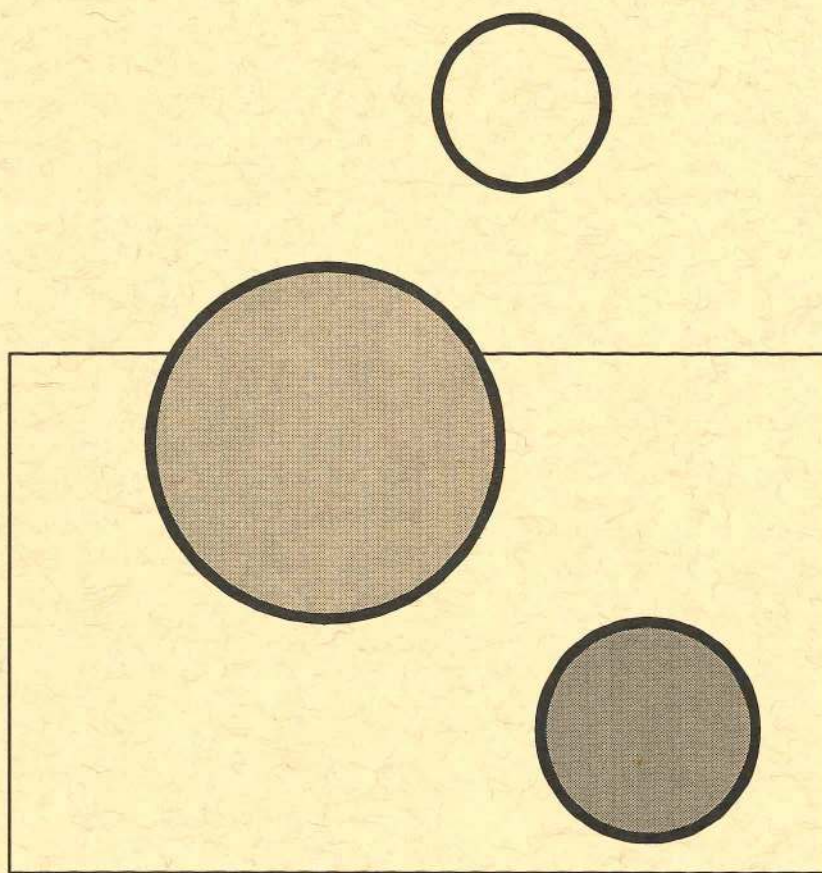


FLATAR máí



2. tbl. 1. árg. október 1993

Málgagn Flatar,
samtaka stærðfræðikennara

Spjall

Nú lítur annað tölublað Flatarmála dagsins ljós. Félögum Flatar fjölgar stöðugt og mikilvægt er að Flatarmál nái að vera vettvangur fyrir skoðanaskipti og umræður sem flestra félagsmanna. Félagar eru hvattir til að senda inn efni. Einnig væri gaman að heyra óskir um umfjöllunarefni í næstu tölublöð.

Meginefni þessa tölublaðs er námsmat í daglegu skólastarfi. Undanfarin ár hefur verið töluverð umræða meðal kennara um námsmat og í sumar fengum við góðan gest, Norman Webb, sem hafði heilmikið fram að færa í þá umræðu. Reynt hefur verið að draga fram mismunandi fleti á umræðunni um námsmat og gefa hugmyndir um útfærslu símats. Margt fleira má finna í þessu tölublaði til skemmtunar og fróðleiks. Má þar nefna vangaveltur Guðmundar Arnlaugssonar um ártalið 1993 og hugleiðingar Önnu Kristjánsdóttur um stærðfræðikennarann.

Margir hafa lagt hönd á plóginn við gerð þessara fyrstu tölublaða. Sérstaklega ber að þakka greinahöfundum en ýmsir aðrir hafa komið við sögu og vil ég þakka öllum vinnuframlag þeirra.

Guðbjörg Pálsdóttir

FLATAR ^{mál}

Útgefandi:

Flötur, samtök stærðfræðikennara, Pósthólf 181, 172 Seltjarnarnesi

Ritstjórar og ábyrgðarmenn:

Guðbjörg Pálsdóttir og Sólrún Harðardóttir

Stjórn Flatar:

Anna Kristjánsdóttir formaður, Örn Halldórsson varaformaður, Hanna Dóra Birgisdóttir gjaldkeri, Meyvant Þórólfsson ritari, Björn Bergsson meðstjórnandi, Jóhanna Eggertsdóttir og Valgerður Snæland Jónsdóttir í varastjórn.

Útlit: Sólrún Harðardóttir

Prófarkalesari: Hanna Kristín Stefánsdóttir

Ljósmyndarar: Ólöf Björg Steinþórsdóttir og Kolbrún Hjaltadóttir (ljósmyndari 1. tölublaðs var Örn Halldórsson).

2. tölublað er gefið út í 500 eintökum.

Fjölritunarstofa Daníels Halldórssonar sá um fjölföldun.

Frá stjórn

Örn Halldórsson

Á því hálfu ári sem liðið er frá stofnun Flatar hefur töluvert áunnist. Félagið hefur fengið mikinn meðbyr og félagsmönnum fer fjölgandi. Í byrjun september voru félagsmenn 154. Þó nokkur fjölgun varð síðan á haustþingunum víða um land í september og október. En betur má ef duga skal og sitthvað hefur verið reynt til að vekja athygli á Fleti. Mikilvægt er að ná til allra sem áhuga hafa á stærðfræði og stærðfræðimenntun. Með sterku félagi og virkum meðlimum er hægt að ráðast í veigameiri verkefni og nóg er af verkefnum sem bíða.

Liður í kynningu á félaginu var að fá stund á haustþingum hinna ýmsu kennarafélaga um allt land. Þar hefur félaginu verið tekið sérlega vel og kunnum við forsvarsmönnum haustþinga bestu þakkir fyrir. Annar liður í kynningarstarfi er að senda fræðsluskrifstofum í hverju umdæmi og deildarstjórum í stærðfræði við framhaldsskólana orðsendingu þar sem athygli þeirra er vakin á Fleti. Jafnframt hefur félagið verið kynnt á endurmenntunarnámskeiðum í Kennaraháskóla Íslands.

Eins og kunnugt er eru önnur félög starfandi sem fjalla um stærðfræði en þau leggja mismunandi áherslur í starfi sínu. Líklegt er að þessi félög eigi ýmislegt sameiginlegt. Stjórn Flatar hefur rætt um leiðir til að félögin geti samnýtt krafta sína og unnið saman að þeim málum sem skarast.

Sú hugmynd hefur komið fram að Flötur gangist fyrir ráðstefnu um þrautalausnir fyrir stærðfræðikennara á Íslenska menntanetinu. Hugmyndinni hefur verið vel tekið og nú vinnur stjórn í samvinnu við starfsmenn Íslenska menntanetsins að undirbúningi.

Í janúar næstkomandi verður haldin ráðstefna í Gautaborg um stærðfræðimenntun, Matematikbiennalen. Stjórn Flatar undirbýr þátttöku íslenskra stærðfræðikennara.

Félög stærðfræðikennara erlendis hafa sýnt stofnun Flatar mikinn áhuga og hafa lýst sig reiðubúna til að styðja okkur og leiðbeina eins og þeim er helst kostur. Sérstakan velvilja hafa frændur okkar Danir sýnt. Þeir hafa m.a. boðið félaginu verkefnasafn til þýðingar og verið er að kanna hvort af þessu geti orðið.

Hugmyndir hafa komið fram um ýmis verkefni sem vinna þyrfti í nefndum. Þessi verkefni verða nánar kynnt á aðalfundinum sem fer nú að nálgast. Vonandi sjá sér sem flestir fært að mæta en þeir sem ekki komast geta áreiðanlega tekið þátt í nefnastörfum, hvar sem þeir eru staddir.

Matematikbiennalen 1994

Matematikbiennalen verður haldinn í Gautaborg dagana 26.–28. janúar 1994. Búið er við um 1500 stærðfræðikennurum víða af Norðurlöndum og frá öllum skólastigum. Myndarlegur hópur íslenskra kennara sótti Biennalen 1992 og er fyrirhugað að skipuleggja aftur hóperð að þessu sinni. Kennarahópur í Kungsbacka, sem kom hingað og sótti námskeið með íslenskum kennurum í júní 1992, hefur boðið íslenska hópnum gistingu og

heimsóknir í skóla en búið er við að 15–20 manns geti farið í þessa hóperð. Nánari upplýsingar um ferðina, ferðakostnað og styrki veita þau Matthildur Guðmundsdóttir, kennslufulltrúi á Fræðsluskrifstofu Reykjavíkur, og Örn Halldórsson, aðstoðarskólalastjóri, Grandaskóla í Reykjavík. Sækja þarf um ferðina ekki síðar en 20. nóvember nk. á eyðublöðum sem ofanrituð senda þeim sem óska.

Mat á stærðfræðinámi í daglegu skólastarfi

Hugleiðingar eftir heimsókn Normans L. Webb til Íslands
Meyvant Þórólfsson

Námskeið um námsmat

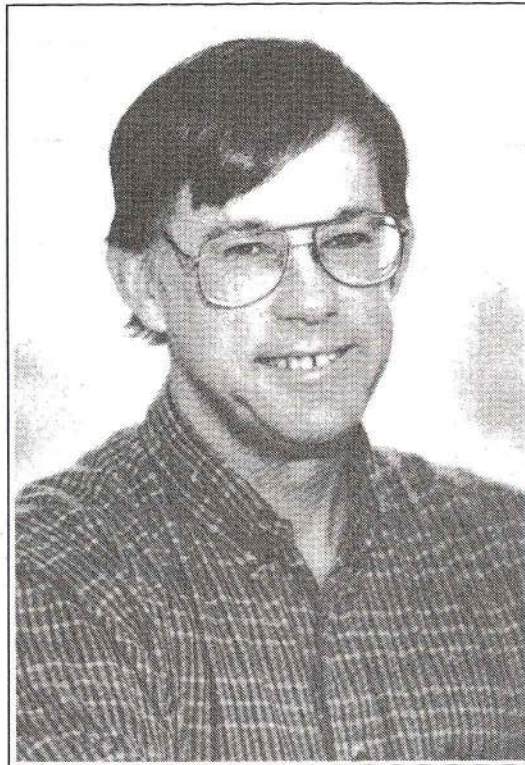
Dagana 16. til 20. ágúst síðastliðinn var haldið námskeið um námsmat í Kennara-háskóla Íslands fyrir grunn- og framhaldsskólakennara í stærðfræði, íslensku og erlendum málum. Þar fengum við m.a. til liðs við okkur bandarískan sérfræðing í námsmati í stærðfræði, Norman L. Webb. Hann starfar að rannsóknum á sviði stærðfræðimenntunar við Wisconsin Center for Educational Research í Háskólanum í Madison, Wisconsin. Hann lauk BS-gráðu í stærðfræði frá Háskólanum í Arizona, MS-gráðu í hagnýtri stærðfræði frá Háskólanum í Iowa og doktorsgráðu í stærðfræðimenntun frá Stanford-háskóla. Hann hefur stundað kennslu og rannsóknir í stærðfræði allt frá árinu 1970. Meginviðfangsefni hans síðari árin hefur verið mat í stærðfræðinámi og -kennslu og hann ritstýrði m.a. kaflanum um námsmat og mat á skólastarfi í bókinni *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (Hér eftir nefnt *Standards*) sem samtök stærðfræðikennara í Bandaríkjunum og Kanada, NCTM, gáfu út. Einnig ritstýrði hann nýjustu árbók NCTM, en hún nefnist *Assessment in the Mathematics Classroom*.

