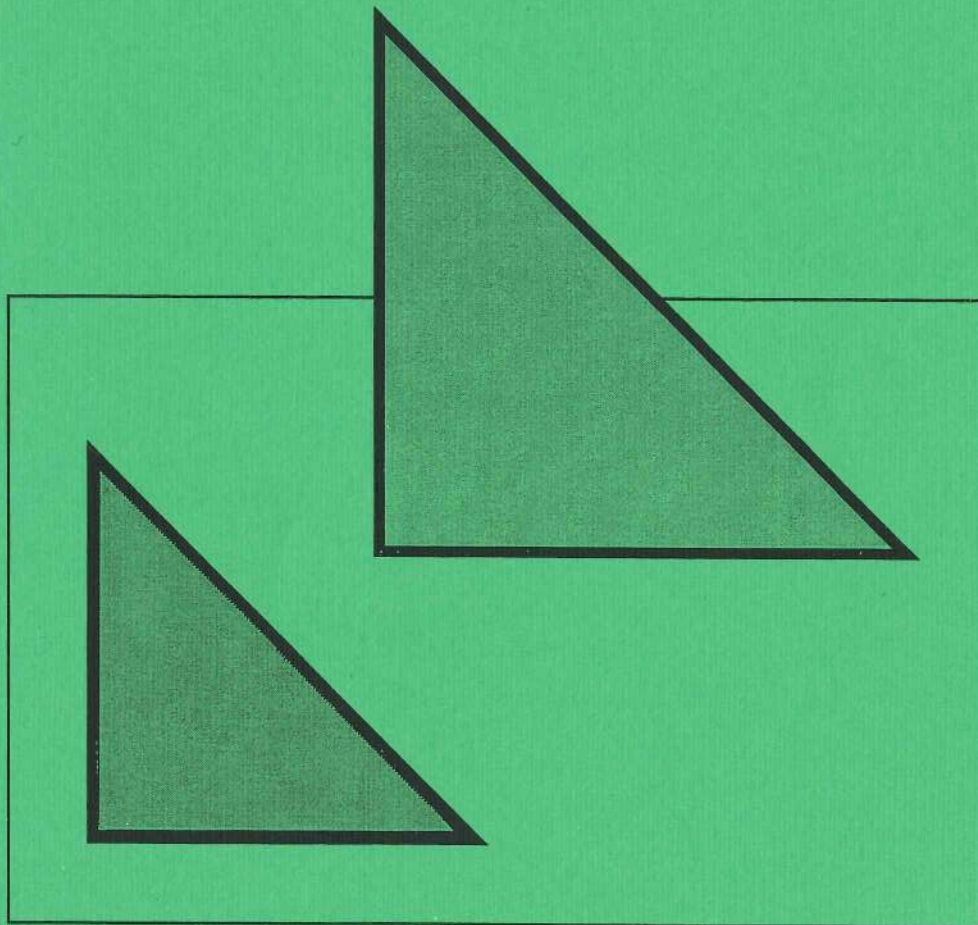


FLATAR máí



2. tbl. 6. árg. desember 1998

Málgagn Flatar,
samtaka stærðfræðikennara

Næðisstund

Atómskáldin sprengdu af sér spennitreyju ríms og stuðla. Íslenskum stærðfræðinemum á skyldunámsstigi er gjarnan ætlað að læra reikningsaðferðir án þess að skilja það sem að baki liggur. Ýmislegt bendir til þess að koma megi í veg fyrir að nemendur strandi þarna ef þeir fá samsvarandi verkefni til að leysa eftir sínu eigin höfði, þar til þeir hafa náð tókum á grundvellinum að reikningsaðgerðunum.

Það er algjört ævintýri að sjá á hve marga og ólíka vegu börn geta leyst stærðfræðiprautir. Þau þurfa öll að fá að skilja verkefnið sem fyrir þau eru lagt, mislangan tíma til að leysa það, hugsanlega blað og blýant, jafnvel einhverja hluti til að telja með, einhvern til að hlusta á sig útskýra, einhvern sem hefur yfirsýn, einhvern sem kann að spyrja uppörvandi spurninga. En umfram allt þurfa þau næði. Frá einum af mörgum sjónarhólum má líta á nám sem næðisstund.

Hvernig sköpum við 25 börnum næðisstund í stærðfræðitíma? Með því að setja leikreglur sem fela í sér að hljóðlega sé unnið, allir, kennarar sem og nemendur, ræði í lágum hljóðum, að duglegir nemendur séu ekki komnir á verðlaunapallana og búnir að hirða gullið, silfrið og bronsið áður en aðrir nemendur hafa fengið ráðrúm til að hugsa. Með því að forða þorra nemenda bekkjarins frá því að upplifa stærðfræði sem hraðakeppni þar sem þeir tapa. Með því að gefa vísbendingar, geyma rétta svarið. Með því að vera forvitin, hlusta með áhuga á útskýringar hvers og eins. Þannig öðlast allir nemendur gullvæga stund með kennaranum sínum. Með því að leyfa nemendum að komast að samkomulagi um lausnir í lokin. Með því að treysta öllum nemendum bekkjarins til að hugsa sjálfstætt, eftir sínum eigin leiðum. Með því að vera ekki sífellt að fylla allar stundir nemenda með okkar eigin hugsunum. Með því að gefa þeim frelsi til að finna sínar eigin lausnir. Með því að fleygja af okkur þröngum stakki kennsluáðferða sem hafa ekki reynst eins vel og skyldi.

Gleðileg jól!

Ragnheiður Benediktsson.

FLATAR mál

2. tbl. 6. árg.

© 1998 Flatarmál

Útgefandi: Flötur, samtök stærðfræðikennara, Faxabraut 39, 230 Keflavík.

Ritstjórar og ábyrgðarmenn: Kristinn Jónsson, Kristjana Skúladóttir, Ragnheiður Benediktsson og Sigrún Ingimarsdóttir.

Stjórn Flatar: Ragnheiður Gunnarsdóttir formaður, Ásrún Matthíasdóttir varaformaður, Hilmar Már Arason ritari, Hafdís Guðjónsdóttir gjaldkeri, Sigrún Ingimarsdóttir meðstjórnandi, Birna Hugufrún Bjarnadóttir og Guðrún Angantýsdóttir varamenn.

Umbrot: Kristinn Jónsson.

Prófarkalestur: Meyvant Þórólfsson og Sólrún Harðardóttir.

Teikningar við þrautir: Jón Kristján Kristinsson.

Upplag: 500 eintök.

Janet Duffin á Íslandi

Vasareiknar, til hvers?

Guðný Helga Gunnarsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir

Janet Duffin kom til Íslands í sumarlok 1997 og hélt námskeið og fyrirlestur á vegum Flatar, dagana 18. - 20. ágúst. Hér á eftir verður stuttlega sagt frá því sem fram kom á námskeiðinu og gefin dæmi um viðfangsefni sem nemendur hér á landi hafa fengist við.

Janet Duffin starfar við Háskólann í Hull í Bretlandi. Þar kennir hún nemendum sem eiga í erfiðleikum með stærðfræði, auk þess að vinna að rannsóknum á kennslu og námi. Í gegnum starf sitt hefur hún komist að því að nemendur læra af því sem við kennum þeim, en ekki endilega það sem við vonum og gerum ráð fyrir að þeir læri. Við berum ábyrgð á því að hlúa vel að nemendum okkar og hjálpa þeim til að öðlast þá færni sem þeir hafa möguleika á að ná í stærðfræði.

Janet Duffin sagði aðallega frá niðurstöðum CAN rannsóknarverkefnisins (Calculator Aware Number, CAN Project), sem fram fór í Bretlandi á árunum 1985 - 1989. Í rannsókninni voru m.a.

könnuð áhrif vasareikna á nám og kennslu 5 - 11 ára barna. Janet Duffin fylgdist náið með framkvæmdinni og sá um að meta þau áhrif sem vasareiknar höfðu á nám og kennsluhætti, þ.e. hvaða gagn vasareiknar gerðu og hverju þeir breyttu. Stjórnandi CAN var Hilary Shuard, sem lést skömmu áður en rannsókninni lauk.

Í könnun sem gerð var áður en rannsóknin hófst, kom fram að 80% af þeim tíma sem varið var til stærðfræðikennslu fór í að kenna staðlaðar reikningsaðferðir. Niðurstöður sýndu jafnframt að fólk sem komið var út í atvinnulífið notaði annað hvort vasareikna við útreikninga eða aðferðir sem það hafði sjálft þróað með sér, s.s. mismunandi leiðir við hugareikning. Það kom fram að staðlaðar reikningsaðferðir voru lítið sem ekkert notaðar eftir að grunnskóla lauk. Auk þess höfðu flestir nemendur góðan aðgang að vasareiknum heima hjá sér.

Í CAN rannsókninni var lagt upp með þrennt:

1. Vasareiknar voru eitt af hjálpartækjum nemenda strax við upphaf skólagöngu.
2. Bannað var að kenna ákveðnar reikningsaðferðir.
3. Áhersla var lögð á hugareikning.

