvað (nihilum relativum) og sem greinir það frá því engu (nihilum absolutum) sem lítið er á án tengsla við annað ... Líti menn ekki á orðasambandið minna en ekkert í þessari merkingu verður það rangt og hefur raunar orðið til þess að leiða sérfræðinga í stærðfræði til rangs skilnings á neikvæðum stærðum ... (Kästner, 1792, bls. 73–74).

-3

-2

-1

0

1

2

3

Björn notaði hið afstæða ekkert, nihilum relativum, í samlagningu og frádrætti heilla talna. Hann kynnti neikvæðar tölur í rununni ... $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ Þá sagði hann um núllið að það þýddi að þar væri engin eining, heldur autt rúm eða sæti (Björn Gunnlaugsson, 1865, bls. 4). Björn taldi raunar núll ekki afdráttarlaust vera tölu. Hann sagði:

Millum þessara tveggja óendanlegu raða stendur 0 í miðju, sem hvorki er játandi né neitandi, og horfir í hvoruga áttina, ellegar eins vel bæði játandi og neitandi og horfandi í báðar.

Neikvæðar tölur valda nemendum enn í dag heilabrotum. Fræðimenn í stærðfræðimenntun hafa reynt að átta sig á hvað það sé sem veldur vandkvæðum. A. Glaeser hefur skilgreint um það bil tuttugu þröskulda við tileinkun neikvæðra talna. Hér eru fimm meginþættir:

1. Erfitt er að vinna með og skilja neikvæðar stærðir sem einangruð fyrirbrigði, þ.e. án samhengis, t.d. við hitastig, skuldir, tap eða gagnstæðar vegalengdir.
2. Erfitt er að líta á talnalínuna sem heild, þ.e. sem eina línu eða ás en ekki tvær gagnstæðar hálfínur með mismunandi formerki.
3. Erfitt er að viðurkenna tvenns konar eðli núllsins: annars vegar núllið sem er neðan við allt og ekkert fyrir neðan það; og hins vegar núllið sem upphafspunktur þar sem núll er tiltekinn punktur á talnaás þaðan sem vísað er til tveggja átta.
4. Fólk hefur tilhneigingu til að líta á tölur sem tákn fyrir áþreifanlega hluti. Það staðnar í fasa áþreifanlegra aðgerða og kemst ekki inn í fasa óhlutbundinna aðgerða.
5. Fólk vildi gjarnan sjá eitt sameinað líkan fyrir neikvæðar tölur sem nær bæði yfir samlagningu og margföldun.

Margir kennarar kannast við þessi vandkvæði hjá nemendum sínum. Fleiri hafa háð þessa glímu, til dæmis Björn Gunnlaugsson. Hann sættist við 0 og neikvæðar tölur í samlagningu og frádrætti en málið vandaðist

þegar kom að deilingu. Þar sagði hann 0 liggja fyrir innan alla stærð, einnig neikvæðu stærðirnar, en óendanlegt, ∞ , fyrir utan hana. Kalla mætti 0 óendanlegt innra takmark og ∞ óendanlegt ytra takmark.

Hér var Björn kominn í mótsögn við sjálfan sig, þannig að neikvæðu tölurnar voru bæði utan og innan við núllið, vegna hinnar vandasömu glímu við núllið og hvað það þýddi, hvort líta mætti á það sem tölu eða ekki. Segja má að hann hafi verið að glíma við þröskuldana sem lýst er í þriðja og fimmta lið.

Heimildir

- Glaeser, A. (1981). Épistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 2(3), 303-346.
- Kästner, Abraham Gotthelf (1792). *Anfangsgrunde der Arithmetik, Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie und Perspectiv*. (Upphafleg útgáfa 1758). Göttingen: Vandenhof und Ruprecht.
- Kilhamn, Cecilia (2011). *Making Sense of Negative Numbers*. Gothenburg Studies in Educational Sciences 304. Doktorsritgerð. Göteborg, Sweden: Acta Universitatis Gothoburgensis. Vistuð á https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/24151/1/gupea_2077_24151_1.pdf.
- Mumford, David (2010). What is so baffling about negative numbers – a cross-cultural comparison. *Studies in the History of Indian Mathematics*, ritstjóri C. S. Seshadri, Hindustan Book Agency. Vistað á <http://www.dam.brown.edu/people/mumford/beyond/papers/2010b--Negatives-PrfShts.pdf>



NÝJAR LEIÐIR Í STÆRÐFRÆÐINÁMI VIÐ HÁSKÓLA ÍSLANDS

- *Stærðfræðimenntun fyrir starfandi framhaldsskólakennara*
- *B.S. gráða í hagnýttri stærðfræði*
- *B.S. gráða í stærðfræði og stærðfræðimenntun*

eftir

GUÐBJÖRGU PÁLSDÓTTUR
& FREYJU HREINSDÓTTUR
dósentar við Kennaradeild Mennta-
vísindasviðs Háskóla Íslands

Á VORÖNN 2015 HEFUR VERIÐ UNNIÐ AÐ ÞVÍ Í HÁSKÓLA ÍSLANDS AÐ SKAPA NÝJAR NÁMSLEIÐIR Í STÆRÐFRÆÐI OG STÆRÐFRÆÐIMENNTUN. NÚ HAFAR VERIÐ STOFNAÐAR ÞRJÁR NÝJAR LEIÐIR MEÐ ÞAÐ AÐ MARKMIÐI AÐ AUKA FJÖLBREYTNÍ Í FRAMBOÐI STÆRÐFRÆÐINÁMS VIÐ HÁSKÓLA ÍSLANDS.