Hugleiðingar mínar hér á eftir byggja ég á erindum Normans L. Webb á námskeiðinu í ágúst sl., auk þess sem ég styðst með góðfúslegu leyfi hans við áður nefnd rit. En fyrst vil ég velta upp spurningunni: Hvar erum við stödd í umræðunni um námsmat hér á Íslandi?

Hvar erum við stödd?

Á síðari árum hefur áhugi á gæðastjórnun í skólastarfi vaxið svo um munar. Augu manna

beinast að árangri náms og kennslu og því hvernig hægt er að meta eða mæla afraksturinn.



Af þessum sökum hefur námsmat verið mikið til umfjöllunar og eins og allir kennarar kannast við skortir þar ekki álitamál og ágreiningsefni. Með auknum samskiptum milli þjóða hefur vaknað um-ræða um samræmdar skilgreiningar á námskröfum og mati. Ýmsar stofnanir hafa þegar komið á laggirnar samræmdu mati á námsárangri á alþjóðlegum vettvangi og má þar nefna IEA (The International Association for the Evaluation of Edu-

cational Achievement), alþjóðleg samtök, sem m.a. hafa rannsakað námskrár, kennslu og námsárangur í stærðfræði, lestri og náttúrufræði í öllum heimsálfum.

Stór hluti rannsókna IEA felst í skriflegum prófum með fjölvalsspurningum, sem lögð eru fyrir stóra hópa. Þetta gerir það að verkum að erfitt er að meta ákveðna mikilvæga námsþætti, s.s. röksemdafærslu, þrautalausnir, ýmsa verklega þætti o. fl. Mat á slíkum þáttum náms krefst þess að nemandinn sé til staðar þegar metið er, ekki einungis verk hans. Hins vegar leyfa hinir vélrænu eiginleikar tölfraeðinnar ekki slíkt. Rannsóknir, eins og þær sem IEA taka sér fyrir hendur, kosta mikið fé og hafa Íslendingar t.d. einungis tekið þátt í einni slíkri rannsókn, þ.e. könnun á læsi árið 1991. Nú

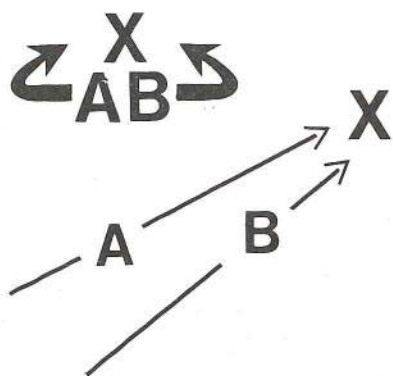
stendur yfir víðtæk rannsókn á vegum IEA á námi og kennslu í stærðfræði og vísindum, TIMSS (The Third International Mathematics and Science Study). Þar er jafnt verið að rannsaka árangur nemenda á heimsvísu sem námskrár, kennslu og mat. Íslendingar hafa ekki séð sér fært að taka þátt í TIMSS.

Þegar menn gera áætlanir um gæðaeftirlit eða mat á skólstarfi, t.d. um stór og dýr verkefni eins og stöðluð eða samræmd próf, vakna ýmsar spurningar. Hver er yfirleitt tilgangurinn með námsmatinu? Hvað á að meta? Hvað kemur helst að gagni fyrir einstaklinginn sjálfan og samfélagið? Hvernig er samhengið milli markmiða í námskrá og þess sem metið er? Hvað má námsmatið kosta mikið? Hver hefur besta aðstöðu til að meta? Hver á að ákveða hvað er metið og hvernig? Og ef til vill vakna einnig spurningar eins og þessi: Ræður almenn þjóðmálapólitík einhverju um námsmat?

Ég hef átt þess kost að taka þátt í umræðum um þessi vandamál og ýmis önnur meðal íslenskra skólamanna síðastliðin þrjú ár sem námstjóri í menntamálaráðuneytinu. Ég vil nefna hér fjögur atriði sem mér finnast mikilvæg í þessari umræðu.

Í fyrsta lagi verður spurningin um tilgang námsmatsins æ áleitnari. Stundum við námsmat í þeim tilgangi að bæta nám og kennslu? Eða metum við og mælum til að fá staðfestingu á að nemendur hafi náð eða ekki náð ákveðinni þekkingu og færni? Hvers vegna leggjum við mikla vinnu og fé í próf og uppgjör í lok náms tíma? Hvað er gert með niðurstöðurnar? Erum við að meta til að sjá hvort A og B geta X eða metum við til að sjá hvort A er betri en B í X? Hver er stefna yfirvalda menntamála?

Í öðru lagi verður umræðan um mismun einstaklinganna sífellt stærri þáttur í skipulagi skólstarfs og þar með í framkvæmd námsmats. Fjöldi nýbúa í íslenskum skólum er nú kominn á annað hundrað. Bakgrunnur er mjög misjafn, jafnt íslenskra nemenda sem nýbúa, og augljóslega gengur ekki að leggja sömu verk-efni fyrir alla á sama tíma og því síður að leggja sömu mælistiku á alla.



Í þriðja lagi sjá menn aukna ábyrgð kennarans í námsmatinu. Sívirkt námsmat, sem á sér stað í daglegu skólstarfi, er vænlegasta leiðin til að afla víðtæktrar vitneskju um færni, viðhorf, eiginleika, skilning og þekkingu nemendanna. Þess vegna þarf að efla þennan þátt í kennaramenntun og virða gildi hans í starfi kennarans.

Loks vil ég nefna hve mikilvægt það er að beita námsmati beinlínis í þágu nemandans, veita honum tækifæri til að fá yfirsýn yfir eigið nám og leggja mat á stöðu sína. Leggja þarf mun meiri áherslu á eigin ábyrgð nemanda og það að hann treysti á eigin getu þegar hann bregst við óvæntu áreiti og leysir ýmsar þrautir.

Námsmat í daglegu skólstarfi

Sú mynd af mati í stærðfræði, sem kemur mönnum sennilega einna kunnuglegast fyrir sjónir, er skriflegt próf þar sem nemendur leysa dæmi sem hvert fyrir sig hefur eina fyrirfram ákveðna lausn. Með stefnumörkun þeirri sem birtist í ritinu *Standards* er reynt að bregða upp mun fjölbreytilegri mynd af stærðfræðinámi og mati á því. Lögð er áhersla á að matið sé samofið kennslu, beitt er fjölbreytilegum aðferðum við að meta þekkingu og skilning nemenda í stærðfræði, meta þarf allar hliðar stærðfræðilegrar þekkingar og færni og tekið er jafnt tillit til námskrár og kennslu sem stöðu nemandans þegar afraksturinn er metinn.

Webb nefnir fimm atriði sem felast í öllu mati í skólstarfi. Í þessum atriðum er lögð áhersla á fjölbreytileika og þar er fagmennska kennarans lykilatriði við að velja viðeigandi matsaðferðir, túlkun niðurstaðna og skráningu.

Fyrst nefnir hann viðfangsefni. Hér er átt við allt það sem nemendur taka sér fyrir hendur og fást við. Þar getur verið um að ræða þraut sem lögð er fyrir nemendur, könnun, próf, spurningar, umræður eða einhverjar aðrar athafnir sem kalla fram viðbrögð eða svör sem hægt er að meta.

Í öðru lagi nefnir hann viðbrögð og svör nemenda. Hér getur verið um að ræða svör á prófi, munnlega kynningu, skýrslu eða eitthvað annað sem nemandi skilar frá sér þannig að kennari geti metið.

Í þriðja lagi er um að ræða túlkun kennarans á viðbrögðum nemenda. Hér er oft um að ræða samanburð við fyrirfram ákveðin viðmið eða markmið. Því fleiri og fjölbreytilegri sem svör nemenda eru þeim mun áreiðanlegri verður túlkun kennarans á stöðu þeirra í stærðfræði.

Í fjórða lagi þarf að gefa þessari túlkun kennarans á getu nemandans einhverja merkingu, sem síðan má nota við endurgjöf, t.d. einkunn, munnlegan vitnisburð o.s.frv.

Loks er um að ræða skráningu á niðurstöðum eða skýrslugerð.

Webb lítur svo á að nám í stærðfræði sé sívirkirkt og það sé ekki stigskipt (hierarchical) þannig að B byggist á A o.s.frv. Hann leggur einnig mikla áherslu á að allir þurfi á stærðfræði að halda, ekki eingöngu þeir sem hafa áhuga og standa vel í reikningi og algebru. Einnig nefnir hann mikilvægi þess að kennarar reyni sífellt að meta hvernig sérhver nemandi hugsar um stærðfræði og hvernig hann nýtir sér þá þekkingu sem hann hefur áunnið sér við ýmis viðfangsefni sem mæta honum í daglegu lífi.

Notkun stærðfræði í daglegu starfi hefur breyst. Í framtíðinni sjá menn fyrir sér þörf á stærðfræðilegu afli sem felst í því að einstaklingurinn skilji alls kyns tölulegar upplýsingar í umhverfinu, geti leyst ýmis óvænt stærðfræðileg vandamál, sé fær um að beita til þess ýmsum aðferðum, geti dregið ályktanir og nýtt sér upplýsinga- og tölvutækni bæði til að taka við gögnum og miðla gögnum. Það er talið gagnslaust fyrir nemanda að kunna að diffra eða leggja saman ósamnefnd brot ef hann skilur ekki hvað hann er að gera eða getur ekki beitt kunnáttunni við ýmis óvænt viðfangsefni.