Leitast var við að meta þau áhrif sem vasareiknar höfðu á nám og kennslu.

Helstu niðurstöður voru eftirfarandi:

Breytingar sem snúa að námsinntaki

- börnin kynntust stórum tölum mun fyrr
- tugabrot komu inn fyrr og í eðlilegu samhengi
- neikvæðar tölur komu inn mun fyrr

Breytingar sem snúa að nemendum

- nemendur urðu þrautseigari
- nemendur urðu meira skapandi
- nemendur sýndu meiri áhuga
- nemendur þróuðu með sér sínar eigin aðferðir
- nemendur umgengust villur á annan hátt, þeir komu auga á þær, lærðu af þeim og leiðréttu þær sjálfir
- nemendur gátu lýst, útskýrt og rökstutt eigin aðferðir og leiðir til lausnar
- nemendur urðu betur færir um að meta hvort svarið var rétt eða rangt

Breytingar sem snúa að kennurum

- kennarar voru ekki eins stýrandi
- kennarar fóru að hlusta meira á börnin og skoða betur það ferli sem var í gangi
- kennarar lögðu sig meira fram við að skilja hugsanir nemenda
- samskiptin breyttust, kennarar gripu inn í á annan hátt
- kennarar uppgötvaðu stærðfræði barnanna
- spurningar kennarans urðu mun opnari
- stærðfræðin var betur tengd raunverulegum aðstæðum
- stærðfræðinni var meira beitt til rannsókna en áður, hvort sem var með eða án vasareikna

Hér er dæmi um spurningu og svör úr rannsókninni. Spurningin var lögð fyrir nemendur og kennara. Í sviga fyrir aftan svörin má sjá hvaðan þau koma.

Hvernig nýttist vasareiknirinn?

- sem tæki til náms (nemendur og kennarar)
- sem rannsóknartæki (kennarar)
- til að rannsaka ákveðna þætti stærðfræðinnar (nemendur)
- sem aðstoðartæki til að auka skilning nemenda (kennarar)
- til að skrá niður upplýsingar, t.d. í leikjum (nemendur)
- til að prófa tilgátur (nemendur)
- til að greina stærðfræðiskilning (kennarar)
- til að sannprófa útreikninga (nemendur)

Janet Duffin kom með nokkrar hugmyndir að viðfangsefnum sem hún hafði lagt fyrir nemendur. Á næstu síðu má sjá verkefni sem nemendur Kristjönu Skúladóttur í 3. bekk í Melaskóla hafa glímt við.

Þeir sem hafa áhuga á að kynna sér nánar niðurstöður CAN rannsóknarverkefnisins og hugmyndir um notkun vasareikna í námi og kennslu er bent á eftirfarandi greinar og bækur.

Anna Kristjánsdóttir (1995). Hlutverk vasareikna í reikningsnámi. Flatarmál, 1. tbl. 3.árg. desember 1995.

Williams, E.M og Shuard, Hilary (1994). Primary Mathematics Today. 4th ed. Towards the 21st century. Harlow, Essex.

Duffin, Janet (1996). Calculators in the Classroom, Liverpool Manutius Press, 1996. The reports of the calculator awareness component of the PRIME Project (1987 - 89) and the CAN Continuation Project.

Duffin, Janet, Calculators in the Classroom. Skýrsla um CAN rannsóknarverkefnið. Væntanleg í Bóksölu kennaranema, Kennaraháskóla Íslands.

Sólrún Harðardóttir (1990), Vasareiknar, Námsgagnastofnun, Reykjavík.

Guðný Helga er námstjóri á Skólaskrifstofu Hafnarfjarðar. Sigrún er kennari við Háteigsskóla.

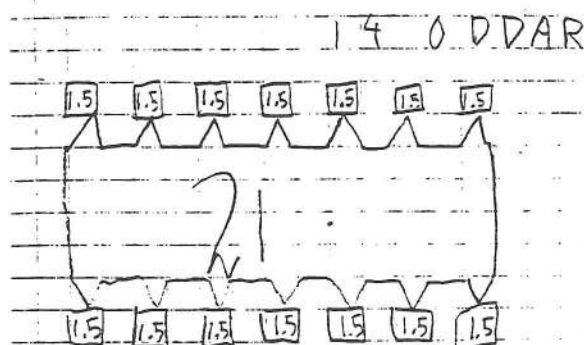
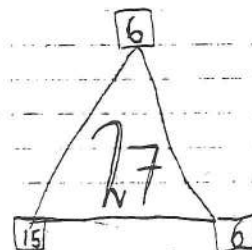
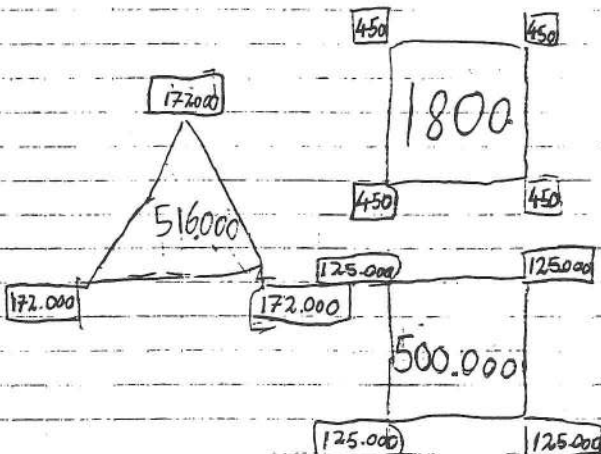
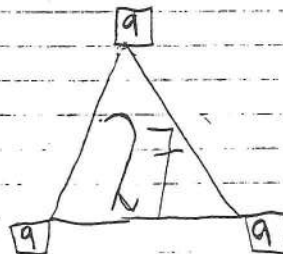
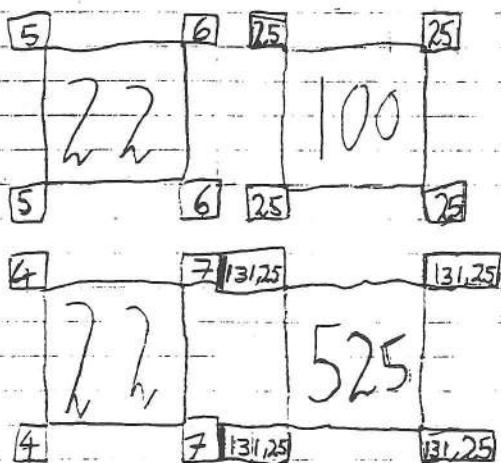
Vasareiknaverkefni í 3. bekk:

Nemendur fengu tölu A, sem þeir skrifuðu í miðju hyrnings.

Í byrjun fundu nemendur hvaða tölur gáfu summuna A. Síðar reyndu þeir að setja sömu tölu í öll horn hyrningsins.

Nemendum var frjálst að nota vasareikni, þeir byrjuðu allir án vasareiknis. Nemandinn sem á þessar lausnir notaði ekki vasareikni í fjórum fyrstu ferningunum en fór síðan að nota hann.

GAMAN GAMAN!!!!



Stærðfræðiátak í Hafnarfirði

Guðný Helga Gunnarsdóttir

Skólaskrifstofa Hafnarfjarðar stendur fyrir tveggja ára átaki til að efla stærðfræðikennslu í grunnskólum bæjarins. Verkefnið hófst sumarið 1997. Það er unnið að frumkvæði skólanefndar Hafnarfjarðar í samráði við skólastjórnendur. Þróunarsjóður grunnskóla hefur styrkt átakið myndarlega bæði árin. Skólaskrifstofan hefur staðið straum af kostnaði að öðru leyti. Guðný Helga Gunnarsdóttir var ráðin námstjóri í stærðfræði í hálfu starf og hefur hún umsjón með verkefninu.

Skólaskrifstofan hefur samstarf við ýmsa um þetta verkefni og má þar nefna Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands og Freudenthalstofnunina í Hollandi, sem er ein helsta rannsóknar- og þróunarstofnun á sviði stærðfræðimenntunar í heiminum og nýtur hún virðingar um allan heim. Anna Kristjánsdóttir prófessor er faglegur ráðgjafi af hálfu Rannsóknarstofnunar Kennaraháskóla Íslands og prófessor dr. Jan de Lange af hálfu Freudenthalstofnunarinnar.

Átaksverkefnið er margþætt og felst meðal annars í eftirtöldum þáttum:

- Námstjórn, fagstjórn og stuðningi við þróunarstarf innan einstakra skóla.
- Fræðslufundum, námskeiðum og leshópum.
- Gerð námsefnis og efnis til stuðnings kennurum til að breyta áherslum og kennsluháttum.
- Erlendum heimsóknum og fyrirlesturum um stærðfræðikennslu.
- Greiningu á stöðu stærðfræðikennslu og könnun á óskum skólamanna og heimila.
- Kynningum fyrir foreldra og kynningum á milli skóla.