Forsaga málsins er að í nóvember 2014 setti rektor Háskóla Íslands, í samráð við forseta Menntavísindasviðs og Verkfræði- og náttúruvísindasviðs, af stað starfshóp til að koma með tillögur um bætt menntun stærðfræðikennara. Starfshópurinn skipa Anna Helga Jónsdóttir doktorsnemi við Raunvísindadeild, Freyja Hreinsdóttir dósent við Kennaradeild, Guðbjörg Pálsdóttir dósent við Kennaradeild, Rögnvaldur Möller prófessor við Raunvísindadeild og Sæunn Stefánsdóttir sérfræðingur á skrifstofu rektors. Við gerð tillagnanna var horft til úttekta á stærðfræðikennslu í grunn- og framhaldsskólum sem mennta- og menningarmálaráðuneytið lét gera á árunum 2012 og 2014 og könnun sem Menntavísindasvið lét gera á óskum grunnskólakennara um endurmenntun. Þar kom fram að kennarar telja mikilvægt að fá tækifæri til að auka við sérhæfingu sína. Tölu-



Stærðfræðikennarar miðla hugmyndum og prófa.

verð umræða hefur einnig verið innan sviðanna í Háskóla Íslands um uppbyggingu náms fyrir stærðfræðikennara og mikilvægi þess að efla það.

Starfshópurinn setti fram tillögur fyrir bæði grunn- og framhaldsskólastigið. Þær tillögur voru samþykktar í háskólaráði og hefur starfshópurinn ásamt Ingólfi Gíslasyni framhaldsskólakennara og Birgi Hrafnkelssyni dósent við Raunvísindadeild unnið að því á vorönn að byggja upp nýjar námsleiðir í Háskóla Íslands og finna farveg til að efla stærðfræðimenntun kennara.

STÆRÐFRÆÐIMENNTUN FYRIR STARFANDI FRAMHALDSSKÓLAKENNARA

Í haust hefst nýtt diplómanám (60 einingar) á meistarastigi fyrir þá sem sinna stærðfræðikennslu í framhaldsskólum. Námið er sérsniðið fyrir þennan hóp og er um að ræða tíu námskeið sem ýmist eru 5 eða 10 einingar. Eitt námskeið er kennt í einu og fer kennsla fram á eftirmiðdögum og laugardögum. Boðið verður bæði upp á fjar- og staðnám. Fjar-nemar þurfa að mæta í staðlotur.

Inntak námsins er fjölbreytt og er áhersla lögð á að kennarar fái tækifæri til að bæta við þekkingu sína bæði á stærðfræði og kennslufræði stærðfræðinnar.

HAUST 2015

SSF101F Kynning og upplýsingatækni (5e)
SSF102F Talningarfræði (5e)
SSF103F Tölfræði og tölfræðikennsla (5e)

VOR 2016

SSF201F Kennslufræði stærðfræði I (5e)
SSF202F Undirstöður stærðfræðigreiningar (10e)

HAUST 2016

SSF304F Ályktunartölfræði (5e)
SSF302F Rúmfræði (5e)
SSF303F Kennslufræði stærðfræði II (5e)

VOR 2017

SSF401F Talnafræði (5e)
SSF402F Stærðfræðileg líkön (10e)

Nánari upplýsingar má finna á vefslóðinni:

https://ugla.hi.is/kennsluskra/index.php?tab=nam&chapter=namsleid&id=820174_20156&kennsluar=2015

Opið er fyrir umsóknir til 5. júní á vef Háskóla Íslands. Kennarar geta sótt um styrk sem samsvarar skólagjöldum til Menntavísindasviðs. Hámarksfjöldi þátttakenda er 30.

B.S. GRÁÐA Í HAGNÝTTRI STÆRÐFRÆÐI

Á þessari námsleið eru tvö kjörsvið:

Hagnýtt stærðfræði fyrir raunvísindi þar sem áhersla er lögð á að nemendur öðlist traustan grunn í stærðfræði, kynnist vel ýmsum greinum raunvísinda ásamt uppbyggingu og notkun stærðfræðilegra líkana og öðlist færni í tölvu-notkun og tölulegum útreikningum.

Tölfræði og aðgerðagreining þar sem áhersla er annars vegar lögð á að nemendur öðlist góðan faglegan grunn á þessu sviði, bæði hvað varðar fræði og hagnýtingu og hins vegar á þær greinar stærðfræði og tölvunarfræði sem nýtast við slíkar hagnýtingar.