Áður voru lykilorðin í mati: Finndu, útskýrðu, reiknaðu. Metin var þekking og leikni nemenda við að finna rétta svarið. En nú er lögð áhersla á að meta hvernig nemendur hugsa. Athuga þarf hvernig þeir leita lausna, gera áætlun, búa til líkön, rökstyðja, ræða um hlutina, spyrja spurninga, tengja stærðfræði viðfangsefnum utan skólastofunnar, tengja mismunandi viðfangsefni saman innan stærðfræðinnar, koma með tilgátur og draga ályktanir; og síðast en ekki síst: Hafa þarf í huga að það er ekki ævinlega ein rétt lausn á öllum dæmum, þrautum og vandamálum.

Við þurfum að meta hvernig nemendur hugsa stærðfræðilega, skoða hvernig þeir leysa ýmis viðfangsefni hver á sinn hátt (sjá mynd hér til hliðar) og byggja síðan skipulag kennslunnar á þeim upplýsingum. Hlutverk kennarans er að spyrja ögrandi spurninga en láta nemendur um að leita lausna.

Kennarinn reynir að athuga hvað nemendur hugsa í stærðfræði en ekki hvað hann sjálfur er að hugsa.

Dæmi um viðfangsefni sem Webb nefndi: Nemendur fá dæmið $5 + 2 = 7$. Þeir eru beðnir að búa til sögu sem lýsir því sem þar gerist. „Sigga á 5 plötur og ...“. Annað dæmi felst í því að nemendur fá eitthvert graf, t.d. súlurit. Síðan túlka þeir það með sögu, segja hvað það táknar og merkja ásana með viðeigandi táknum og texta o.s.frv.

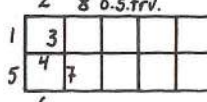
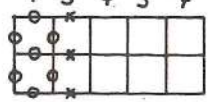
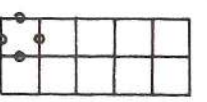
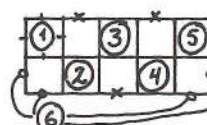
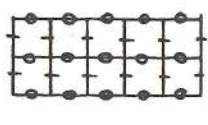
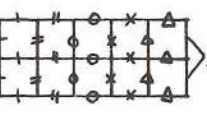
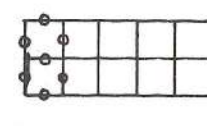
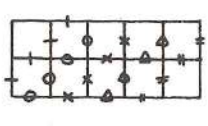
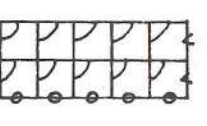
Árið 1988 var skilningur 13 og 14 ára nemenda á hugtakinu prósent athugaður í Bandaríkjunum (Dossey, John A. o. fl. 1988). Með rannsókninni var sýnt fram á að svörin eru sannarlega oft rétt þótt hugsunin sé ótraust. Dæmi:

Hvað af eftirfarandi er satt um 87% af 10?

- A. Það er stærra en 10
- B. Það er minna en 10
- C. Það er jafnt og 10
- D. Það sést ekki
- E. Ég veit það ekki

Í ljós kom að 45 prósent nemendanna svöruðu spurningunni rétt. Aðeins helmingur þeirra gat rökstutt á fullnægjandi hátt hvernig

Mismunandi leiðir til að komast að fjölda eldspýtna í tiltekinni mynd

<p>2 8 o.s.frv.</p>  <p>Ein talin í einu.</p>	<p>7 3 7 3 7</p>  <p>$7 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 27$</p>	 <p>$4 \cdot 10 = 40$ (Er það rétt?)</p>
 <p>$4 \cdot 6 + 3 = 27$</p>	 <p>$3 \cdot 5 + 2 \cdot 6 = 27$</p>	 <p>$5 \cdot 5 + 2 = 27$</p>
 <p>$7 + 5 \cdot 4 = 27$ (5-1)</p>	 <p>$2 + 4 \cdot 5 + 3 + 2 = 27$</p>	 <p>$2 \cdot 10 + 5 \cdot 2 = 27$</p>

rétta svариð fékkst. Einn nemandi sem krossaði við rétt svar kom með eftirfarandi rökstuðning:

10 er heil tala
 $87\% = 0,87$
0,87 er minna en 10

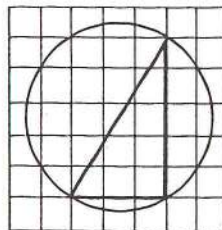
Þessi nemandi sýnir greinilega skilning á mikilvægum hugtökum. Hann veit að 10 er heil tala, að rita má 87% sem $0,87$ og að $0,87$ er minna en 10. En nemandinn skilur augljóslega ekki um hvað viðfangsefnið snýst. Samt er freistandi að draga þá ályktun að hann ásamt öllum hinum sem krossuðu við rétt svar, þ.e. 45% þeirra sem spurðir voru, viti hvað eru 87% af 10! Mörg dæmi eru um vísindamenn sem koma ábúðarfullir fram með slíkar niðurstöður og fullyrða: 45% 13 og 14 ára nemenda vita hvað eru 87% af 10!

Að lokum skai þess getið að Norman Webb lagði mikla áherslu á nauðsyn þess að hafa matið sem fjölbreytilegast. Dæmi um aðferðir og þætti sem metnir eru: viðtöl við nemendur, skrifleg verkefni, kynningar (nemendur koma og kynna eitthvert verkefni eða niðurstöður þess fyrir þekktum), heima-verkefni, löng og stutt þrautalausnaverkefni (problem solving projects), möppur með eigin verkum nemenda (portfolios) og óformlegar kannanir á frammistöðu í daglegu skólstarfi (performance assessment). Ennfremur bendir hann á mikilvægi þess að kynna vel fyrir öllum tilgang matsins, hvað verður metið, hvernig verður metið og hvernig niðurstöður verða notaðar.

Hér fara á eftir 3 dæmi úr áðurnefndum heimildum sem notuð eru til að meta þrautalausnir, röksemdafærslu og tjáskipti í stærð-

fræði. Öll verkefni bjóða upp á fjölbreytni í mati.

1. Fjórir af hverjum fimm tannlæknum mæla með tannhreinsityggjó. Bættu spurningu við þessa fullyrðingu þannig að til verði stærðfræðipraut. Leystu þrautina.
2. Ímyndaðu þér að þú sért að tala við bekkjarfélag þinn í síma og viljir að hann teikni myndir sem hann sér ekki. Skrifaðu niður fyrmæli sem þú telur að dugi til að hann geti teiknað myndina hér fyrir neðan.



3. Nemendur vinna með tölulegar upplýsingar og setja fram með aðferðum tölfræðinnar. Þeir velja sér sjálfir viðfangsefni, tölulegar upplýsingar um sjálfa sig á hverjum degi í 3 – 4 vikur. Breytur sem koma við sögu geta verið tími, vegalengd, peningar, þyngd o.fl. Kennari gengur úr skugga um að gögnin séu nothæf áður en nemendur halda áfram. Nemendur eiga að styðjast við eftirfarandi áætlun:
 - a) Lýsa gögnunum sem notuð verða, hvernig þeirra er aflað o.s.frv.
 - b) Setja niðurstöður sínar skipulega upp í töflu og setja þær síðan fram á myndrænan hátt.
 - c) Reikna ýmis gildi s.s. meðalgildi og miðgildi.
 - d) Gera grein fyrir öllum helstu upplýsingum sem lesa má út úr niðurstöðum.
 - e) Draga ályktanir af niðurstöðum.
 - f) Segja frá hvað þeir lærðu af rannsókninni.

Að hlusta

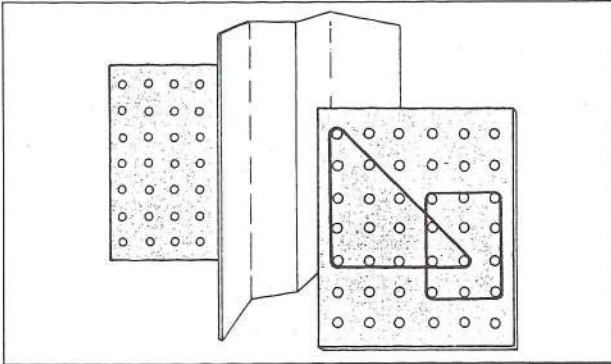
Kolbrún Hjaltadóttir

Síðastliðinn vetur var ég í leshópi áhugasamra kennara í stærðfræði í Kennaraháskóla Íslands. Lásuð við bók sem í daglegu tali er kölluð *Standards* en heitir *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* og er hún gefin út af samtökum bandarískra stærðfræðikennara. Í þessari bók fundum við gnægð góðra verkefna og ábendingar um fleiri. Sum þessara verkefna voru sérstaklega tengd námsmati.

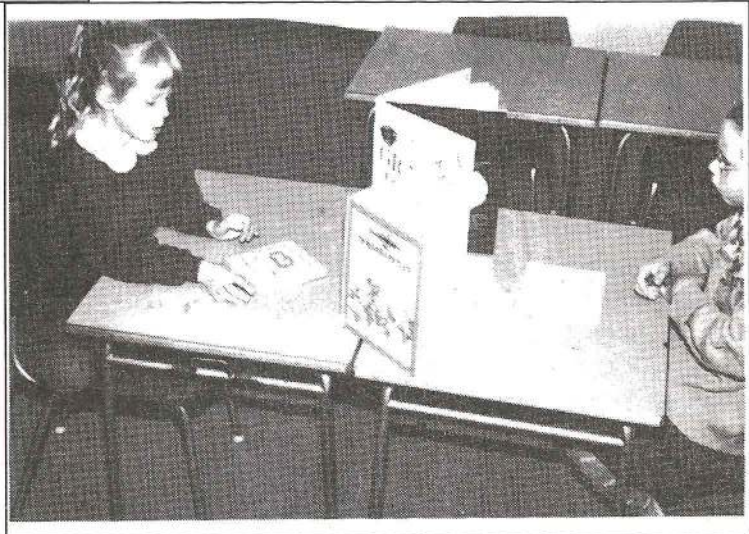
Innan leshópsins var rætt hvernig við gætum notað þessi verkefni við okkar aðstæður. Hvöttum við hvert annað til að prófa þau með nemendum okkar og bárum svo saman bækur okkar á eftir.