Meginmarkmið átaksins er að efla stærðfræðikennsluna í skólum bæjarins í þeirri von að það skili nemendum með jákvætt viðhorf til greinarnar og nemendum sem eru færir um að takast á við hana með opnum huga og góðum árangri. Ljóst er að hér er um langtímaverkefni að ræða og lagði Jan de Lange áherslu á að góður árangur Hollendinga á þessu sviði byggist á 25 ára öflugu þróunarstarfi. Megináhersla hefur verið lögð á menntun kennara og stuðning við fagstjóra. Á námskeiðum hafa verið kynnt fyrir kennurum viðfangsefni sem geta stuðlað að áherslubreytingum í kennslunni. Þar hefur einkum verið um að ræða

viðfangsefni sem hvetja til aukinna umræðna um stærðfræðina og viðfangsefni hennar, en í TIMSS rannsókninni kom fram að umræður eru mjög fátíðar í stærðfræðitímum hér á landi. Einnig hefur verið reynt að gera þrautum og þrautalausnum góð skil, en lögð er áhersla á þann þátt í drögum að nýrri námskrá.

Ekki er unnt að gera ítarlega grein fyrir öllum þáttum átaksins í stuttri grein en hér á eftir verður sagt frá þeim námskeiðum sem haldin hafa verið í tengslum við það.

Átakið hófst með því að í september 1997 komu hingað dr. Jan de Lange og dr. Marja van Heuvel-Panhuizen frá Freudenthal stofnuninni í Hollandi. Þau héldu fyrirlestur fyrir alla kennara í Hafnarfirði um stærðfræðinámskeið og dagsnámskeið fyrir alla stærðfræðikennara. Í kjölfarið hafa verið haldin námskeið fyrir kennara.

Á námskeiði fyrir kennara 1. og 2. bekkjar s. 1. vetur voru m.a. kynntar hugmyndir sem kenndar hafa verið við *Stærðfræðikennslu byggða á skilningi barna* en þó nokkrir kennarar hafa verið að þróa þessar hugmyndir hér á landi síðustu ár að frumkvæði Önnu Kristjánsdóttur, prófessors. Einnig var á námskeiðinu fjallað um notkun vasareikna í kennslu yngstu barnanna og sömu leiðis rúmfræðiverkefni. Haldið var námskeið fyrir kennara í 7. og 8. bekk um námsmat samofið kennslu og fjölbreyttar leiðir við námsmat. Eftir áramót hófst námskeið fyrir kennara í 3.- 6. bekk um breyttar áherslur í reikningskennslunni, þrautalausnir og notkun vasareikna. Stendur það námskeið til áramóta.

Í sumar hófust tvö námskeið, annað fyrir byrjendakennara þar sem megináhersla er lögð á að kynna hugmyndafræði að baki nýju námsefni sem Námsgagnastofnun er að hefja útgáfu á. Aðalleiðbeinandi á sumarnámskeiðinu var Marianne Holmer, námstjóri í stærðfræði í danska menntamálaráðuneytinu. Hitt námskeiðið er fyrir kennara 6.-10. bekkjar og er þar lögð áhersla á rúmfræði og algebrukennslu. Aðalleiðbeinandi á því námskeiði var Aad Goddijn frá Freudenthalstofnuninni í Hollandi. Námskeiðin hafa verið mislög allt frá 20 og upp í 60 stundir og fara fram að hluta til eða að öllu leyti á starfstíma skóla. Námskeiðshóparnir hittast fjórum til sex sinnum yfir veturinn og gert er ráð fyrir að kennararnir prófi og þrói hugmyndir með nemendum sínum á milli funda.

Í byrjun júní s. l. fóru 20 kennarar og fagstjórar úr Hafnarfirði á fimm daga námskeið hjá Freudenthalstofnuninni í Hollandi. Einnig voru í ferðinni 13 kennarar og fagstjórar úr nágrennasveitarfélögum, Garðabæ, Seltjarnarnesi, Reykjanesbæ og Mosfellsbæ. Farið var í skólaheimsókn hluta úr degi en annars sátu kennararnir námskeið sem skipulagt var sérstaklega fyrir hópinn af starfsmönnum stofnunarinnar. Á námskeiðinu var einkum lögð áhersla á breytt vinnubrögð í stærðfræðikennslunni með hliðsjón af hugmyndafræði stofnunarinnar og skiptust á fyrirlestrar og vinna þátttakenda þar sem þeir kynntust þessum vinnubrögðum af eigin raun. Í haust munu Hollandsfarar halda fundi í sínum skólum og kynna það sem þeir kynntust á námskeiðinu.

Þátttakendur á stærðfræðinámskeiðum Skólaskrifstofu Hafnarfjarðar sem haldin hafa verið í tengslum við átakið eru ríflega 200. Þar af eru um 60 þátttakendur úr nágrennasveitarfélögum. Rétt er að taka fram að nokkrir kennarar eru þátttakendur á fleiri en einu námskeiði. Um 170 kennarar úr Hafnarfirði sóttu dagsnámskeið það sem markaði upphaf átaksins, en gera má ráð fyrir að það sé sá fjöldi sem sinnir stærðfræðikennslu í skólum bæjarins. Það er því ljóst að átakið hefur náð til mikils fjölda kennara og fullyrða má að þess sé víða farið að gæta í breyttum áherslum og vinnubrögðum í kennslustundum í stærðfræði í grunnskólum bæjarins.

Guðný Helga er námstjóri við Skólaskrifstofu Hafnarfjarðar.



Skólavörubúðin

Mikíð úrval af hvers kyns gögnum og ítarefni til stærðfræðikennslu í öllum bekkjum grunnskóla

Skólavörubúðin
Laugavegi 166 · Pósthólf 5020 · 125 Reykjavík
Sími 552 8088 · Fax 562 4137 · Tölvupóstur sala@nams.is

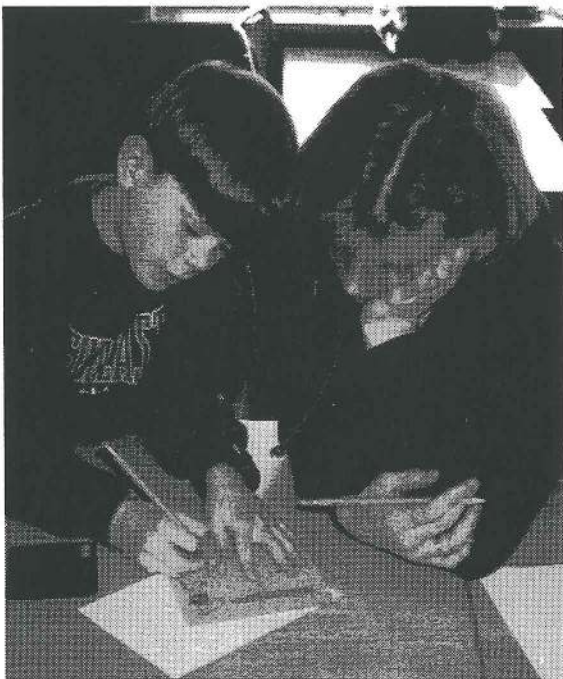
Stærðfræðinámskeið fyrir foreldra og börn

Guðlaug Bjarnadóttir og Hugrún B. Haraldsdóttir

Síðastliðinn vetur var í fyrsta skipti haldið í Laugarnesskóla námskeið í stærðfræði fyrir foreldra og börn saman. Nú á haustdögum stendur yfir annað sams konar námskeið. Námskeiðið er fyrir nemendur í 2.-4. bekk með foreldrum og er haldið í samstarfi við Íþrótt- og tólmstundaráð Reykjavíkur. Til að mæta þörfum útvinandi foreldra hefur sú leið verið farin að vera með námskeiðið seinni hluta dags og eru þetta sex skipti. Skilyrði er að foreldrar komi með börnum sínum.

Námskeiðið er byggt að mestu leyti á hugmyndum úr amerískri bók sem heitir *Family Math* eftir Jean Kerr Stenmark, Virginia Thompson og Ruth Cossey. Þar að auki höfum við kennararnir bætt við efni úr ýmsum áttum. Bókin *Family Math* leggur áherslu á að foreldrar og börn vinni saman að stærðfræðiverkefnum. Í bókinni eru misþung verkefni sem henta vel fyrir elstu börn leikskóla sem og grunnskólabörn.

Tímunum er skipt í þrennt. Þeir byrja á inngangsverkefni sem er jafnan einhvers konar þraut sem sýnd er á myndvarpa. Þetta er til þess að þátttakendur þurfi ekki að bíða eftir að námskeiðið hefjist, einnig til þess að þeir sem seinir eru missi ekki af. Inngangsverkefni lýkur alltaf með umræðum um lausnir og leiðir að þeim. Þessu næst tökum við tvö meginviðfangsefni dagsins með stuttum frímínútum á milli. Það hefur verið mark-



mið okkar frá upphafi að hafa fjölbreytt verkefni og alltaf eitthvað nýtt í gangi.

Viðfangsefnin eru lögð þannig fyrir að barn og foreldri glíma saman að lausn verkefna og ræða saman á tungumáli stærðfræðinnar. Verkefni tengjast oft einhverju í umhverfi eða daglegu lífi barnanna. Öllum verkefnum lýkur með umræðum þar sem börn og foreldrar útskýra lausnarleiðir.