Námskeið á kjörsviðinu

hagnýtt stærðfræði fyrir raunvísindi:

1. MISSERI
Línuleg algebra A (8 e)
Stærðfræðigreining I (6 e)
Tölvunarfræði 1 (6 e)
Eðlisfræði 1 R ((6 e)
Tölvur og stýrikerfi (2 e)
2. MISSERI
Stærðfræðigreining II (6 e)
Eðlisfræði 2 R (6 e)
Líkindareikningur og tölfræði (6 e)
Inngangur að líkindafræði (2 e)
Tölvunarfræði 2 (6 e)
Þróun hugbúnaðar A (6 e)
3. MISSERI
Stærðfræðigreining III (6 e)
Hagnýtt línuleg tölfræðilíkön (5 e)
Afífræði (6 e)
Gagnasafnsfræði (6 e)
Val (7 e)
4. MISSERI
Stærðfræðigreining IV (6 e)
Mengi og firðrúm (8 e)
Tölvuleg greining (6 e)
Greining reikniritra (6 e)
Varmafræði 1 (6 e)
5. MISSERI
Tölvuleg línuleg algebra (6 e)
Algebra I (8 e)
Hagnýtt hagnýtt stærðfræði (8 e)
Straumfræði (6 e)
6. MISSERI
Aðgerðagreining (6 e)
Tölvulegar lausnir á hlutfleiðujöfnum (6 e)
Val (18 e)

Námskeið á kjörsviðinu

tölfræði og aðgerðagreining:

1. MISSERI
Línuleg algebra A (8 e)
Stærðfræðigreining I (6 e)
Tölvunarfræði 1 (6 e)
Stærðfræðimynstur í tölvunarfræði (8 e)
Tölvur og stýrikerfi (2 e)

2. **MISSERI**
Stærðfræðigreining II (6 e)
Aðgerðagreining (6 e)
Líkindareikningur og tölfræði (6 e)
Inngangur að líkindafræði (2 e)
Tölvunarfræði 2 (6 e)
Þróun hugbúnaðar A (6 e)
3. **MISSERI**
Stærðfræðigreining III (6 e)
Hagnýtt línuleg tölfræðilíkon (5 e)
Kennileg línuleg tölfræðilíkon (5 e)
Gagnasafnsfræði (6 e)
Val (6 e)
4. **MISSERI**
Stærðfræðigreining IV (6 e)
Mengi og firðrúm (8 e)
Töluleg greining (6 e)
Greining reikniritra (6 e)
Iðnaðartölfræði (6 e)
5. **MISSERI**
Hagnýt Bayesísk tölfræði (8 e)
Algebra 1 (8 e)
Val (12 e)
6. **MISSERI**
Slembiferli (10 e)
Ólínuleg bestun (6 e)
Val (14 e)

Námskeiðin eru almennt kennd í staðnámi.

B.S. GRÁÐA Í STÆRÐFRÆÐI OG STÆRÐFRÆÐIMENNTUN

Þessi námsleið er ætluð þeim nemendum sem hafa áhuga á stærðfræðikennslu. Nemendur sækja námskeið bæði á Verkfræði- og náttúruvísindasviði og Menntavísindasviði. Þannig geta þeir kynnst fjölbreyttum sviðum stærðfræðinnar og hugmyndum um stærðfræðináms- og -kennslu.

1. **MISSERI**
Línuleg algebra A (8 e)
Stærðfræðigreining I (6 e)
Tölvunarfræði 1a (6 e)
Stærðfræðimynstur í tölvunarfræði (8 e)
Tölvur og stýrikerfi (2 e)
2. **MISSERI**
Stærðfræðigreining II (6 e)
Aðgerðagreining (6 e)
Líkindareikningur og tölfræði (6 e)
Inngangur að líkindafræði (2 e)
Hugbúnaðarnotkun í stærðfræðikennslu – forritið GeoGebra (5 e)
Rúmfræðikennsla (5 e, þar af 3 vettvangseiningar)

3. **MISSERI**
Stærðfræðigreining III (6 e)
Hagnýtt línuleg tölfræðilíkon (5 e)
Netafræði (6 e)
Vettvangstengt verkefni (3 e)
Þroska- og námssálarfræði (10 e)
4. **MISSERI**
Mengi og firðrúm (8 e)
Töluleg greining (6 e)
Stærðfræðináms- og kennsla í efri bekkjum grunnskóla (10 e, þar af 3 vettvangseiningar)
5. **MISSERI**
Rúmfræði (6 e)
Algebra I (8 e)
Fjölbreytileg nálgun á stærðfræðikennslu í framhaldsskólum (10 e)
6. **MISSERI**
Samæfingar í stærðfræði (4 e)
Rannsóknir á sviði stærðfræðimenntunar (5 e)
Val (21 e)

Námskeið af Menntavísindasviði eru bæði kennd í staðnámi og fjarnámi og er skyldumæting í staðlotur. Önnur námskeið eru kennd í staðnámi.