Ég prófaði verkefni með 7 ára nemendum mínum sl. vor. Það varðaði samskipti, þ.e.a.s. hvernig nemendum tekst að koma frá sér skilaboðum og upplýsingum og sömuleiðis að taka

við þeim. Þetta verkefni notaði ég til þess að meta hæfileika nemenda í notkun stærðfræðihugtaka og til að leggja mat á orðaforða og skilning.



Ég útbjó fyrir helming nemenda mynd á pinnabretti með tveimur teygjum (sjá teikningu). Nemendur unnu saman í pörum, annar var með autt pinnabretti og 2 teygjur en hinn með myndina sem ég útbjó. Hvorugur sá hjá hinum. Nemandinn með myndina lýsti henni fyrir hinum þannig að sá síðarnefndi gæti búið til alveg eins mynd á sitt bretti. Ég lét allan bekkinn, 20 börn, gera þetta í einu og tók það u.þ.b. 20 mínútur.



Eitt par í einu

Ég ákvað að fylgjast með einu pari í einu og hafði búið mér til atriðalista til að merkja við á meðan ég hlustaði. En þessi atriði voru í stórum dráttum: - hvaða hugtök notaði lýsandinn, - útskýrði hann myndina sem heild eða hlutaði hann hana niður í smærri einingar, - útskýrði hann á mismunandi vegu eða endurtók hann sífellt sömu lýsinguna. Nemendur með auðu brettin fóru að spyrja á móti til að fá staðfestingu á útskýringum. Gerði ég ekki athugasemd við það. Einnig hlustaði ég eftir umræðum nemenda þegar þeir báru saman myndir sínar í lokin og athuguðu hvað var líkt og hvað var ólíkt með þeim. Sumir voru snöggir að þessu og sagði ég þeim að skiptast á að búa til *leynimynd*. Sá ég þá allmargar flóknar myndir sem erfitt var að lýsa.

Myndin ekki eins

Það sem ég heyrði kom mér nokkuð á óvart. Nemendurnir notuðu nánast engin stærðfræðihugtök við lýsingar sínar. Orðið kassi var notað yfir ferhyrninginn, beint upp og beint niður fyrir lóðrétt o.s.frv. Fjöldi nagla var notaður til að staðsetja hyrningana og segja til um stærð. Misskilningur kom t.d. fram við

lýsingu á stærð ferhyrnings, þannig að óljóst var hve margir naglar voru innan í honum.

Mér tókst að fylgjast með þremur pörum. Nemendur í einu þessara para voru mjög duglegir og snöggir að búa til mynd á brettið, unnu vel saman og höfðu gnægð hugtaka á valdi sínu. Annað par var svolítið hikandi og notaði ekki nein stærðfræðihugtök og myndirnar voru ekki eins er upp var staðið. Þriðja parið hafði hreint engan orðaforða og virtist eiga í miklum erfiðleikum með að koma á umræðum. Ég fylgdist lengst með öðru parinu sem lýst er hér að ofan. Annar nemandinn áttaði sig ekki strax á því að myndirnar væru ekki eins þegar

nemendurnir báru þær saman á eftir. Þeir prófuðu aftur og skiptu um hlutverk. Gekk það heldur betur og fengu þeir eins myndir í lokin.

Mér fannst að nemendum þætti þetta skemmtilegt viðfangsefni. Allir virtust leggja sig fram við þessa vinnu. Talsverður hávaði var í stofunni á meðan en ekki virtist það trufla þá við verkefnið. Ég ætla að prófa þetta aftur núna í haust og setja það e.t.v. síðan sem valverkefni í stærðfræðihorni.

Vangaveltur

Hverju var ég nú nær? Jú ég þóttist vita fyrirfram að flest allir nemendur mínir þekktu og skildu stærðfræðihugtökina eins og ferningur, þríhyrningur, lóðrétt og lárétt o.s.frv. En af hverju þeir nota þau ekki er svolítið ihugunar-efni. Er það vegna þess að þeir eru svo ungir að þeim er það ekki tamt enn vegna stuttrar skólagöngu. Eða er það vegna þess að við kennarar ræðum of lítið eða ekki neitt við nemendur á þessum grundvelli? Mér finnst þó íslenska námsefnið gefa tilefni til þess að nota stærðfræðihugtökina nokkuð oft á þessum tveimur fyrstu árum.

Hugur og hönd

Frásögn af verkefni með unglingum á Hól mavík

Ólöf Björg Steinþórsdóttir og Hjördís Gunnarsdóttir

Hér kemur stutt greinargerð um verkefni sem lagt var fyrir 9. bekk í grunnskólanum á Hól mavík. Meginviðfangsefnið var þökun og mynsturgerð. Verkefnið var byggt á kaflanum *Listamenn í starfi* í námsbókinni *Sjónarhorn*, en einnig voru myndir listamannsins Escher uppsetta.

Megintilgangur verkefnisins var að sýna nemendum nýja vídd í stærðfræðinámi sínu og athuga hvernig þeir gætu notað hugtök rúmfræðinnar og nýtt sér þekkingu sína á hornum og eiginleikum marghyrninga við listsköpun. Kennurum fannst verkefnið einnig gefa nemendum tækifæri til að öðlast hlutbundna reynslu á þessu sviði rúmfræðinnar.

Notaðar voru 6 kennslustundir í heild.

1. og 2. kennslustund:

Í upphafi ræddum við, nemendur og kennarar, um reglulega marghyrninga og skilgreindum eiginleika þeirra. Við töluðum um hornastærðir og hornasummu reglulegra marghyrninga. Að því loknu fengu nemendur vinnublað með sjö mismunandi reglulegum marghyrningum, þríhyrningi, ferningi, fimmhyrningi, sexhyrningi, sjöhyrningi, átthyrningi og tólfhyrningi. Nemendur áttu að kanna með hvaða formum væri hægt að þekja og með hvaða formum það væri ekki hægt. Auk þess könnuðu þeir nánar þau form sem ekki var hægt að þekja með, t.d. hvort unnt væri að þekja með tveimur ólíkum formum.

3. - 6. kennslustund:

Við unnum áfram með þau form, sem þekja mátti með. Nemendur völdu sér form og breyttu því á ýmsan máta, þ.e. klipptu af einni hlið (eða fleirum), hliðruðu eða sneru afklippta partinum og límdu. Síðan var farið að þekja og spurningin var hvort enn mætti þekja með forminu. Niðurstaðan var í flestum tilvikum sú að með „nýja“ forminu mátti enn þekja.

Þá var komið að listsköpuninni. Nemendur völdu sér eitt form og breyttu því á margvíslegan hátt. Síðan notuðu þeir nýja formið til að þekja á ný og búa til mynstur. Nemendur bjuggu þannig til einhvers konar „Escher“ lista- verk og var útkoman stórglæsileg.

Verkefnið heppnaðist mjög vel. Krökkun-

um fannst gaman að vinna með höndunum (hlutbundið) eða „föndra“ eins og þeir kölluðu það. Allir gátu verið með og búið til sín eigin listaverk. Það var gaman að fylgjast með umræðum sem áttu sér stað á meðan á verkefninu stóð. Í fyrstu sáu krakkarnir ekki tengsl þessa viðfangsefnis við stærðfræði. Það var ekki fyrr en umræðan beindist að umhverfinu að krakkarnir sáu samhengið t.d. við flatarmálsfræði. Miklar umræður sköpuðust þegar nemendur unnu við að þekja með breyttu grunnformi. Þeir veltu fyrir sér hvernig breyta ætti forminu til að það myndi þekja og hvernig þeir ættu að breyta forminu til að fá ákveðið mynstur fram.

Eins og áður var nefnt var útkoman hjá nemendum stórglæsileg; þeir voru hugmynda- ríkir og sköpunargleði þeirra var mikil. Við kennararnir urðum margs vísari um stöðu nemendanna og getu þeirra til að nýta sér kunnáttu sína og færni til að fá fram falleg mynstur.



Hrímkalt haust

Guðbjörg Pálsdóttir og Sólrún Harðardóttir

Ég er á leið í skólann. Það er sólskin og það er kalt, það kemur gufa út úr munnum á mér og nefinu. Það eru fallegir litir, heiðblár himinn og lauf í öllum ragnbogans litum nema bláu og fjölubláu! Ég er pinulítið stíf í oxturnum af því ég er að berjast við hann kára sem er að stríða mér svolítið. Skólabyllan hringir en ég hef ekki áhuga á að fara inn. Ég vil vera úti í djórúnni.

Það er margt að skoða þarna úti. Margt af því tengist því sem lært er í skólanum. Heimurinn er fullur af fræðum sem við skiljum oft ekki fyrr en við sjáum þau í réttu samhengi. Haustmorgunninn tengist myndlist, veðurfræði, líf-fræði, bókmenntum, heilsufræði og stærðfræði og eflaust ótal mörgu öðru.

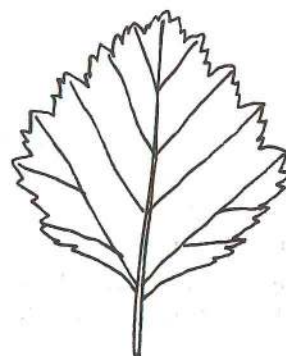
Oft reyna kennarar að höndla raunveruleikann út frá mismunandi sjónarhornum og námsgreinum. Talað er um alls konar þemu eða samþætt verkefni. Dæmi um slíkt gæti verið verkefni sem hétu laufblöð. Hugmyndir að viðfangsefnum gætu komið úr ýmsum námsgreinum. Hér verða birtar nokkrar hugmyndir tengdar stærðfræði sem geta hentað nemendum á mismunandi aldri. Laufblöð gefa tilefni til ýmissa stærðfræðilegra athugana og vanga-veltna og fara má ótal leiðir í skipulagningu vinnunnar.

Upphaf verksins gæti verið að nemendur söfnuðu mismunandi laufblöðum og flokkuðu þau eftir lögun. Hægt væri að bera saman flokkun nemendanna innbyrðis og einnig við þá flokkun sem lýst er í bókinni *Ég greini tré* eftir Sveinbjörn M. Njálsson. Hvern flokk má síðan rannsaka nánar. Þar má draga út þrjá meginþætti, þ.e. form, fjölda og stærð.