Sem dæmi um viðfangsefni má nefna „bauna-verkefni“ þar sem nemendur búa til baunasalat úr heldur ófullkominni uppskrift. Í uppskriftinni eru þrjár tegundir bauna: Rauðar baunir, grænar baunir og augnbaunir. Uppskriftin er svona:

Stjörnusalat: 12 baunir eru í salatinu. Helmingur baunanna er rauðar baunir. 1/4 hluti er grænar baunir.

Verkefnið hér er að skrá uppskriftina með réttum fjölda af rauðum baunum, grænum baunum og augnbaunum. Átta ára gömul stúlka glímdi við þetta verkefni ásamt móður sinni og var stopp í upphafi. Hún velti því fyrir sér um stund hvernig hún gæti fundið fjórðunginn af 12 án þess að þekkja 1/4. Allt í einu kviknaði á perunni og hún gat tengt hugtakið við „eins og þegar pabbi sker snúðinn í fjóra hluta“. Þegar hún var búin að átta sig á þessu var auðvelt fyrir hana að átta sig á fjölda grænu baunanna.

Sjö börn ásamt foreldrum sóttu fyrra námskeiðið. Þetta voru nemendur úr 2. og 3. bekk. Það kom í ljós að fjöldi þátttakenda mátti ekki vera meiri til þess að allir fengju notið sín og komið sínum sjónarmiðum að.

Það var ekki laust við að við kennararnir myndum til kvíða í upphafi námskeiðsins vegna þess að þetta var verkefni sem við þekktum ekki. Sá kvíði reyndist með öllu ástæðulaus því að námskeiðið heppnaðist mjög vel og þátttakendur, foreldrar, börn og kennarar, voru mjög ánægðir.

Vandinn við að halda námskeið af þessu tagi er að finna tíma á virkum degi sem hentar bæði foreldrum og börnum. Þá stund sem námskeiðið stendur yfir er daglegu amstri ýtt til hliðar og saman eiga foreldrar og börn góðan tíma við stærðfræðileg viðfangsefni.

Guðlaug og Hugrún eru kennarar við Laugarnesskóla.

Af sjónarhóli móður

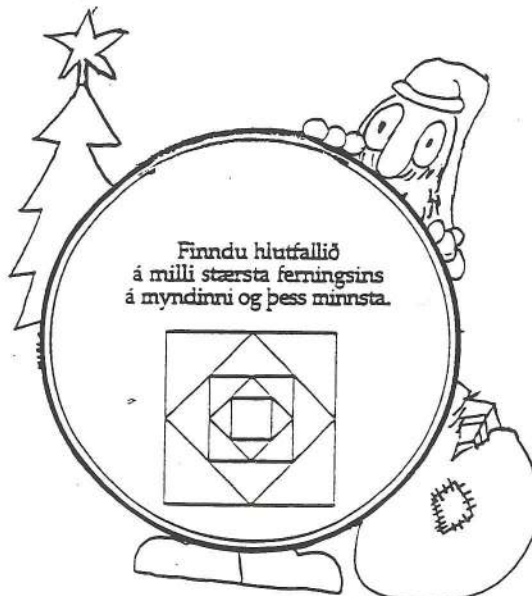
Sólveig Baldursdóttir

Ég hef fylgst með þróun tilrauna í stærðfræðikennslu sem nemendur Kristjönu Skúladóttur, kennara við Melaskóla, hafa tekið þátt í undanfarin ár þar sem dóttir mín hefur verið í þeirra hópi frá upphafi skólagöngu, en hún er nú í 4. bekk. Til að byrja með óttaðist ég að hún væri að lenda í enn einni tilrauninni sem skilaði engum árangri. Ég minntist slíkra tilrauna sem ég lenti sjálf í á skólagöngunni og ég veit að gerðu lítið annað en að rugla mig í ríminu. Þar var verið að kenna nýjar aðferðir við að nálgast lausnir og ég lærði aðferðina en hafði ekki hugmynd um af hverju ég komst að rétttri niðurstöðu.

Með tímanum áttaði ég mig hins vegar á að tilraun Kristjönu og samkennara hennar fólst í því að „kenna börnunum ekki“, ef svo má að orði komast, heldur láta þau sjálf finna aðferðirnar við að komast að rétttri niðurstöðu. Við foreldramir fáum fyrir máli um að leiðbeina krökkunum ekki



við að finna aðferðirnar heldur fylgjast bara með. Stundum er það þolinmæðisverk en eftir að hafa séð hvernig dóttir mín fer að því að finna réttu leiðirnar við lausnir þrauta sem mér finnst sjálfri snúnar veit ég að þessi tilraun á rétt á sér. Mér finnst stórkostlegt að fylgjast með þessari litlu stúlku leita með galopnum huga að leið til að leysa þraut og finna hana sjálf. Ég hef aldrei heyrt hana segja „ég get þetta ekki“. Hún veit að leiðin að lausninni er til og að hún þarf bara að finna hana. Stundum teiknar hún hjálparmyndir, stundum notar hún seríóshringi eða bréfaklemmur o.s.frv. Niðurstaðan er ekki alltaf hárrétt en aðferðin hennar er undantekningalaust rétt því skilningur á viðfangsefninu er alltaf fyrir hendi. Og það hlýtur að veða þyngra en hárrétt niðurstaða sem fundin er með fyrirfram gefinni aðferð en engum skilningi. Við eigum fimmtán ára son sem hefur fengið hefðbundna stærðfræðikennslu frá upphafi. Ég veit ekki til að nokkur munur sé á á greind þessara tveggja barna minna en ég veit að hann á oft í vandræðum með að leysa orðadæmi. Þegar ég horfi á stúlkuna leysa sín dæmi áreynslulaust finnst mér liggja í augum uppi að það sé búið að festa drenginn í aðferðum sem hann hefur ekki nógu góðan skilning á. Það er erfitt að meta hvort stærðfræðipjálfunin sem dóttir mín og félagar hennar hafa fengið í þessari tilraun skilar sér yfir á önnur svið en þar sem ég er mikill aðdáandi tilraunarinnar, eins og sést á þessum skrifum, vil ég gjarnan trú á því að svo sé. Hugur hennar er í öllu falli mjög opin og hún gengur hiklaust í þau verkefni sem hún þarf að leysa.



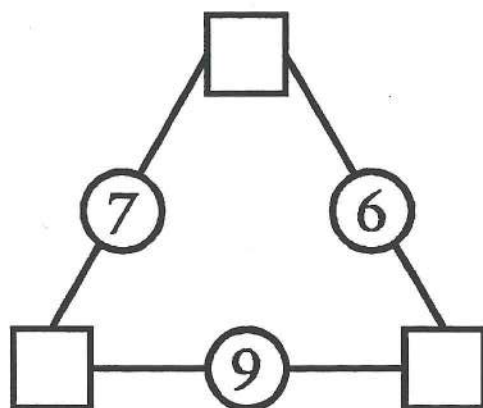
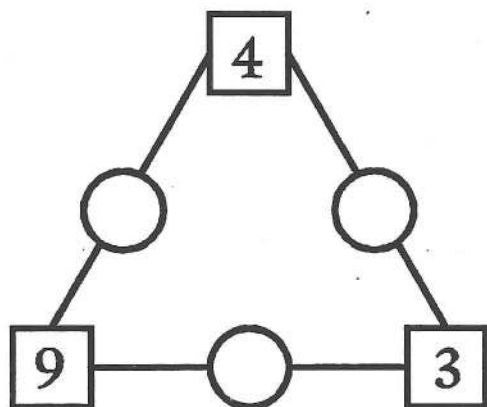
Talnahyrningar

Anna Kristjánsdóttir

Þegar næst upp góður vinnuandi í stærðfræðitímum langar kennara oft að geta spunnið áfram út frá þeim verkefnum sem hrifu nemendur. Þetta er ekki bara til þess að mæta þörfum þeirra nemenda sem eru fljótari að finna lausnir og búa yfir meiri yfirsýn en hinir. Ekki síður er það til þess að gefa öllum nemendum tilfinningu fyrir því að verðug stærðfræðiverkefni eru í raun hluti af vef þar sem alltaf er hægt að spinna áfram og láta lausnir verða sér tilefni til að setja fram nýjar spurningar.

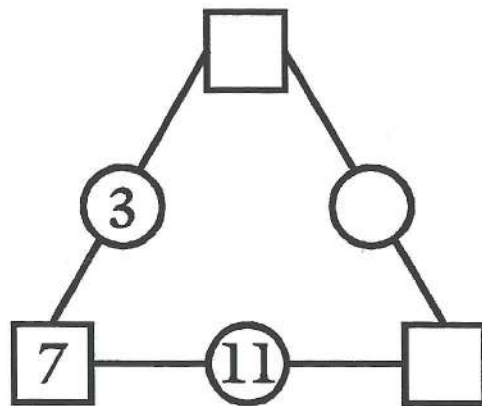
Hér á eftir ætla ég að gefa dæmi um slíkt og verður þá hver kennari að láta það ráðast af aðstæðum hve langt hann vill fara, hvenær hann vill taka þráðinn upp aftur og hvort hann vill spinna enn frekar við en hér er gert. Það er vissulega hægt á margan hátt. Og það er hægt að vinna á mismunandi hátt eftir því hvort við erum með 10 ára krakka í huga, 13 ára eða jafnvel framhaldsskólanemendur.