Grunnskólastigið

Næsta haust verður hleypt af stað diplómanámi fyrir starfandi grunnskólakennara. Nú er unnið að skipulagningu þess. Áhersla verður lögð á stærðfræðilæsi, notkun upplýsingatækni, þrautalausnir og rök-hugsun. Byggt verður á verkefnavinnu og kennt í lotum. Áhugi er á að styðja við svæðisbundið samstarf og uppbyggingu námssamfélaga kennara.

Öll skólastig

Starfshópurinn hyggst stuðla að því að fjölbreytt námskeið, vinnustofur og fyrirlestrar verði í boði fyrir kennara og nemendur auk þess sem hann ætlar að styrkja fjárhagslega frekari uppbyggingu stærðfræðitorgs. Margar hugmyndir eru í gerjun um hvernig megi vinna að því að byggja upp gefandi umhverfi fyrir kennara og nemendur. Upplýsingar munu berast Flatarfélögum í gegnum félagsmiðla Flatar auk þess sem þær verða sendar skólum landsins.

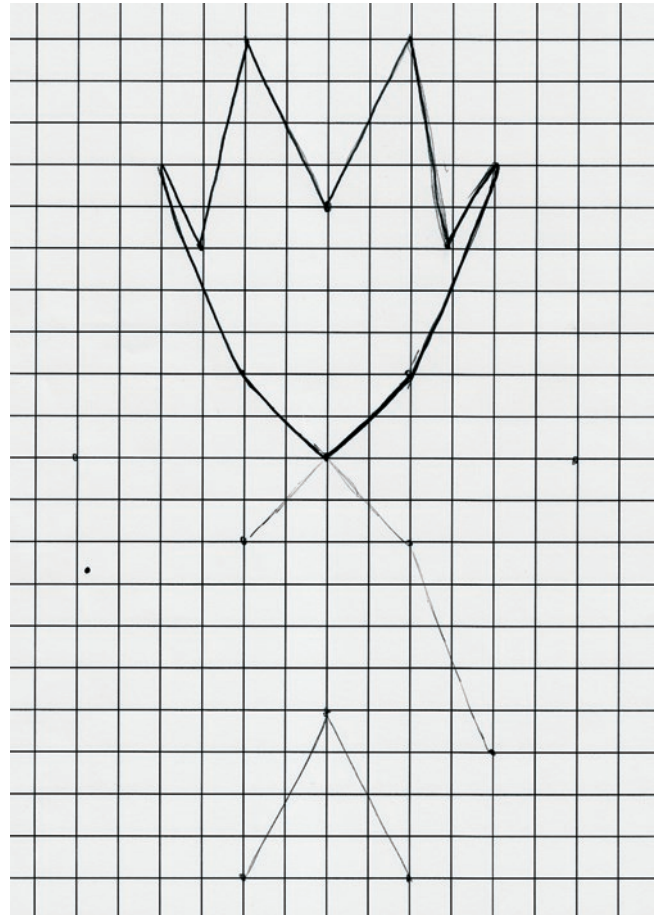
Þegar þetta er borið saman við vinnu stærðfræðinga kemur í ljós mikill munur. Stærðfræðingar vinna oft lengi að sömu verkefnum. Þeir kanna, rannsaka, ræða saman og leita að „óútreiknanlegum“ svörum í „ófyrirséðum“ aðstæðum í heimi sem er í stöðugri þróun. Stundum finna þeir lausnir og stundum ekki. Árangur þeirra byggir á úthaldi og sveigjanleika sem og samvinnu og samskiptum.

Í nútímasamfélagi þar sem tækninni fleygir fram hraðar en við getum hugsað okkur er ljóst að áherslur í námi þurfa að breytast. Tölvur geta sinnt mörgum af þeim verkefnum sem við mennirnir sinntum áður. Þær geta til að mynda reiknað og það oft miklu hraðar og betur en við mennirnir. Netið hefur tekið við sem upplýsingaveita og margir ganga með tæki á sér sem geta reiknað, hringt, tekið myndir og tengst internetinu.

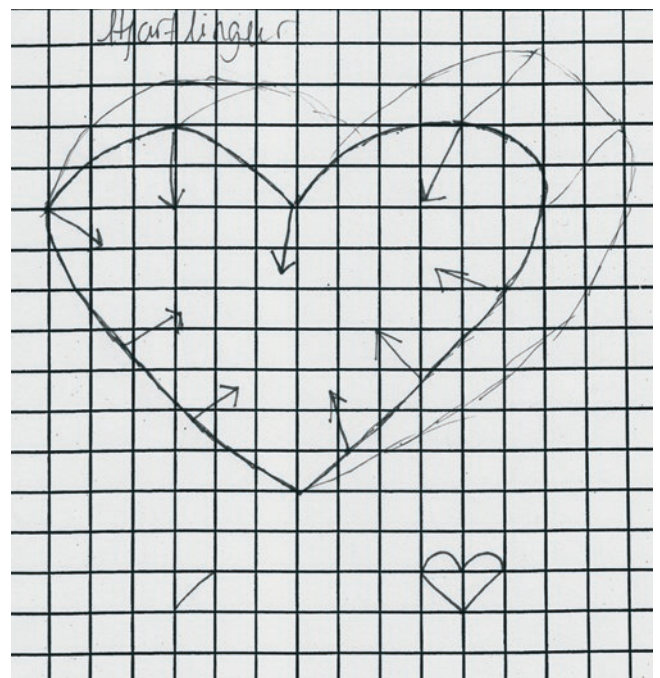
Í nýrri Aðalnámskrá fyrir leikskóla, grunnskóla og framhaldsskóla er lagt upp með sex grunnþætti fyrir menntun. Þættirnir eru læsi, sjálfbærni, heilbrigði og velferð, lýðræði og mannréttindi, jafnrétti og sköpun. Þessir þættir skulu vera leiðarljós á öllum skólastigum, endurspeglast í starfsháttum, vera sýnilegir í skólastarfinu og koma fram í ólíkum námsgreinum og sviðum. Þættirnir styðja hver við annan og skapa heildarsýn. Samkvæmt Aðalnámskrá skal sköpun vera uppi á borðinu í öllu námi og starfi skólanna. Þessu er ég hjartanlega sammála og vil því endilega að hún fái að blómstra í stærðfræðinámi.