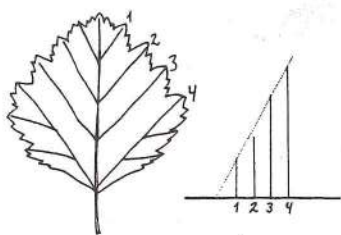
Form

Samhverfa í laufblöðum er mjög áberandi einkenni þar sem speglunarsínn er mjög skýr. Gott er að nota lítinn spegil til þess að skoða þetta. Við það að þrykkja með laufblaðinu koma æðar og útlínur laufblaðsins skýrt fram og verður samhverfan þá enn ljósari. Einnig gætu nemendur límt hálf laufblað á spjald og teiknað hinn helminginn með hjálp spegils og borið útkomuna saman við þann helming laufblaðsins sem var klipptur af. Það er áhugavert að skoða frávikin frá hinni „fullkomnu“ samhverfu.

Lögun laufblaða greinir þau hvert frá öðru. Nemendur þurfa að átta sig á einkennum



formsins og uppbyggingu þess. Bygging laubblaða er regluleg eins og sést vel ef hlutföll í lengdum æða eru skoðuð.



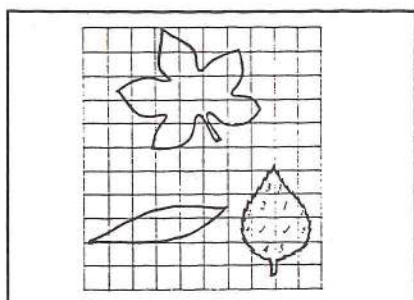
Einnig er áhugavert að skoða form trjána sem laubblöðin koma af. Form trjáa og runna eru ólík, einnig form trjátegunda t.d. selju og aspar.

Fjöldi

Við skoðun laubblaða má skoða fjölda. Yngstu nemendurnir geta talið æðar, sepa og fjölda blaða á samsettum blöðum. Áætla má fjölda laubblaða á tré og er þá mikilvægt að nemendur finni sjálfir leiðir til þess. Það má ganga enn lengra og velta fyrir sér fjölda laubblaða í garðinum, skóginum o.s.frv. Hvað með þyngdina? Hvað skyldu laubblöð af einu tré veða mikið?

Stærð

Laubblöð eru mismunandi að stærð. Þau má flokka eftir stærð en einnig velta fyrir sér spurningum eins og: hve stórt er stórt laubblað, hve stór eru stór birkilauf, eða asparlauf? Flatarmál þeirra má áætla með því að leggja þau á fersentímetrapappír og teikna í kring.



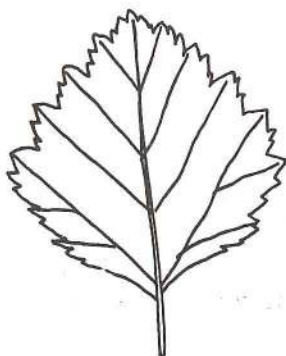
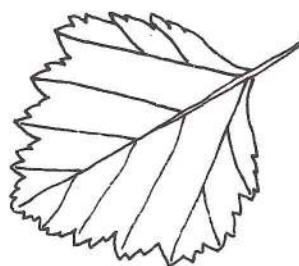
Og þá kemur spurningin: Hvað á að gera við reiti sem ekki tilheyra laubblaðinu nema að hluta til? Þannig má

mæla stærð stærsta og minnsta laubblaðs og athuga mismuninn. Einnig má finna meðal-laubblaðastærð mismunandi trjátegunda og setja jafnvel fram á myndriti.

Haustlitirnir eru heillandi og tóna vel. Í einu haustlaufi eru oft margir litir og má reikna út hlutfall hvers litar í hundraðshlutum. Einnig er gaman að skoða samsetningu lita. Nemendur gætu reynt að blanda málningu saman til að fá fram ákveðinn haustlit og athuga hlutföll litanna sem í blönduna fara.



Við viljum láta lesendum það eftir að halda áfram þessari þankahríð. Ljóst má vera að ekki er alltaf nauðsynlegt að fara langt til að finna uppsprettu áhugaverðra viðfangsefna sem nemandinn verður ríkari af að takast á við.



Áhrif prófa á vinnu nemenda

Ársæll Guðmundsson

Á meðan sérfræðingar halda áfram að karpa um réttmæti og áreiðanleika matsaðferða munu kennarar halda áfram að mynda sér skoðanir um árangurinn af sínu starfi. Þeir munu halda áfram að meta nemendur á sinn hátt. Því er nauðsynlegt að kennarar geri sér grein fyrir því að það námsmat sem þeir stunda hefur mikil áhrif á hvernig nemendur læra. Námsmatið myndar með nemendum hugmynd um hvað sé þekking og hvernig best sé að öðlast hana.

Löngum hafa skólamenn reynt að skil-



greina hvað það er sem hefur áhrif á hvernig nemendur læra og hvað þeir læra. Leitin heldur áfram en ég ætla að tæpa hér aðeins á einum þætti sem talinn er hafa mikil áhrif í fyrrgreinda veru, þ.e. þáttur skólaprófa. Útgangspunktur umræðunnar hér á eftir er sú spurning hvort tíðni prófa á Íslandi sé svipuð og í Svíþjóð en rannsóknir í Svíþjóð sýna að nemendur (frá unglingastigi grunnskólans og upp í gegnum framhaldsskólann) þreyta að meðaltali tvö próf á viku. Fyrir flesta nemendur er námið þar af leiðandi einungis undirbúningur fyrir næsta próf. Ég hef ekki ástæðu til að ætla annað en að ástandið sé svipað á Íslandi. Með hugtakinu próf á ég hér við allt það atferli kennara sem miðar að því að meta færni og getu nemenda í þeim tilgangi að gefa útkomunni eitthvert gildi.

Í umræðunni um námsmat og vitnisburð hefur það viljað verða útundan að ræða um svokölluð „kennaragerð próf“, þ.e.a.s. próf sem kennarar semja (oftast) og leggja fyrir í skólastofunni (í sínum bekk). Ekki ætla ég mér hér að ræða sérstaklega tilganginn með þessum prófum heldur hitt, hver áhrif innihalds prófanna eru á þann sem þreytir þau. Oft á tíðum sjá nemendur enga aðra umbun vinnu sinnar en niðurstöður námsmats sem oftast er í formi prófa (skriflegra). Og niðurstaða námsmatsins er í flestum tilfellum tala á bilinu 1–10.

Nemendur leggja mismikið á sig til að fá háar einkunnir en sameiginlegt öllum nemendum er að það er eitt-hvað óæskilegt við það að fá lágur einkunnir. Hvað er það sem ræður því að sumir nemendur fá háar einkunnir og aðrir lágur? Einfaldast er að svara því til að sumir nemendur séu betur gefnir en aðrir. Hvað um það, ég ætla svo sem ekki að eyða miklu púðri í þá umræðu heldur vil ég sýna fram á að form prófspurninganna hefur mikil áhrif á nám þeirra nemenda sem þreyta prófin. Þetta er að sjálfsögðu hluti af hinni svokölluðu „duldu námskrá“.

Án efa eru próf og einkunnir, sem af þeim eru sprottnar, eitt það mikilvægasta sem hefur áhrif á manneskjur þegar nám á sér stað og á það við um flest menntastig. Að líta á próf sem helstu orsökina fyrir því, hvernig og hvað lært er og að vissu marki hvernig kennslunni er háttað, þýðir að höfð hafa verið endaskipti á stöðu prófa, þar sem útkoman á prófi er oftast túlkuð sem niðurstaðan eða árangurinn af námi og kennslu. Með öðrum orðum má segja prófin hafa öðlast nýtt gildi. Breyta sem áður var óháð (oberoende) er nú orðin sú breyta sem hefur áhrif á útkomuna (nám og kennslu). Prófin eru sem sagt tækið sem segir til um og ákvarðar hvernig og hvað nemendur læra ásamt því að stýra kennslunni í mörgum tilvikum. Í stuttu máli sagt þá gera próf ákveðnar kröfur til nemenda og með því

að nemendur eru reglulegir þátttakendur í prófum (að meðaltali eitt til tvö próf í viku) þá læra nemendur á skömmum tíma hvað ætlast er til að þeir kunni, hvaða og hvernig kröfur eru gerðar til þeirra og aðlaga námið að þessum kröfum. Þó því sé haldið fram hér að próf séu stærsti áhrifaþátturinn um hvernig og hvað nemendur læra þá er ekki þar með sagt að kennarar séu meðvitaðir um þessa stýringu sem kemur fram í prófum. Þvert á móti eiga sjálfsagt margir kennarar erfitt með að átta sig á hvílíkur áhrifavaldur kunnáttuprófin eru. Það er í gegnum prófin og form þeirra sem hin raunverulegu markmið með kennslunni verða sýnileg.

Hvernig kennarar orða prófspurningar er því stórmál. „En hvað með stærðfræðina? Þar er þetta ekkert vandamál, maður er bara með dæmaspurningar. Skýr dæmi þar sem ekki fer á milli mála hvort dæmið er rétt reiknað eða ekki“, hvíslaði einhver í eyra mér. Það er rétt að stærðfræðin verður alltaf á einhvern hátt útundan þegar verið er að ræða um námsmat, sérstaklega „pólana“ huglægt mat og hlutlægt. Ég spyr á móti: „Af hverju ætti mat og prófspurningar að vera eitthvað öðruvísi í stærðfræði en í öðrum námsgreinum?“ Oft hefur því verið haldið fram að ekki mætti ofgera ungum nemendum með orðadæmum vegna þess að þá væri verið að kanna lestrarkunnáttu þeirra en ekki stærðfræðikunnáttu.

Við verðum að gera okkur grein fyrir því að einn af stóru þáttunum í stærðfræði er að kunna að lesa og verða læs á umhverfi sitt.

Áherslur í kennslu eru sífellt að breytast með þróun samfélagsins og fræðanna. Hvað varðar stærðfræði þá kemur þessi breyting kannski hvað gleggst í ljós í drögum að nýrri námskrá fyrir sænska grunnskólann sem gefin voru út í maí 1993. Þar segir m.a. um stærðfræðikennslu í grunnskóla að áhersla skuli lögð á sjálfstæða hugsun nemenda og þrautlausnir en það er talið vera mikilvægasta markmiðið með stærðfræðikennslunni. Skólinn á að

veita nemendum grunnþekkingu í stærðfræði sem nýtist nemandanum í daglegu amstri og gera nemendur færa um að túlka á sem bestan hátt allt það upplýsingaflæði sem streymir um samfélag dagsins í dag. Stærðfræðin er nefnd sem ein af kjarnanámsgreinum skólans og ein sú mikilvægasta. Kennslan á að miða að því að styrkja sjálfstraust nemenda í stærðfræði. Það kemur berlega í ljós að nemendur eiga að vinna meira á eigindlegum (kvalitatív) nótum en meginlegum (kvantitatív). Af þessu leiðir að rétt er að gera námsmátið eigindlegt frekar en meginlegt. Til að útskýra þetta nánar skulum við líta á muninn á eigindlegum og meginlegum prófspurningum. Með meginlegum spurningum er samhangandi formgerð brotin niður í smáhluta (staðreyndir án samhengis). Með meginlegum spurningum er gengið út frá að þekking sé heildstæð.