Verkefnin sem fjallað verður um eru á öðrum tungum en íslensku kölluð *Arithmogons*. Þetta orð er nokkur vandi að þýða. *Arithmetic* er reikningur og *-gons* eru *-hyrningar*. En í stað þess að tala um reikningshyrninga vel ég að kalla þetta **Talnahyrninga**. Gefin eru dæmi um þrautir til að leysa en einnig eru auðar myndir sem hægt er að fjölfalda og setja inn í eins og hver vill. Það er auðvelt að stækka þessar myndir og setja á glæru eða ljósrita fyrir nemendur. Hér á eftir er mynd alltaf næst fyrir ofan dæmið sem á við hana. Og hefjum þá leikinn.

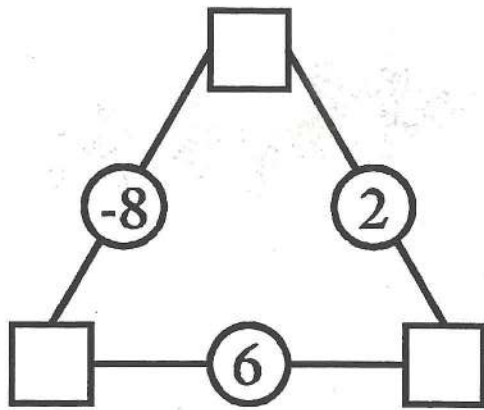


4. Hér eru gefnar tölur í hringjunum. Hvaða tölur eru í ferningunum? Hvernig funduð þið þær?

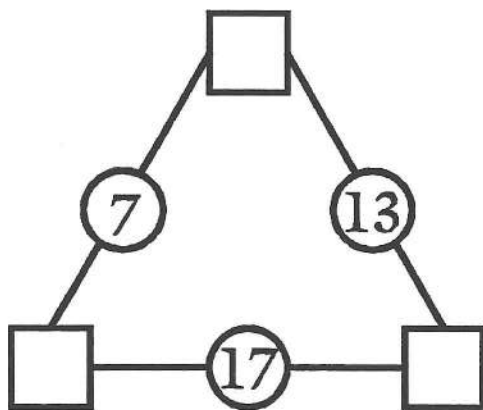
1. Hér er fyrsta dæmið um talnahyrning. Í hringina eiga að koma summur talnanna í aðliggjandi ferningum. Það ætti að ganga fljótt og vel.
2. En hvor summan verður hærri, summa talnanna í hringjunum eða summa talnanna í ferningunum? Gildir það sama ef skipt er um tölur í ferningunum? Gildir það alltaf? Hvers vegna?
3. Getið þið valið tölur í ferningana þannig að allar tölurnar í hringjunum verði sléttar tölur? Getið þið valið þær þannig að allar tölur í hringjunum verði oddatölur? Skýrið hvers vegna þið teljið að það sé rétt sem þið segið.



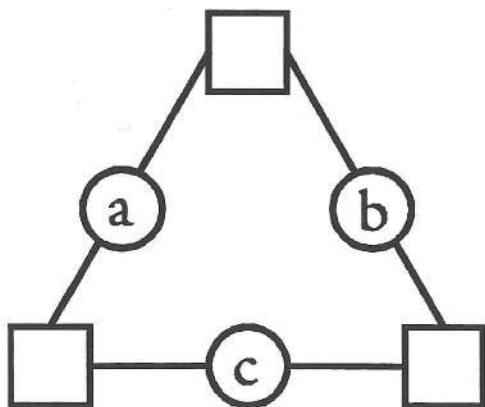
5. Getið þið fundið tölur sem passa í auðu ferningana og í auða hringinn? Hvernig fóruð þið að?



6. Og hvað svo með þennan talnahyrning? Finnið tölur sem geta staðið í ferningunum hér.



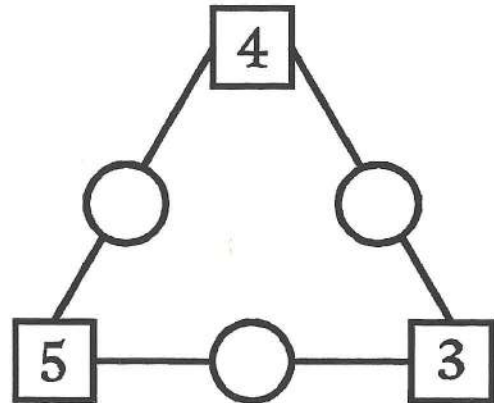
7. En hvaða tölur geta staðið í ferningunum hér?
 8. Hvernig þarf að velja tölur í hringina til þess að það sé hægt að finna viðeigandi tölur í ferningana?



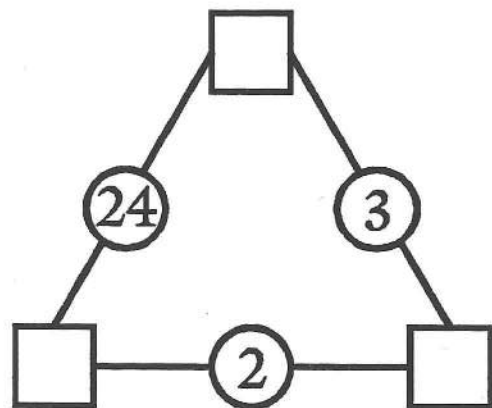
9. Hér eru a, b og c í hringjunum. Settu x í efsta ferninginn. Hvernig geturðu skrifað það sem er í hinum ferningunum með því að miða við a eða b og jafnframt x? Hvernig geturðu miðað c við a, b og x? Passar það við dæmin sem þú hefur leyst með tölum hér á undan? Hvers vegna?

Fleiri aðgerðir eru nýtilegar

Það er ekki nauðsynlegt að binda sig við samlagningu í talnahyrningunum. Við getum líka unnið með margfeldi og allt eins og talnahyrningar með summum gáfu okkur kost á að koma að negatífum tölum gefur margföldun líka kost á að útvíkka mengi náttúrlegra talna.



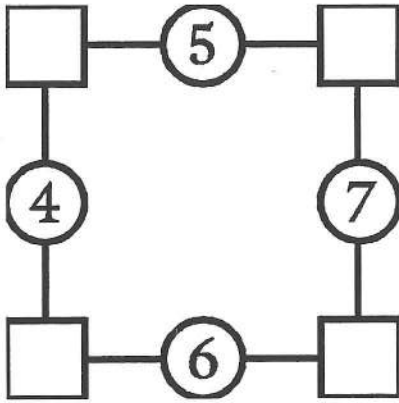
10. Hér skulum við skrifa margfeldi aðliggjandi talna í hvern hring.



11. Hvaða tölur gætu nú staðið í ferningunum?
 12. Hvort er stærra margfeldi talnanna í ferningunum eða margfeldi talnanna í hringjunum? Hverju munar? Hve miklu stærra? Hvers vegna?

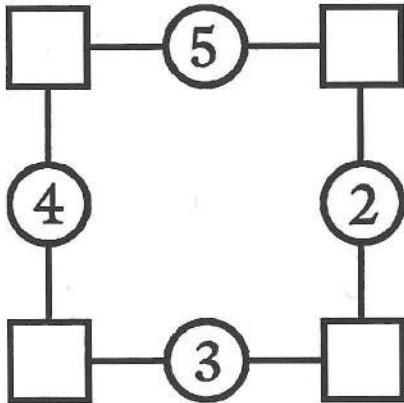
Fleiri hyrningar eru nýtilegir

Og enn má víkka möguleikana með talnahyrningana. Það er ekkert sem bindur okkur við að vera með þríhyrninga! Hér eru ferningarnir fjórir og þ.a.l. fjórir hringir.

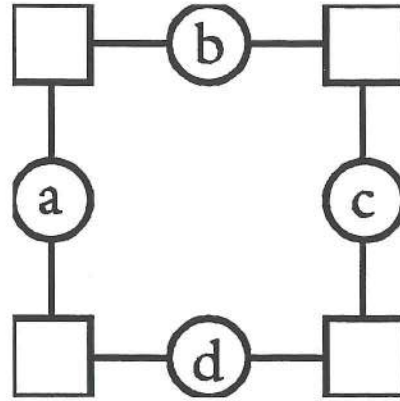


13. Finnið tölurnar sem vantar í þennan talnahyrning.

14. eru fleiri lausnir til en sú sem fannst í síðasta dæmi? Enn fleiri? Hve margar?