Eitt af því sem ég tel sérstaklega mikilvægt þegar rætt er um sköpun er að ferlið skiptir alveg jafnmiklu máli og lokaafurðin. Það er, að sköpun snýst ekki bara um afurðir eða afrakstur heldur einnig um sköpunarferlið sjálft. Auðvitað koma stundum fram afurðir sem þykja merkilegar eða fallegar en það þarf ekki að vera skilyrði fyrir því að sköpun eigi sér stað. Ferli hugsana, náms og vinnu getur verið skapandi þó að ekkert efnislegt komi út úr því.

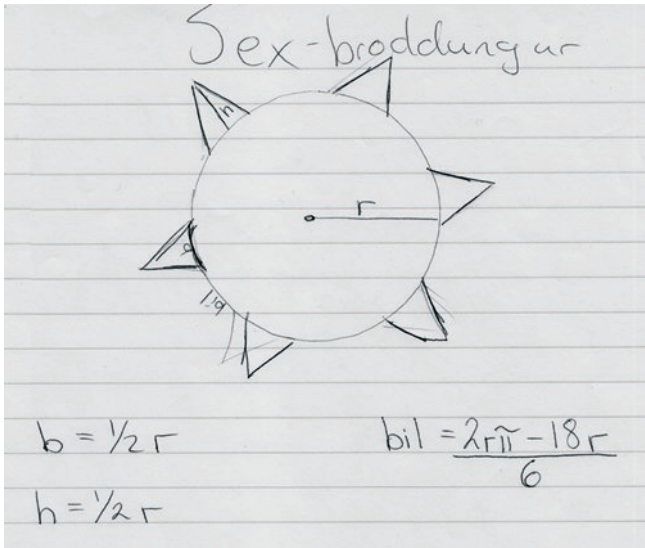
Annað sem mér finnst skipta máli þegar rætt er um sköpun er að við getum öll verið skapandi. Hér áður fyrr var litið svo á að aðeins fáir snillingar byggju yfir sköpun. Að sköpun þyrfti alltaf að vera einhvers konar meistaraverk, jafnvel á heimsmælikvarða. Í seinni tíð eru þó fleiri sem líta til þess að við séum öll skapandi og



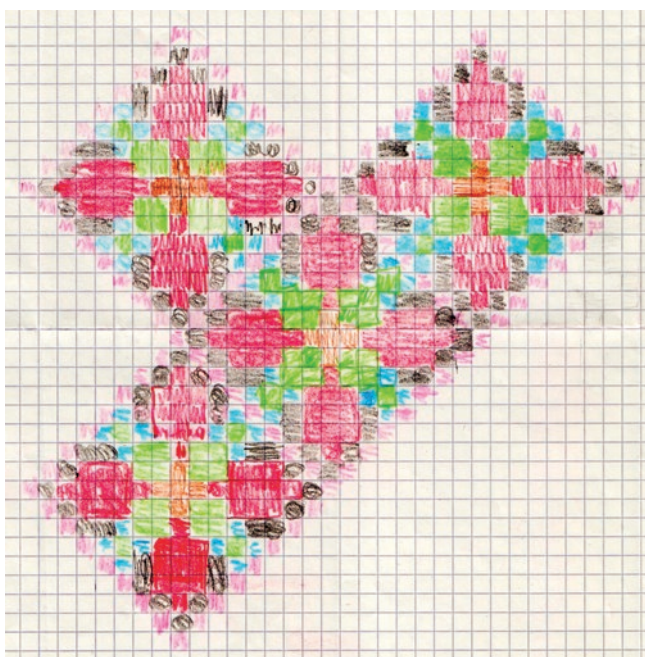
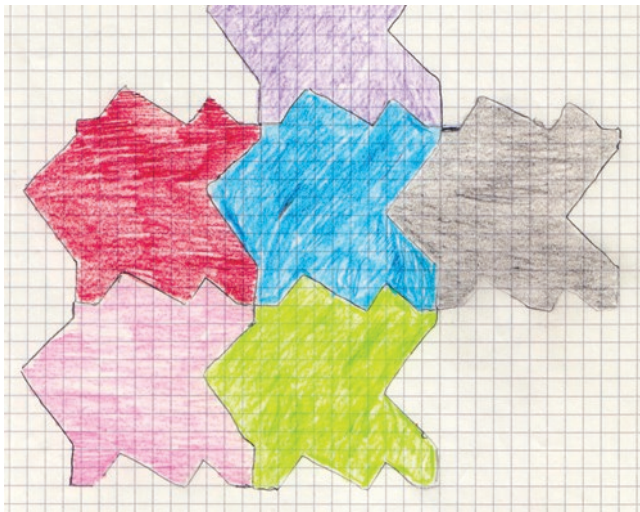
Unnið eins og alvöru stærðfræðingar.
Hönnun rúmfræðihugtaka.