Meginleg spurning: Hvað er það sem ákvarðar verðið á vöru?

Eigindleg spurning: Hvers vegna kostar t.d. ein bóla 5 kr. en ekki 7 kr.?

Mögulegt svar við meginlegu spurningunni er; framboð og eftirspurn. En nemendur útskýra ekki hvað felst í hugtökunum framboð og eftirspurn og sýna því einungis

að þeir muna svarið en ekki hvort þeir búa yfir einhverri þekkingu á efninu. Spurning sem hefst á orðunum: *Hvers vegna-* er alltaf eigindleg. Mögulegt svar við eigindlegu spurningunni krefst þess af nemendum að þeir setji hlutina í samhengi, viti þeir svarið. Þeir



þurfa að ræða um eitthvað sem er raunverulegt, þ.e. verð á einni bollu. Þess ber að geta að þó spurningar af gerðinni *Hvers vegna...* séu notaðar þá þurfa svörin ekki alltaf að vera sótt í langtímaminni nemandans. *Hvers vegna...* spurningin um bolluna inniheldur tvo mikil-

væga þætti, sem „þvinga“ nemandann til að nota djúpnámstækni. Fyrst ber að nefna sjálft fyrirbærið „Hvers vegna“ sem felur í sér innbyggða kröfu um að nemandinn færi rök fyrir sínu máli. Samhengislaus staðreyndaupptalning er ekkert svar við spurningunni. Einnig það að vísað er í raunveruleg dæmi sem nemandinn þekkir úr daglega lífinu og gerir það að verkum að hann tengir spurninguna við reynsluheim sinn. Spurningin knýr þannig nemandann til að tengja það sem hann hefur lært við fyrri þekkingu sína á vörunni.

Minnst var á hugtakið djúpnámstækni en samkvæmt niðurstöðum rannsókna sænska Inom (Inlärning och omvärldsuppfattning) hópsins þá má skipta námstækni nemenda í tvo þætti, djúpnámstækni (djupinriktning) og yfirborðsnámstækni (ytinriktning). Yfirborðsnámstækni felur í sér að nemendur eru uppteknir af því að leggja þekkingarbita á minnið í þeim tilgangi að geta endurtekið þá á prófi. Með yfirborðsnámstækni er ekki lögð áhersla á samband eða uppbyggingu þess efnis sem verið er að vinna með. Með yfirborðsnámstækni er fyrri þekking eða reynsla ekki tengd nýrri þekkingu. Yfirborðsnámstækni er einskonar einstefna þar sem nemandinn útilokar sig og sinn reynsluheim en reynir að muna eins mikið og mögulegt er af þeim texta sem fengist er við, oftast orðrétt. Djúpnámstækni er það kallað þegar nemandinn byggir upp þekkingu sína með því að finna tengsl, samhengi og orsakir. Með djúpnámstækni er ný þekking borin saman við fyrri þekkingu og reynslu. Lýsa má djúpnámstækni sem innra samspili þess sem nemur (les) og þess boðskapar sem fram kemur í textanum sem lesinn er. Hvað varðar stærðfræði er augljóst að kannanir sem nær eingöngu miða að því að kanna reikningskunnáttu nemenda og færni í að muna reglur eru ekki til þess fallnar að auka skilning þeirra á eðli og notagildi sjálfrar stærðfræðinnar. Með aukinni áherslu á þrautalausnir og færni nemenda í að túlka umhverfi sitt og þær upplýsingar, sem streyma um upplýsingaþjóðfélag okkar, þá verða sjálfkrafa áherslubreytingar í stærðfræðikennslunni og á stærðfræðiprófum. Minnka verður dæmaflóðið og auka spurningar af eiginlegum toga.

Í bókinni *Up to the mark* (1974) staðhæfa Carolin Miller og Malcom Parlett að skipta megi nemendum í þrjá hópa eftir því hvernig og hvort þeir reyna að fá út úr kennaranum hvað komi á prófi, þ.e.a.s. hvað vert er að vita og leggja áherslu á í náminu í þeim tilgangi að fá góðar einkunnir. Í fyrsta lagi eru það nem-

endur sem nefndir hafa verið „Cue-seekers“. Hér er átt við nemendur sem eyða mikilli orku og tíma í að komast að því hvernig þeir geti fengið sem hæstar einkunnir með því t.d. að skoða gömul próf og verkefni, velta fyrir sér hvað komi á prófi og hvað falli kennaranum vel í geð. Í öðru lagi eru það „Cue-conscious“ nemendur en þeir eru meðvitaðir um að hægt er að afla sér upplýsinga um grundvöll einkunnagjafa hjá kennurum en notfæra sér það ekki af einhverjum ástæðum. Að lokum eru það „Cue-deaf“ nemendur en þeir eru ekki á þeim buxunum að eyða tíma og orku í þessa hluti (meðvitað og ómeðvitað) heldur sökkva þeir sér niður í námsefnið, gleyma sér í einstökum þáttum þess eða hafa einfaldlega ekki áhuga á því sem verið er að kenna. Samkvæmt Miller og Parlett eru það „Cue-seekers“ sem fá yfirleitt hæstu einkunnirnar. Niðurstaðan er sú að það „borgar sig“ að taka þátt í spilinum um einkunnirnar frekar en að huga bara að innihaldi námsins. Hví ekki gera nemendum lífið léttara og útskýra að hausti eða í byrjun námsáfangna hvernig námsmátið muni líta út svo ekkert fari á milli mála. Nemendur geta þá eytt orkunni í sjálft námið.

Helstu heimildir:

Ds 1990:60 Betygens effekter på undervisningen. Utbildningsdepartementet, Stockholm: Almäna Förlaget.

Marton, F&Dalgren, L-O. & Svenson, L. & Säljö, R. (1977) Inlärning och omvärldsuppfattning. Stockholm: Almquist & Wiksel förlag AB

Måhl, Per (1991) Betyg - men på hvad? Stockholm: HLS Förlag

Prop, 1992/93:220. En ny läroplan för grundskolan och ett nytt betygssystem för grundskolan, sam skolan, specialskolan och den obligatoriska sarskolan. Regeringens proposition.

SOU 1992:86. Et nytt betygssystem. Utbildningsdepartementet. Stockholm: Almäna Förlaget.

Oddatölur og sléttar

Guðmundur Arnlaugsson

Í okkar daglega umhverfi verða tölur víða á vegi okkar. Margar þeirra geta verið uppspretta rannsókna og vangaveltna um mynstur og regluleika. Heilmikla skemmtan má hafa af leik með tölur og er eftirfarandi grein dæmi um slíkt.

“Hvað er ártalið, eitthvað lætur í eyrum mér, færast nær”,

orti Guðmundur Kamban endur fyrir löngu. Við ritum nú árið 1993 og röðin frá upphafi þessa tímats: 1,2,3,...,1990, 1991, 1992, 1993 er orðin býsna löng, þótt ekki sé farið aftur en að núlli.

Það má leika sér að því að gera þessa röð styttri á ýmsa vegu, til að mynda með því að strika tvær tölur út og setja mismun þeirra í staðinn. Í hvert sinn sem það er gert fækkar tölunum um eina. Þetta má gera á marga vegu.

Með því að byrja framan á röðinni og gera þetta við granntölur alla leið:
 $2-1=1$, $4-3=1$, $6-5=1$, ..., endum við á $1992-1991=1$ og röðin verður svona:
1,1,1,1, ...,1,1993. Tölunum frá 1 til 1992 hefur fækkað um helming. Með sama framhaldi fáum við næst 0, 0, 0, ..., 0, 1993. Núllunum er svo auðvelt að eyða með frádrætti og að lokum verður aðeins talan 1993 eftir.

Einnig væri hægt að skilja 1 eftir, en nota að öðru leyti sömu aðferð. Þá fæst:
 $3-2=1$, $5-4=1$, ..., $1993-1992=1$ og röðin verður 1, 1, 1, ..., 1. Þarna verður fjöldi talnanna oddatala og því stendur 1 eftir að lokum.

Einnig má beina athyglinni að miðtölunni í röðinni:

1, 2, 3, ..., 996, 997, 998, ..., 1991, 1992, 1993.
Fyrir framan miðtöluna 997 eru 996 tölur, fyrir aftan hana aðrar 996 tölur. Nú má draga fremstu töluna frá fremstu tölu fyrir aftan miðju og þannig áfram:
 $998-1=997$, $999-2=997$, $1000-3=997$, ..., $1993-996=997$

Við þessa frádrætti breytist röðin í: 997, 997, 997, 997, ..., 997

Hve margar eru þessar tölur og hver verður lokatalan, ef haldið er áfram að draga frá? Fjöldi talnanna er $996+1$ og að lokum stendur talan 997 ein eftir.

Hér hafa verið sýndar þrjár leiðir við

frádráttinn, allar nokkuð reglulegar. En hann má framkvæma á ótal vegu, jafnvel af fullkomnu handahófi, endirinn verður alltaf hinn sami: ávallt stendur ein tala eftir að lokum.

Manni dettur þá í hug hvort nokkuð sé unnt að segja um þá tölu sem eftir verður, hvort nokkur regla gildi um hana, hvernig sem farið er að við frádráttinn. Og nú er kannski ráð að velta fyrir sér áður en lengra er lesið.