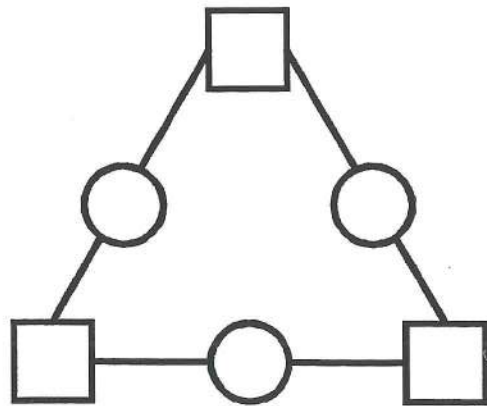
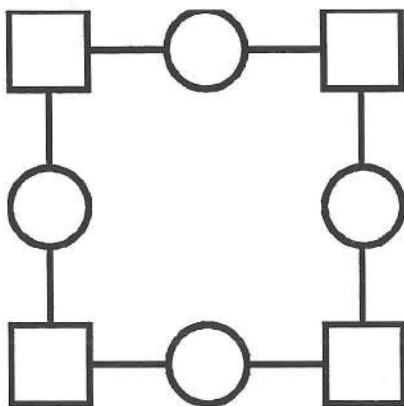
15. Hvaða lausnir getið þið fundið hér?



16. Á þessi talnahyrningur alltaf lausnir, hvernig svo sem við veljum a, b, c og d? Ef ekki, hvaða skilyrði þurfa a, b, c og d þá að uppfylla? Rökstyðjið skýrt og lipurlega!

Anna Kristjánsdóttir er prófessor við KHÍ og fyrrverandi formaður Flatar.

Frá ritsjórn: Gaman væri, ef kennarar legðu þessi verkefni fyrir, að þeir sendu Flatarmálum skemmtilegar úrlausnir nemenda. Hér fyrir neðan eru auðir talnahyrningar til að nota við ný dæmi af þessum toga.



Mælt með reiknivélum

Guðmundur Birgisson

Fyrir nokkrum árum hófu reiknivélaframleiðendur þróun mælitækja sem hægt er að tengja við reiknivélarnar. Niðurstaða þeirrar þróunar hefur nú fyrir nokkru litið dagsins ljós. Bæði Texas Instruments og Casio hafa kynnt tækjabúnað sem tengja má grafískum reiknivélum frá sömu fyrirtækjum og nota má til að safna niðurstöðum mælinga í töflur sem reiknivélarnar geyma. Til eru ýmsar gerðir nema til að tengja við mælitækin, svo sem hita-mælar, þrýstingsmælar, fjarlægðarmælar o.s.frv. Í þessari stuttu grein verður fjallað um hvernig nýta má þessa nýju tækni í stærðfræðikennslu, ásamt því sem bent verður á ýmsar upplýsingalindir um efnið. Þótt efni þessarar greinar eigi í öllum aðalatriðum við um búnað framleiðendanna allra eru lýsingar þar sem smáatriði eru tíunduð miðaðar við reiknivélar frá Texas Instruments og skynjara frá Veriner Software.

Til þess að nýta búnaðinn á árangursríkan hátt þarf tölvu sem tengd er Netinu, grafíska reiknivél, mælitæki og skynjara. Tölvun er notuð til að nálgast forrit fyrir reiknivélarnar, auk þess sem þar má geyma gamlar niðurstöður mælinga. Forrit fyrir reiknivélarnar er að finna á heimasvæði framleiðandans á Internetinu. Þau er hægt að sækja þangað og geyma á harða diskum tölvunnar eða á disklingum. Forritum er svo hlaðið í reiknivélarnar eftir þörfum. Ástæða þess að gott er að geyma forritabankann á tölvudiskum fremur en í reiknivél er sú að minnisrymd reiknivélanna er afar takmörkuð og fyllist minnið fljótt ef öll forritin eru geymd þar. Yfirleitt þarf sérstakan búnað til að færa forrit frá tölvu yfir í reiknivélina. Tengibúnaðurinn er þó tiltölulega ódýr, og hugbúnaðinn sem til þarf er hægt að fá endurgjaldslaust á Netinu. Þegar viðeigandi forrit hefur verið flutt úr tölvunni yfir í reiknivélina er hún tilbúin til að taka á móti gögnum frá mælitækinu. Afar einfalt er að færa forritin sem og gögnin á milli reiknivéla. Til þess þarf einungis einfalda tengisnúru en engan annan búnað. Mælitækið er tengt við reiknivélina með samskonar tengisnúru og notuð er til að flytja gögn á milli reiknivéla. Mælitækið sýnir hvert mæligildi fyrir sig í litlum talnaglugga, og sendir gildin jafnóðum til reiknivélarinnar. Hlutverk mælitækisins er fyrst og fremst að staðla gögnin sem koma frá skynjurunum þannig að reiknivélin fái ávallt boð sem eru henni skiljanleg burtséð frá því hvað er mælt og með hvaða skynjara. Skynjarar eru

tengdir við mælitækið. Sumir skynjaranna tengjast mælitækinu beint, þ. e. þeim er einfaldlega stungið í samband, en með öðrum skynjurum þarf sérstakt millistykki til að geta tengt þá við mælitækið. Slík millistykki eru afar ódýr og er hægt að nota sama millistykki fyrir mismunandi gerðir skynjara.

Fjöldi ólíkra skynjara hefur þegar verið settur á markað og verður nokkrum þeirra lýst hér. Fyrstan skal nefna fjarlægðarskynjara. Hann byggist á sömu tækni og notuð er í myndavélum með sjálfvirkri skerpustillingu. Innrauður geisli er sendur frá skynjaranum til þess hlutar sem mæla á fjarlægð til, geislinn endurvarpast af hlutnum til skynjarans og með því að skrá hve lengi geislinn var í förum getur skynjarinn ályktað um fjarlægðina til hlutarins. Þessi skynjari hentar vel í skólastofunni þar sem hægt er að gera með honum margvíslegar athuganir á hreyfingu hluta, t.d. á gönguhraða nemenda, á falli hluta eða sveiflum. Frekari upplýsingum um hreyfingu hluta er hægt að safna með hröðunarmælum. Einfaldasta gerð þeirra er til



Hér sést búnaður til að huga að því hvort gullfiskarnir hafi nægjanlegt sírefni.

að mæla hröðun hlutar sem hreyfist í einni vídd, t.d. á einfaldri svifbraut. Mælirinn er festur á hinn hreyfanlega hlut og sendir mælitækinu upplýsingar um hröðun hlutarins með reglubundnu millibili eftir fyrir mælum forritsins í reiknivélinni. Einnig

eru til fullkomnari hröðunarmælar, t.d. þriggja ása mælir sem sendir frá sér boð um hröðun hlutar í þremur víddum. Hann má nota þegar flóknari hreyfingar eru rannsakaðar, t.d. ferðalag á reiðhjóli, teygjustökk o.s.frv. Þegar slíkir skynjarar eru notaðir skráir reiknivélin hröðunarvektorinn með reglubundnu millibili eftir fyrir mælum forritsins og getur einnig teiknað graf sem sýnir hvernig lengd vektorsins breytist með tíma.

Til eru ýmsar gerðir skynjara til að mæla loftþrýsting. Loftvogin er einföldust þeirra. Hún getur mælt loftþrýsting á bilinu 610 mm Hg til 812 mm Hg og ætti því að henta ágætlega til veðurathugana, auk þess sem hana má nota við ýmsar tilraunir sem gera ekki of miklar kröfur um mælisvið. Auk loftvogarinnar er til loftþrýstingsmælir sem nemur þrýsting á bilinu frá lofttæmi til tæpra sjö loftþyngda. Til er koldíoxíðsmælir sem gefur nemendum kost á að safna í reiknivélina upplýsingum um magn koldíoxíðs í andrúmslofti. Framleiðendur segja í kynningu á þessum skynjara að hann henti vel til að mæla áhrif ljóstíllífunar á koldíoxíðsmagn í lokuðu rými, svo og til að mæla magn koldíoxíðs í útöndunarlofti. Hægt er að fá ódýran og einfaldan hitamæli sem nemur hitastig á bilinu frá -15°C til 110°C . Hann má t.d. nota til að bera saman hversu hratt kaffi kólnar í mismunandi ílátum, eða til að kanna hversu hratt gosdrykkur volgnar í mismunandi ílátum. Skynjarinn er í enda teflonhúðaðrar látúnsstangar og segja framleiðendur að vegna teflonhúðarinnar þoli skynjarinn að honum sé dýft í misjafna pytti. Mætti með þessum einfalda hitamæli og grafísku reiknivélinni safna upplýsingum um hitastig á hverasvæðum, jafnt hita vatns sem jarðvegs. Fáanlegar eru mismunandi gerðir skynjara til að fylgjast með hjartslætti. Til er skynjari til að festa á fólk við íþróttaiðkun sem hefur þráðlaust samband við mælitækið. Einnig er til ódýrari skynjari til að nema hjartslátt en notkun hans takmarkast við lengd tengisnúru. Fjölmargir skynjarar eru enn ótaldir. Má nefna mæli sem skynjar styrk segulsviðs, straummæla, spennumæla, leiðnimæli, rakamæli, geislamæli (Geiger-teljara), sýrustigsmæli, ljósnema, hljóðnema, kraftmæli, ljóshlið og svo mætti lengi telja.