Hjartlingur.



Sexbroddungur.



að í námi geti nemendur verið skapandi þó að það sem þeir komi fram með sé ekki endilega merkilegt fyrir heiminn eða neinn annan en þá sjálfa. Ég tel að í skóla- starfi sé mikilvægt að efla persónulega sköpun meðal allra nemenda án þess þó að útiloka að einhverjir þeirra komi fram með eitthvað nýtt og stórmerkilegt annað hvort þá eða seinna á lífsleiðinni.

Sköpun verður stundum útundan í stærðfræðinámi þó að margir vinni nú að því að bæta úr því. Í nútímasam- félagi þurfum við á sköpun að halda og á það við í stærðfræði rétt eins og öðrum greinum. Tölvur geta vissulega reiknað mun betur og hraðar en mennirnir en þær geta ekki ákveðið hvar á að byrja á nýjum eða flóknum verkefnum og þær geta ekki gert eitthvað nýtt eða skapandi á sama hátt og við mannfólkið.

Í stærðfræði getur sköpun birst á marga vegu. Sköpun sjá margir þegar tengdar eru saman listgreinar og stærð- fræði. Mér finnst sú tenging áhugaverð og skemmtileg en ég sé einnig sköpun á svo margan annan hátt í stærð- fræði. Skapandi kennari, kennsluhættir og kveikjur geta skipt máli. Sköpun má efla í gegnum lausnaleitarnám, með því að vinna með mynstur og með því að hjálpa nemendum að vinna meira eins og alvöru stærðfræð- ingar. Fyrirmyndir og jákvætt andrúmsloft þar sem gefinn er tími og rými fyrir sköpun skipta máli. Sem og að kenna nemendum að það sé í lagi að taka áhættu í námi og gera mistök. Einnig má tengja við aðrar greinar, daglegt líf eða stærðfræðilegar hugmyndir á skapandi hátt.

Ég tel að umræður séu grundvallarþáttur ef efla á sköpun í stærðfræðinámi. Með því að leyfa nemendum að ræða saman um stærðfræði, skiptast á skoðunum og ræða ólíkar lausnarleiðir getur svo margt áhugavert gerst. Umræður styðja einnig aðra grunnþætti menntunar eins og lýðræði og jafnrétti en mér finnst rétt að allir eigi rödd bæði í stærðfræði og annars staðar.

Með því að efla nemendur til þess að hugsa út fyrir rammann má styðja við þroska þeirra og undirbúa þá undir þátttöku í lýðræðissamfélagi. Sköpun skiptir máli fyrir komandi framtíð þar sem margt er óljóst og mikið af viðfangsefnum sem þarfnast sköpunar. Ég er því tals- maður þess að leggja áherslu á sköpun í öllu námi og þar á meðal í stærðfræðinámi.

Skemmtilegar þrautir sem bjóða upp á umræður, vangaveltur og sköpun:

Lituðu sokkarnir

Tíu rauðir sokkar og tíu bláir sokkar eru blandaðir í skúffu. Allir sokkarnir eru eins fyrir utan litinn. Það er kolniðamyrkur í herberginu og þú vilt tvo sokka sem passa saman. Hvað þarftu að taka marga sokka til þess að vera viss um að þú sért komin(n) með samstætt par?

Þyngdarmál

Hvað er körfubolti þungur ef hann er $5 \frac{1}{2}$ kg að viðbætttri hálfri þyngd sinni?

Hvað viltu í laun?

Þú ert að hefja vinnu á nýjum stað og yfirmaðurinn býður þér tvo ólíka samninga:

- 4.000.000 kr. fyrir fyrsta árið og svo 800.000 kr. hækkun á ári
- 2.000.000 kr. fyrstu sex mánuði og svo 200.000 kr. hækkun á sex mánaða fresti

Hvorn samninginn velurðu og af hverju?

Erfið þraut?

Geturðu sett 10 sykurmola í 3 bolla þannig að það sé oddatala af sykurmolum í öllum bollunum?

Önnur erfið þraut?

Efnafræðingur áttaði sig á því að ákveðið efnahvarf tók 80 mínútur þegar hann var með grænt bindi en klukkutíma og 20 mínútur þegar hann var með fjólu-blátt bindi. Geturðu útskýrt hvernig þetta má vera?