Heilu tölunum má skipta í flokka eftir ýmsum sjónarmiðum. Eitt þeirra er skiptingin í sléttar tölur og oddatölur sem nefnd er í fyrir-sögn þessa greinarstúfs. Ef við lítum á frádrátt í ljósi þessarar skiptingar í flokka, sjáum við að

(1) slétt tala – oddatala = oddatala

(2) oddatala – slétt tala = oddatala

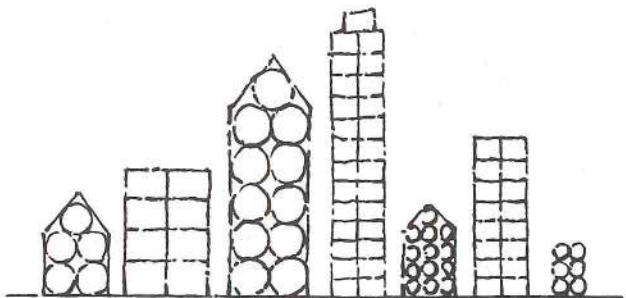
(3) oddatala – oddatala = slétt tala

(4) slétt tala – slétt tala = slétt tala

Ef við virðum þessar jöfnur fyrir okkur, sjáum við að í (1) og (2) stendur fjöldi oddatalna í stað (ein hverfur og önnur kemur fram), en sléttu tölunum fækkar um eina. Í (3) fækkar oddatölum um tvær, en ein slétt bætist í hópinn. Í (4) fækkar sléttum tölum um eina, en fjöldi oddatalna stendur í stað.

Af þessu sést að við hverja aðgerð getur sléttum tölum fjölgað eða fækkað um eina, en fjöldi oddatalna getur ekki breytst nema á þann hátt að fækka um tvær. Nú eru í upphafi 996 sléttar tölur, en oddatölurnar eru 997. Af þessum hugleiðingum leiðir því að talan sem eftir stendur, þegar búið er að fremja frádráttinn nógu oft, hlýtur að vera oddatala, hvernig sem farið er að.

En hvernig skyldi endirinn verða ef þetta væri gert á næsta ári, 1994?



Að loknu námskeiði

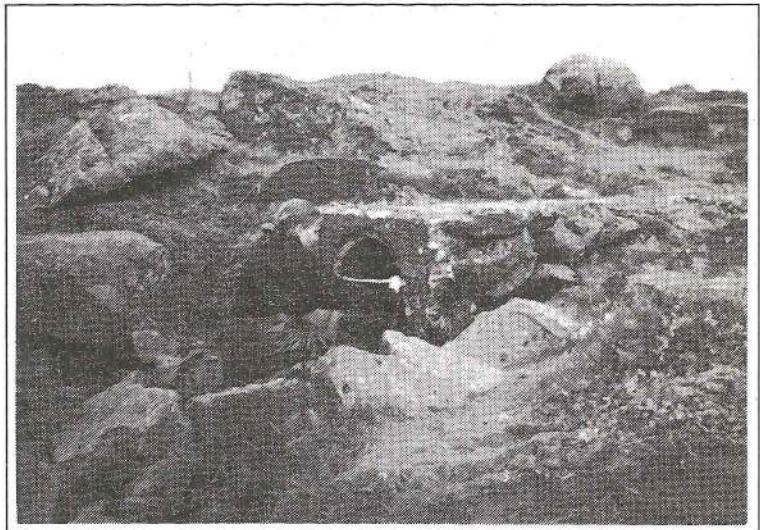
María Eir Magnúsdóttir:

Dagana 18.– 26. ágúst 1993 var ég þátttakandi á námskeiði í notkun myndefnis og tölvuforrita í stærðfræðikennslu, sem haldið var á vegum endurmenntunardeildar KHÍ. Námskeiðið var þannig uppbyggt að þátttakendur hlýddu á fyrirlestra, tóku þátt í umræðum, skoðuðu og unnu með tölvuforrit og myndefni ýmis konar. Þátttakendum var skipt í hópa sem skipulögðu vinnu með unglingum á aldrinum 13-16 ára. Lögð voru fyrir þá ýmis verkefni sem byggðu á þeirri reynslu sem þátttakendur höfðu öðlast í gegnum vinnu á námskeiðinu. Kennarar voru Anna Kristjánsdóttir og Ásgerður Magnúsdóttir. Einn dag námskeiðsins hélt Norman Webb frá Wisconsin-háskóla fyrirlestur um námsmat í stærðfræði.

Eins og flestir þekka af eigin reynslu, annað hvort sem nemendur eða kennarar, þá hefur rík áhersla verið lögð á það í stærðfræðikennslu, ekki síst í efri bekkjum grunnskólans, að kenna nemendum eina góða aðferð eða reglu, sem oftast er slitin úr samhengi við umhverfi það sem hún er sprottin úr. Að komast að hinu eina rétta svári virðist megintilgangurinn. Þetta eina rétta svar vegur svo þyngst þegar komið er að mati á getu nemenda. Oft hef ég leitt hugann að því hvort sú stærðfræðikunnátta, sem nemendur öðlast á þennan hátt, nýtist þeim sem skyldi. Í þeirri vinnu, sem fram fór á námskeiðinu, var lögð áhersla á að viðfangsefni stærðfræðinnar væru sótt í það umhverfi sem þau eru sprottin úr og þau lögð þannig fyrir nemendur að þeir fengu tækifæri til að athuga, skrá hjá sér, spyrja, prófa, setja fram tilgátur og kenningar og færa rök fyrir aðgerðum sínum. Mér fannst ég geta séð að vinna sem þessi skilar nemendum hagnýtari þekkingu, þekkingu sem þeir tengdu daglegu lífi og nánasta umhverfi sínu.

Samstarfshóparnir skipulögðu, eins og áður sagði, vinnu með unglingum þar sem lögð var áhersla á að nálgast viðfangsefnin á þennan hátt. Mjög mörg mismunandi verkefni voru unnin og má t.d. nefna að farið var í Hagkaup,

þar sem unglingarnir skoðuðu form ýmissa umbúða. Síðan var unnið út frá því með yfirborðsflatarmál, rúmmál, hagkvæmni, umhverfismengun og fleira. Annar hópur fór í Öskjuhlíðina með það fyrir augum að skoða umhverfi hennar út frá stærðfræðilegu sjónarhorni. Teknar voru myndir af formum í umhverfinu, framkvæmdar ýmsar mælingar og fleira. Hópur unglinga vann með tölvuforritið Logo, þar sem m.a. var fjallað um á horn, hornastærðir, gráðufjölda í hring, forritun og samsetningu.



Reynsla mín af notkun myndefnis og tölvuforrita í stærðfræðikennslu er ekki mikil. Mér er það ljóst eftir þetta námskeið að mikið er til af fjölbreyttu efni af þessum toga, sem nýst gæti vel til kennslu í stærðfræði og þá ekki bara sem ítarefni heldur sem óþrjótandi uppspretta þekkingar og fjölbreytilegra vinnubragða. Ég hafði gert mér þá hugmynd um vinnu með gögn eins og tilbúin kennsluforrit að þau væru þess eðlis að kennarinn hefði litlu við þau að bæta og því væri hlutverk hans ekki annað en það að koma þessari vinnu af stað. Annað kom á daginn. Unglingar í dag eru flestir vanir tölvum, mest í gegnum tölvuleiki þar sem hraði og spenna eru alls ráðandi. Í vinnunni með kennsluforritin kom í ljós að þolinmæði þeirra við þessa vinnu var takmörkuð og kannski er hægt að sækja hluta skýringarinnar í eðli tölvuleikja. Unglingunum dugði ekki það að auka þyngdarstig vinnunnar. Það var ekki næg

ögrun. Til þess að nemendur fái sem mest út úr svona vinnu er mikilvægt að kennarinn sé meðvitaður um það sem fram fer og fær um að grípa inn á réttum stöðum, koma af stað umræðu með spurningum eða verkefnum sem beina nemendum áfram og fær þá til að sjá nýjan krefjandi flöt á vinnunni.

Samhliða breyttum áherslum og vinnubrögðum í stærðfræðikennslu þurfa að fylgja breytingar á námsmati. Ég vísa til greinar Meyvants um þetta málefni. Námsmat má ekki líta á sem lokaniðurstöðu eða endapunkt einhverrar vinnu heldur upphaf áframhaldandi framþróunar.

Hins vegar er hér komið að mínum endapunkti. Ég hef rétt drepið á þá þætti sem mér eru efst í huga að loknu þessu námskeiði. Ég vil þakka Önnu Kristjánsdóttur og Ásgerði Magnúsdóttur fyrir gott námskeið.

Birgir Edwald:

Þegar við kennarar stöndum frammi fyrir því á hverju hausti að endurskoða fyrri vinnubrögð og skipuleggja væntanlegt vetrarstarf er mjög gott að komast á námskeið eins og það sem Anna hélt fyrir okkur í ágúst sem leið. Einn þáttur af mörgum áhugaverðum á því námskeiði var hvernig nýta má tölvur og tölvuforrit til kennslu. Fljótt á litið gæti maður haldið að það væri einfalt mál svo lengi sem maður kemur þeim í gang. Öll forrit „með sjálfsvirðingu“ hafa innbyggða hjálp og greinargóðar leiðbeiningar, og ef allt um þrýtur er jafnvel hægt að lesa bæklinginn sem fylgir! En þegar grannt er skoðað og á hólminn komið eru tæknilegu vandamálín ef til vill ekki þau sem mestu máli skipta. Sumir mundu ef til vill ganga svo langt að segja að til væru skemmtilegri vandamál sem meira væri um vert að leysa.

Það kom vel fram í vinnu okkar á námskeiðinu að meginatriði er hvernig forritunum er beitt og hvernig þau eru fléttuð inn í kennsluna. Ekki nægir að kveikja á snjóllu, kennslufræðilega djúphugsuðu forriti og láta nemendur síðan um að neyta þess sem það hefur upp á að bjóða. Með því að útbúa verkefni sem tengjast tilteknum þáttum stærðfræðinnar og tilteknum forritum til að vinna með þá þætti, varð tölvan mun áhugaverðara tæki en annars og stærðfræðin, sem að baki liggur, ljósari nemendum.

Í ljós kom hve varasamt það er að ætla tölvunni og forritinu það hlutverk að stjórna kennslunni. Þá urðu forritin leiðinleg og tilgangur vinnunnar óljós og áhuginn dvínaði. Kennaranum þarf að vera ljós tilgangurinn og leiðirnar, en tölvan er aðeins eitt hjálpartæki af mörgum til að ná settum markmiðum. Kennarinn þarf að gera sér grein fyrir með hvaða hætti tölvan getur orðið námi nemandans til framdráttar og gera áætlun sem tekur mið af því.