Hin fjölbreyttu mælitæki sem hér hefur verið lýst opna margvíslega möguleika í stærðfræðikennslu. Með þeim er á tiltölulega fljótlegan hátt hægt að safna gögnum um hinn skynjanlega heim, og með hjálp reiknivélarinnar geta nemendur glímt við að koma böndum á gögnin með stærðfræðinni sem þeir eru að læra. Þannig komast á bein tengsl milli hins skynjanlega heims og heims tákna og aðgerða, sem nemendum virðist stundum að lifi

sjálfstæðu lífi. Með markvissum umræðum um mælingarnar og það sem mælt er má ætla að nemendum veitist léttara en ella að koma sér upp í máli sínu og hugsun þeim hugtökum sem svo eru táknud og rannsökuð í hinni hreinu stærðfræði. Þeim gefst kostur á að kynnst hugtökum sem tengjast líkanasmíð í stærðfræði, geta notað stærðfræðileg hugtök sem þeir hafa kynnst og fá tækifæri til að velta því fyrir sér hvers vegna sum líkön henta betur en önnur og hversu góðrar samsvörunar er hægt að vænta milli líkans og veruleika. Hér má nefna einföld dæmi til útskýringar. Hægt er, með hjálp fjarlægðarskynjarans, að láta reiknivélina teikna graf sem sýnir fjarlægð sem fall af tíma. Nemendur geta gengið að eða frá fjarlægðarskynjaranum og kemur þá fram á reiknivélinni



lýsing á ferðalagi þeirra. Þeir geta svo glímt við þá spurningu hvernig þeir eigi að haga göngunni til að fram komi á reiknivélinni bein lína með jákvæða hallatölu, bein lína með neikvæða hallatölu, lóðrétt lína (sem gerir reyndar töluverðar kröfur til göngugarpsins!) eða lárétt lína. Þá geta þeir glímt við að fá á reiknivélarskjáinn aðra ferla, t.d. fleygboga. Með slíkri æfingu er mögulegt að tengja hugtök er lúta að vexti falla einfaldri og jarðbundinni upplifun sem nemendur geta síðar meir leitt hugann að í leit að innsæi á sviði hinnar hreinu stærðfræði. Með fjarlægðarskynjaranum má sömuleiðis gera ýmsar tilraunir þar sem reynir á að nemendur finni stærðfræðilega lýsingu á því sem gerst hefur. Sé hlutur látinn falla og fjarlægð hans frá skynjaranum skráð reglulega á meðan á fallinu stendur eignast nemendur gögn sem þeir geta glímt við að lýsa.

Þeir skoða punktana sem fram koma á reiknivélar-skjánum, leita í huganum að ferli sem þeir þekkja sem hefur líka lögun og gera með hjálp reiknivélarinnar nálgun að mælipunktunum. Þeir fá tækifæri til að sjá að í sumum tilvikum geta ólíkar aðferðir virst koma til greina og geta velt fyrir sér hvernig velja eigi á milli. Þeir geta upplifað tilvik þar sem nálgun getur átt við í einu tilviki en ekki öðru, ef einungis er horft á mælipunktana, og öðlast skilning á nauðsyn þess að stærðfræðilkön séu borin saman við veruleikann að smíði þeirra lokinni, og endurskoðuð ef beita á þeim við nýjar aðstæður. Allt eru þetta þýðingarmikil atriði við hagnýtingu stærðfræðinnar í tækni og vísindum.

Eins og nærri má geta hefur verið gefið út

margvíslegt kennsluefni þar sem mælitæknin er nýtt. Á það jafnt við um eðlisfræði, líffræði og aðrar raungreinar sem stærðfræðina. Þeim sem áhuga hafa á að kynna sér það efni sem til er skal bent á að Netið hefur að geyma um það ítarlegar upplýsingar. Ennfremur er að finna á Netinu allar nánari upplýsingar um mælitæknina sjálfa sem hér hefur verið lýst í örstuttu máli. Það er meira að segja hægt að kaupa allt sem til þarf á Netinu! Hér að neðan eru tilgreindar þær slóðir sem helst gætu orðið að gagni.

Guðmundur er lektor á sviði stærðfræðimenntunar við Kennaraháskóla Íslands.

gbirgiss@khi.is

<http://syrpa.khi.is/~gbirgiss>

Heimasíða Casio <http://www.casio.com/>

Menntaslóðir Casio <http://pegasus.cc.ucf.edu/~ucfcasio/casio.htm>

Mælitækjasíðan hjá Casio <http://pegasus.cc.ucf.edu/~ucfcasio/probes.htm>

Heimasíða Texas Instruments <http://www.ti.com/>

Reiknivélar Texas Instruments <http://www.ti.com/calc/docs/calchome.html>

Menntunarsvæði Texas Instruments <http://www.ti.com/calc/docs/resource.htm>

Mælitækjasíðan hjá Texas Instruments <http://www.ti.com/calc/docs/sdata.htm>

Vernier skynjarar <http://www.vernier.com/cbl/cblprobes.html>

AccuLab skynjarar og hugbúnaður <http://www.sensornet.com/>

PASCO skynjarar

<http://www.pasco.com/html-bin/computer/TIadapt.htm> Vefverslun sem selur reiknivélar og mælitæki

<http://www4.viaweb.com/eastside/calculators-laboratory-calculators.html>

Reiptog

Fjórir uxar eru jafn sterkir og fimm hestar.



Fíll er jafn sterkur og einn uxi og tveir hestar til samans.



Hverjir munu sigra í reiptoginu hér að neðan? Rökestyðjið álit ykkar.



Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 1984-1998

Nýútkomin bók
Rögnvaldur G. Möller

Ætlunin í þessum pistli er að kynna nýútkomna bók. Bókin ber titilinn *Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema - árin 1984-1998*, og inniheldur öll dæmi sem hafa verið lögð fyrir í Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema, ásamt ítarlegum lausnum. Einnig er að finna í bókinni viðauka um stærðfræðileg hugtök og niðurstöður sem nýtast við lausn dæmanna, auk samantektar á úrslitum keppninnar frá upphafi. Bókin er um 380 blaðsíður. Útgefandi er IÐNÚ bókaútgáfan í samstarfi við Íslenska stærðfræðafélagið og Félag raungreinakennara. Ritstjórar eru stærðfræðingarnir Jóhann Sigurðsson og Rögnvaldur G. Möller. Verð bókarinnar í bókabúð IÐNÚ, Berþórugötu 23, er 2.545 kr., sem er nokkuð lægra en verð í almennum bókabúðum. Efnið er líka aðgengilegt á netinu, netfangið er <http://www.raunvis.hi/~stak> Vinna við bókina var styrkt af Háskóla Íslands og Talnakönnun hf. Sparisjóður Reykjavíkur og nágrennis styrkti útgáfu bókarinnar og gefur eintak í alla skóla fyrir unglíngastig í Reykjavík.

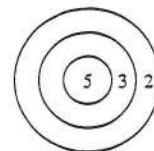
Stærðfræði sem keppnisgrein á sér langa sögu. Á endurreisnartímanum í Ítalíu var veðjað um hver gæti leyst flestar og erfiðastar jöfnur, nokkrum öldum síðar lögðu menn fram lærdar ritgerðir í keppni um gullmedalíur vísindaakademía og á tuttugustu öldinni keppast ungmenni um allan heim við að leysa þrautir og verkefni í samkeppni við jafnaldra sína. Rekja má upphaf slíkrar keppni skólanemenda aftur um eina öld til Ungverjalands.

Hér á landi var farið af stað með stærðfræðikeppni í framhaldsskólum skólaárið 1984-1985. Slík keppni er liður í baráttunni við draug sem hefur fylgt stærðfræðinámi í gegnum aldirnar. Til að geta nýtt sér stærðfræði þurfa nemendur að hafa náð tókum á ákveðnum grunnatriðum. Margir nemendur (og kennarar) tynast í þessum grunnatriðum. Stærðfræði fyrir þeim er aðeins leiðinda-leikur að táknum sem er ýtt fram og til baka á blaði eftir tyrfrnum reglum, sem virðast ekki hafa neina merkingu og enga réttlætningu nema „afþvíbara”. Annað meginmarkmið Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema er að fá nemendur til að hugsa um verkefni og þrautir sem eru allt öðruvísi en æfingadæmi kennslubókanna. Margir nemendur taka strauminn af toppstykkinu í stærðfræðikennslu-

stundum, en í keppninni er vonast til að þessir nemendur finni að þeir geta náð árangri í glímu við stærðfræðidæmi með því að hugsa sjálfstætt. Hitt meginmarkmiðið er að ná til nemenda sem hafa sérstakan áhuga á stærðfræði og gefa þeim tækifæri til að þroska hæfileika sína frekar. Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema skiptist í forkeppni, sem haldin er í skólum landsins á haustin, og úrslitakeppni, sem haldin er í Háskóla Íslands snemma vors. Í forkeppninni er reynt að ná til fjöldans, en í úrslitakeppninni er höfðað til þeirra sem hafa sérstakan áhuga á stærðfræði. Síðustu ár hafa á milli 700 og 800 nemendur tekið þátt í forkeppninni.