Þrautirnar eru fengnar að láni úr bókinni Entertaining Mathematical Puzzles eftir Martin Gardner. Tekið saman og þýtt af Ósk Dagsdóttur.

Ósk Dagsdóttir er doktorsnemi í stærðfræðimenntun við Háskóla Íslands. Rannsóknar- og vinnusvið hennar er sköpun í stærðfræðinámi. Hún hefur haldið námskeið fyrir kennara um efnið, verið með skapandi stærðfræði í Háskóla unga fólksins og hefur kennt á öllum skólastigum.





VAENTANLEGAR RÁÐSTEFNUR

ICME (International Congress on Mathematical Education) er alþjóðleg ráðstefna um stærðfræðimenntun sem haldin er á fjögurra ára fresti. Hún verður haldin í þrettánda sinn árið 2016. Fyrsta ráðstefnan var haldin í Frakklandi árið 1969, síðasta ráðstefna í Kóreu árið 2012 og ráðstefnurnar þar á milli hafa verið haldnar víðs vegar um heiminn.

Ráðstefnan ICME13 verður haldin í Hamborg í Þýskalandi 24.-31. júlí 2016. Þar verður fjallað um stærðfræðimenntun út frá fjölmörgum sjónarhornum og verður meðal annars boðið upp á fyrirlestra, erindi, vinnustofur og umræðuhópa. Allir sem hafa áhuga á stærðfræðimenntun eða vinna að henni á einn eða annan hátt eiga erindi á ráðstefnuna.

Ráðstefnugjald:

- 390 evrur ef skráning fer fram fyrir 1. apríl 2016.
- 430 evrur ef skráning fer fram fyrir 1. júní 2016.
- 450 evrur ef skráning fer fram eftir 1. júní 2016.

Nánari upplýsingar um ráðstefnuna má finna á vefsíðunni <http://icme13.org>

Hóperð á ICME13

Flötur samtök stærðfræðikennara mun standa fyrir hóperð á ráðstefnuna. Nánari upplýsingar um fyrirkomulag og skráningu í hóperðina verður að finna á heimasíðu Flatar í september 2015. Þeir sem hafa hug á að sækja ráðstefnuna eru hvattir til að fylgjast með á heimasíðu Flatar: <http://flotur.net>

NORDIC GEOGEBRA NETWORK

Nordic GeoGebra Network heldur sjöttu árlegu ráðstefnu sína í Karlstad í Svíþjóð dagana 23.-25. október 2015.

Meðal aðalfyrirlesara eru:

- Istvan Juhos frá Ungverjalandi
- Alexandra Viðar frá Íslandi

Einnig flytur hópur, sem unnið hefur að námsefnisgerð frá síðustu ráðstefnu, fyrirlestur um vinnu sína. Í hópnum er meðal annarra Bjarnheiður Kristinsdóttir kennari í MH. Fljótlega verður opnað fyrir framlög kennara á ráðstefnuna. Frekari upplýsingar verða settar á vefsíðu ráðstefnunnar.

Nánari upplýsingar um samstarfsnetið Nordic GeoGebra Network er að finna á vefsíðunni: <http://nordic.geogebra.no>

Vefsíða ráðstefnunnar er:

<http://www.kau.se/geogebra/nordic-geogebra-conference>

NORSMA 8

- Ráðstefna um rannsóknir í sérkennslu í stærðfræði
- Tengsl rannsókna og kennslu

Norsma er norræn ráðstefna sem haldin er á tveggja ára fresti og skiptast þátttökulöndin á að halda ráðstefnuna.

Í haust verður ráðstefnan haldin í áttunda sinn og að þessu sinni verður hún haldin í Háskólanum í Kristianstad í Svíþjóð dagana 19.-20. nóvember 2015. Auk þess verður 18. nóvember sérstakur kennaradagur, en þann dag geta kennarar sótt ýmsa fyrirlestra og vinnustofur varðandi stærðfræðikennslu og stærðfræðierfiðleika. Fyrirlesarar á kennaradegi verða þeir sömu og verða með aðalerindi á ráðstefnunni.

Um fjöllumunarefni ráðstefnunnar að þessu sinni snýr að því hvernig hægt er að tengja saman rannsóknir og kennslu.

Nánari upplýsingar um ráðstefnuna og skráningu á hana er að finna á vefsíðunni: www.hkr.se/ruck-norsma8

LEGÓKUBBAR

Í STÆRÐFRÆÐIKENNSLU

eftir

BIRNU HUGRÚNU BJARNARDÓTTUR
kennara í Vatnsendaskóla

Flestir hafa leikið sér með Legókubba. Þeir eru endingagóðir, litríkir og til í mörgum stærðum. Legókubbar eru skemmtileg leikföng og þeir bjóða líka upp á mikla möguleika þegar börn eru að læra stærðfræði. Hér eru nokkur dæmi um hvernig nota má Legókubba við reikning.