Þau forrit sem kennurum standa til boða eru misjöfn að því leyti hversu ráðandi þau eru um tilhögun kennslunnar. Sum byggja á ákveðinni hugmynd höfundarins um hvernig kennslan eigi að fara fram en önnur skapa nemandanum vettvang til að vinna á. Það er síðan í höndum kennarans hvernig nemandinn vinnur úr þeim tækifærum sem bjóðast. Það kom á óvart hversu vel staðlaður skrifstofuhugbúnaður eins og Excel hentar til stærðfræðikennslu. Í því tilviki er stjórnin alfarið í höndum kennarans. Hann þarf að útbúa verkefni sem fela í sér þá þætti stærðfræðinnar sem vinna skal með en forritið er alfarið í bakgrunni sem vettvangur vinnu nemandans. Þá má ekki gleyma Logo, en það getur einmitt verið slíkur vettvangur til að vinna á með stærðfræði í víðum skilningi.

Það er ljóst að mikil gróska er í þessum málum og gaman að fylgjast með nýjum hugmyndum og nýjum starfsaðferðum sem koma fram og munu gera starf okkar stærðfræðikennara enn áhugaverðara en áður hefur verið.



Stærðfræðikennarinn — hver er það?

Anna Kristjánsdóttir

Lokaðu snöggvast augunum og athugaðu hvaða kennari kemur upp í hug þér. Er það kennarinn þinn í framhaldsskóla eða einhver þeirra stærðfræðikennara sem þú hafðir þá? Er það kennarinn þinn á unglingastigi eða einhver þeirra sem þá kenndi þér stærðfræði? Er það kennarinn þinn í kennaranámi? Eða er það miðstigskenningarinn sem kenndi þér að reikna með almennum brotum og tugabrotum? Eða kynni að vera að það sé kennarinn sem leiddi þig fyrstu skrefin í byrjendakennslu?

Það er reyndar líka hugsanlegt að í hug þér komi einhver utan veggja skóla, einhver sem leiðsagði þér og lagði fyrir þig ýmis verkefni úr daglegu lífi þar sem þú gast notað stærðfræði til lausnar. Margir hafa átt góða félagi í hópi fullorðinna, félagi sem höfðu gaman af að leggja þrautir og verkefni fyrir unga kolla.

Stærðfræðikunnátta er veigamikill hluti almennrar menntunar. Það að geta fært sér stærðfræði í nyt í daglegu lífi er mönnum ekki aðeins til hagræðis og gagns heldur oft til ánægju og gleði. En kunnáttan á sviði stærðfræði og næmni einstaklingsins á það hvar hún komi að gagni og varpi ljósi á viðfangsefni, er í beinu samhengi við það hvernig einstaklingurinn kynnist hugtökum og vinnuaðferðum þessarar námsgreinar.

Það skiptir máli að leggja áherslu á stærðfræðilegt læsi, að gera sér grein fyrir því hvaðan viðfangsefnin koma ekki síður en að læra leiðir til að leysa þau. Það þarf að læra að taka eftir því hvar viðfangsefnin er að finna, að orða þau og átta sig á ýmsum leiðum til að leysa þau ekki síður en að þaulæfa tiltekna aðferðir við lausn. Þetta hefur alltaf skipt miklu máli eins og glögg má sjá af skrifum forystumanna fyrir löngu síðan, bæði hér á landi og erlendis. En í tæknivæddu þjóðfélagi nútímans skiptir þetta höfuðmáli hvar sem er á skólagöngunni, allt frá byrjendastigi upp á framhaldsskólastig.

Og hvaða kennarar efla þetta stærðfræðilega læsi, skapa aðstæður til þess að sjá hvar viðfangsefni stærðfræðinnar er að finna í

umhverfinu, hjálpa til að túlka niðurstöður í samhengi, styrkja nemendur við að finna leiðir til að leysa viðfangsefni sem skipta máli?

Þetta er í raun verkefni allra kennara. En hlutverk bekkjarkennarans, sem kennir nemanda fyrstu 7 árin, er hér ekki veigaminna en hlutverk þeirra sem kenna eldri nemendum. U.þ.b. helmingur alls stærðfræðináms, sem meginþorri Íslendinga fær, er í höndum bekkjarkennarans. Það nám sem stundað er undir handleiðslu bekkjarkennarans á áhrifamiklu mótunarskeiði leggur ekki aðeins grundvöll að kunnáttu og skilningi heldur einnig viðhorfum, sjálfsmati og vinnubrögðum. Stærðfræðilegt læsi verður að verulegu leyti til á þeim tíma sem nemandi er hjá sínum bekkjarkennara.

Hér með er ekki sagt að áhrifamáttur kennara á unglingastigi, framhaldsskólastigi og í háskólum sé ekki verulegur og heldur ekki sagt að ekki megi snúa þróun við þótt á einhverju aldurskeiði hafi tekist verr en skyldi. En hér er lögð áhersla á mikilvægi bekkjarkennarans sem stærðfræðikennara og að bekkjarkennari líti á sig sem slíkan í starfi sínu með börnum.

Flötur var stofnaður til að auka umræður stærðfræðikennara og skapa þeim aðstæður til að styrkja sig enn frekar í starfi en unnt hefur verið eftir öðrum leiðum. Það skiptir miklu máli að miðla því sem ávinnst og leita sífellt lengra. Stjórn Flatar og þeir sem þegar eru komnir í hópinn bjóða öllum stærðfræðikennurum að vera með – ekki síst bekkjarkennurum.

Af erlendum vettvangi

Markmið Flatar er m.a. að efla umræðu um markmið og áherslur í stærðfræðinámi. Slíkar umræður hafa aukist mjög, bæði í nágrannalöndum og alþjóðlega, á undanförunum aldarfjórðungi. Það sýnir sá fjöldi nýrra tímarita sem hafið hafa göngu sína og einnig mikill fjöldi bóka um stærðfræðimenntun.

Flatarmál munu reyna að flytja lesendum sínum reglulega fregnir af erlendum vettvangi, frá stærðfræðikennarasamtökum, af ráðstefnum og rannsóknum og um útgefið efni. Ritstjórn hvetur þá, sem leggja vilja þessum dálki lið, að senda inn efni. Fyrstu fregnirnar eru af viðfangsefnum alþjóðasamtaka um stærðfræðimenntun.

Alþjóðasamtök um stærðfræðimenntun sem kallast *International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)* beita sér fyrir ýmiss konar starfi til eflingar stærðfræðimenntun. Meðal annars heldur ICMI ráðstefnur um valin svið og kallar þá til fjölmarga heimfræga sérfræðinga. Hér skal vakin athygli á tveimur nýjum viðfangsefnum.

Vorið 1991 var haldin á Spáni ráðstefna um "*Assessment in Mathematics Education and Its Effect*". Aðalstjórnandi ráðstefnunnar og ritstjóri tveggja bóka sem komu út í kjölfar hennar var Mogens Niss við Hróarskelduháskóla í Danmörku en hann er jafnframt framkvæmdastjóri ICMI. Í kjölfar víðtækrar umræðu um nauðsyn breytinga í uppbyggingu stærðfræðináms hefur fylgt umræða um námsmat og er víða verið að reyna leiðir sem víkja verulega frá hinum alpekktu skriflegu prófum. Þessar leiðir miða m.a. að því að námsmat nýtist betur í námi en verið hefur, að nemandinn eigi sjálfur betri kost á að fylgjast með árangri sínum og skilningi og ekki síst að reyna að meta mikilvæga þætti í stærðfræðilegum skilningi sem ekki hefur tekist í eldri prófgerðum.

Íslenskir kennarar hafa í dálitlum mæli kynnst þeirri umræðu sem hér er vísað í því að einn sérfræðinganna á ráðstefnunni, Bandaríkjamadurinn Norman Webb frá University of

Wisconsin í Madison, sótti okkur heim sl. sumar og fjallar ein greinin í þessu hefti um komu hans. Þá var komið inn á þessar hugmyndir í starfi leshóps um bandaríska ritið "*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*" en frá því starfi var sagt í síðasta tölublaði Flatarmála. Þeim, sem áhuga hafa á að kynna sér þessi mál frekar, er bent á bækurnar "*Investigations into Assessment in Mathematics Education*" og "*Cases of Assessment in Mathematics Education*" en þær eru til á bókasafni KHÍ; einnig skal bent á "*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*" sem til er í bóksölu kennaranema KHÍ.

Nýjasta verkefni ICMI er ráðstefnan *Gender and Mathematics Education* sem haldin var í Svíþjóð nú í október. Á íslensku gætum við talað um "Kyn og stærðfræðimenntun". Að baki ráðstefnunni liggur umfangsmikil söfnun upplýsinga um samanburðarrannsóknir varðandi ýmsa þætti stærðfræðináms en einnig fjöldi vettvangsrannsókna þar sem sjónum er beint að leiðum einstaklinga í glímu við stærðfræðileg viðfangsefni og því hvernig stærðfræðileg hugsun þeirra eflist eftir þeim aðstæðum sem fyrir hendi eru eða skapaðar eru. Þjóðfélagslegar aðstæður og þjóðfélagsáhrif á stærðfræðináms einstaklinga hafa einnig verið skoðaðar í fjölmörgum rannsóknum. Þessari ráðstefnu stýrir Gila Hanna prófessor við Ontario Institute for Studies in Education í Kanada. Ýmsir ræðumanna koma úr röðum aðila *International Organisation for Women and Mathematics Education (IOWME)* en þau samtök tengjast ICMI. Nánar er fjallað um þessi mál í fréttabréfi IOWME.

Þeim, sem hafa áhuga á að kynna sér þessi mál betur, er velkomið að hafa samband við Önnu Kristjánsdóttir formann Flatar en hún er ritstjóri fréttabréfs International Organisation for Women and Mathematics Education. Væntanlega verður einnig sagt nánar frá októberráðstefnunni síðar í Flatarmálum.

A.K.

FLATAR ^{mál}

2. tbl. 1. árg.

Örn Halldórsson Frá stjórn	1
Meyvant Þórólfsson Mat á stærðfræðinámi í daglegu skólastarfi	2
Kolbrún Hjaltadóttir Að hlusta	5
Ólöf Björg Steinþórsdóttir og Hjördís Gunnarsdóttir Hugur og hönd	7
Guðbjörg Pálsdóttir og Sólrún Harðardóttir Hrímkalt haust	8
Ársæll Guðmundsson Áhrif prófa á vinnu nemenda	10
Guðmundur Arnlaugsson Oddatölur og sléttar	13
María Eir Magnúsdóttir Birgir Edwald Að loknu námskeiði	14
Anna Kristjánsdóttir Stærðfræðikennarinn – hver er það?	16
Af erlendum vettvangi	17