SAMLAGNING

Þegar ungir nemendur eru að kynnst einfaldri samlagningu sem byggir á *hluta – hluta – heild* geta Legókubbar komið að góðum notum. Nemendur telja þá hnúðana ofan á hverjum kubb til að finna hlutana og heildina. Margir Legókubbar eru með tveimur hnúðum hlið við hlið og þá geta nemendur smám saman farið að telja í tvenndum í stað þess að telja á einum. Einnig læra þeir smám saman að þekkja kubbana og fjölda hnúða sem einkennir hverja stærð fyrir sig. Sjá Mynd 1.

MARGFÖLDUN

Legókubbar bjóða upp á fjölbreytta vinnu við margföldun og deilingu. Einnig er hægt að nota þá við að kenna flóknari hugtök eins og til dæmis ferningstölur og þáttun talna. Sjá Mynd 2.

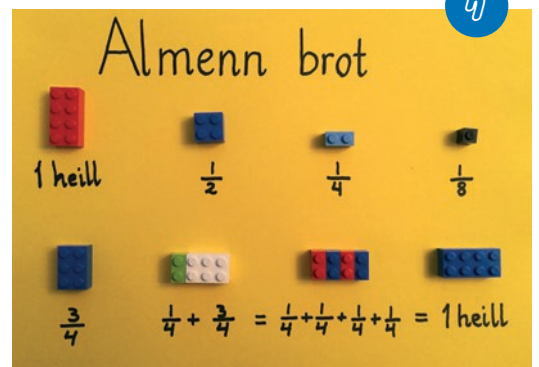
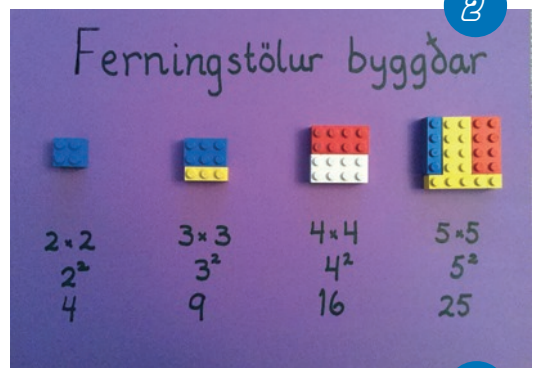
Myndir 3, 4, 5, 6 sýna flatarmyndir sem allar byggja á fjöldanum 48. Myndirnar eru búnar til úr mismunandi stórum kubbum í mismunandi litum. Fjöldi hnúða á kubbunum gefur til kynna tölu sem er þáttur í tölunni 48.

ALMENN BROTT

Legókubbar henta líka afar vel þegar kenna á almenn brott. Sjá Mynd 7.

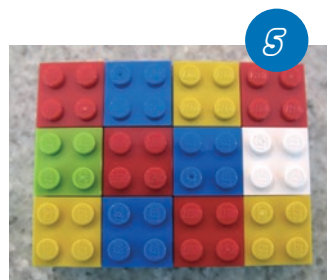
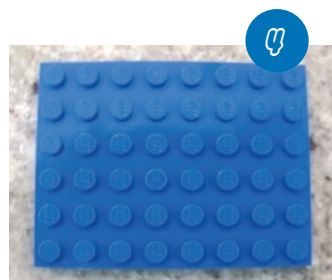
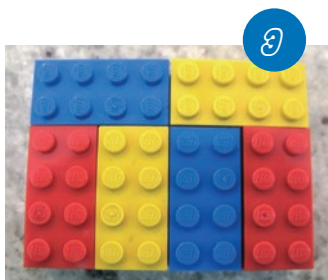
TÖLFRÆÐI

Tilvalið er að nota Legókubba þegar verið er kenna tölfræði. Þeir nýtast vel í súlur í súluriti. Súlunum má síðan raða saman til að finna heildarfjölda og svo má skipta heildarsúlunni niður í jafna hluta til að finna meðaltal.



Meiri upplýsingar um hvernig nota má Legókubba í stærðfræðikennslu má finna á vefnum:

www.scholastic.com/teachers/top-teaching/2013/12/using-lego-build-math-concepts



- Ritstjóraspjall** 2
- Jákvæð viðmið í stærðfræðikennslu** 4
Póra Þórðardóttir
- „Það hugsar enginn eins...“** 6
Notkun hugmyndakorta til að skapa umræður í stærðfræðinámi
Nanna Þ Möller
- Snjallforrit: Dragonbox Algebra** 9
Ragnheiður Jóna L. Aðalsteinsdóttir
Hákon Sverrisson
- Mikilvægi stærðfræðinnar** 10
Sigdís Ágústsdóttir
- Söguhornið: Neikvæðar tölur** 12
Kristín Bjarnadóttir
- Nýjar leiðir í stærðfræðinámi við HÍ** 15
Guðbjörg Pálsdóttir
Freyja Hreinsdóttir
- Skapandi stærðfræði** 18
Ósk Dagsdóttir
- Vætanlegar ráðstefnur** 22
- Legókubbar í stærðfræðikennslu** 23
Birna Hugrún Bjarnadóttir