Við, sem stöndum að útgáfu bókarinnar, vonumst til að bókin geti nýst kennurum á öllum skólastigum. Dæmin eru fjölbreytt; talnareikningur, einföld talnafræði, talningarfræði, algebra, rúmfræði og rökfræði. Hægt er að leysa dæmin án þess að nota deilda- og heildareikning. Þau eru misþung; sum reyndar mjög þung. Dæmin sem koma hér á eftir eru öll úr keppninni skólaárið 1991-1992. Fyrstu tvö dæmin eru meðal þeirra léttari og reiknað er með að allir nemendur geti glímt við þau. Í keppninni voru þessi dæmi sett fram sem krossaspurningar.

Dæmi. Píluskífa hefur þrjá hringi (sjá mynd). Fjöldi stiga sem fást fyrir pílu sem lendir í hverju svæðanna þriggja er eins og sést á myndinni. Hver er minnsti fjöldi pílukasta sem þarf til að hljóta nákvæmlega 21 stig?



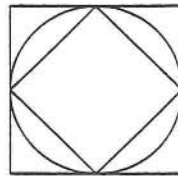
Dæmi. Ef myndin hér til hliðar er klippt út og brotin saman þannig að út fæst teningur, hvaða stafur er á hliðinni á móti hliðinni sem merkt er með D?



Til að leysa þessi dæmi þarf ekki mikla kunnáttu, eins og skáldið sagði „Vilji er allt sem þarf“. Næstu þrjú dæmi reyna meira á kunnáttu. Þau voru líka sett fram sem krossaspurningar.

Dæmi. Hver er minnsta jákvæða náttúrleg tala sem allar náttúrlegar tölur frá 1 upp í 10 ganga upp í?

Dæmi. Myndin sýnir tvo ferninga, annan með hring innritaðan og hinn innritaðan í sama hring. Gefið er að mismunur á flatarmálum ferninganna er 32. Hver er geisli hringsins?



Dæmi. Tveir hringir hafa sama geisla og miðpunktur hvors hrings liggur á hinum hringnum. Ef geislinn er jafn 1, hvert er flatarmál svæðisins sem liggur innan í báðum hringunum?

Lausn fyrsta dæmisins virðist felast í miklum útreikningum en nemandi sem hefur skilið hvað minnsti samnefnari er getur leyst það greiðlega. Á hinn bóginn þá ætti nemandi sem hefur böðlast í gegnum dæmið að hafa dýpkað skilning sinn á minnsta samnefnara.

Þátttakendur í keppninni hafa mjög misjafnan bakgrunn. Dæmin hér að ofan gætu vafist fyrir mörgum góðum framhaldsskólanemendum. Þegar

dæmi eru valin í keppnina gilda önnur sjónarmið en þegar próf er samið. Tryggja þarf að dæmin séu fjölbreytt og að á meðal þeirra séu verkefni sem eru aðgengileg nemendum sem hafa litla reynslu í að glíma við þrautir, og einnig þurfa að vera dæmi sem reyna verulega á afburðanemendur sem hafa mikla reynslu. Flestir ættu samt að ráða við flest dæmin ef nógu langur tími er gefinn. Mörg dæmanna gætu hentað sem umræðu- eða rannsóknaverkefni. Dæmið um þilukastið mætti til dæmis gera almennara: skoða stærri skífu, skoða samskonar verkefni á venjulegri skífu og svo framvegis. Fyrir unga nemendur mætti staðfesta svarið í dæminu með teninginn með því að klippa út myndina og búa til tening.

Þátttakendur eru margir hverjir óhemju snjallir og hafa grúskað í allskyns þrautum. Keppnin þarf að vera þannig að hún greini á milli þessara afburðanemenda. Dæmi eins og hér að framan leysa þessir nemendur eins og ekkert sé. Því eru alltaf líka í keppninni dæmi sem eru verulega erfið, oft það erfið að reyndir stærðfræðingar lenda í vandræðum með þau. Næstu tveim dæmum þurfti að svara skriflega og rökstyðja hvert skref. Seinna dæmið er úr úrslitakeppninni.

Dæmi. Reiknið summu logra allra deila tölunnar 1.000.000.

Dæmi. Í skóla nokkrum eru 1000 nemendur. Í skólanum er kenndur fjöldi tungumála. Hver nemandi lærir í mesta lagi 5 tungumál. Svo vill til, að í sérhverjum hópi þriggja nemenda er hægt að finna tvo sem læra sama tungumálið. Sýnið að hægt sé að finna 100 nemendur sem læra allir sama tungumálið.

Rögnvaldur er lektor í stærðfræði við Háskóla Íslands.



Margt nýtt er á döfinni í stærðfræðikennslu!

Hafdís Guðjónsdóttir

Nokkur uppgangur og áhugi virðist vera á mál-efnum tengdum stærðfræði. Þetta getum við séð með því að kanna hvað er að gerast hjá fræðslu-umdæmunum, Námsgagnastofnun og Fleti, félaginu okkar. Nokkrir aðilar skrifa í blaðið og segja frá því sem þeir eru að gera en ég ætla að gamni mínu að bæta við það þó það verði ekki tæmandi. Ég fékk þá sem hlut eiga að máli til að koma með stuttar lýsingar á námskeiðum / fræðslufundum / þróunarverkefnum eftir því sem við á. Gaman væri að heyra frá fleirum fyrir næstu útgáfu Flatarmála.

Námskeið á vegum Flatar

Félagið okkar, Flötur, stóð fyrir tveimur námskeiðum í sumar. Annað þeirra nefndist „Stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna“ sem er íslenskt vinnuheiti aðferðarinnar Cognitively Guided Instruction sem á rætur að rekja til Wisconsin í Bandaríkjunum.

Sumarið 1998 og fram á sumar 1999 stendur Flötur fyrir framhaldsnámskeiði handa kennurum um stærðfræðikennslu byggða á skilningi barna. Þátttakendur á því námskeiði eru 30 kennarar víðs vegar af landinu. Námskeiðið byggist að stórum hluta á lestri og vinnu tengdri kennslu þátttakenda ásamt verkefnaskilum. Það hófst með tveggja daga vinnu seinni hluta ágústmánaðar 1998. Í febrúar 1999 verður fenginn kennari frá Háskólanum í Wisconsin í Bandaríkjunum til að vinna með þátttakendum í tvo daga. Milli þessara tveggja funda hafa þátttakendur lesið greinar um rannsóknir sem gerðar hafa verið á stærðfræðikennslu byggðri á skilningi barna, og reynt þessar aðferðir í kennslu sinni. Á milli fundanna hafa þátttakendur átt samskipti á Netinu og hafa umræðurnar verið sérlega áhugaverðar og líflugar. Umsjón með námskeiðinu hefur verið í höndum Hafdísar Guðjónsdóttur, kennara við Lækjarskóla í Hafnarfirði og Jónínu Völu Kristinsdóttur, aðstoðarskólalastjóra við Háteigsskóla í Reykjavík.

Hitt námskeiðið fjallaði um námsmat í stærðfræði. Dagana 10. - 14. ágúst stóð Flötur fyrir námskeiði um námsmat í stærðfræði. Námskeiðið var opið bæði grunnskólakennurum og framhaldsskólakennurum. Þátttakendur voru 27 og komu þeir víðs vegar að af landinu. Komið var víða við og var m.a. rætt um símat, skriflegt mat, munnlegt

mat, verklegt mat og sjálfsmat. Aðalfyrirlesari var Sigrún Jernquist frá Noregi. Hún fjallaði um námsmat sem tengilið milli náms og kennslu með sérstakri áherslu á sjálfsmat nemenda, nýjar gerðir af stærðfræðiþrautum og verkefnum og nýjar tegundir af prófum og könnunum. Annar erlendur gestur kom lítillaga við sögu. Sóttur var fyrirlestur í Hafnarfirði þar sem fulltrúi frá Freudenthalstofnuninni, Aad Goddjin, fjallaði um hvernig meta má rúmfræðiþætti. Íslenskir kennarar létu ekki sitt eftir liggja. Guðný Helga Gunnarsdóttir sagði frá nýju námsmatskerfi í Svíþjóð. Guðbjörg Pálsdóttir og Kristína Ragnarsdóttir úr Háteigsskóla og Hafdís Ásgeirsdóttir, Ragnheiður Ásgeirsdóttir og Sigríður Ragnarsdóttir úr Grundaskóla sögðu frá þróunarstarfi varðandi mat á munnlegum og verklegum þáttum í stærðfræði. Þór Jóhannson kennari við Grunnskólann í Borgarnesi flutti erindi um það hvernig markmið náms, framkvæmd og mat hanga saman í einu ferli. Guðmundur Birgisson sem kominn er til starfa við Kennaraháskóla Íslands flutti erindi um mat á stærðfræðinámi í ljósi kenninga um þrautalausnir og Konráð Ásgrímsson kynnti prófabanka og vinnu við hann. Að námskeiðinu loknu komu upp hugmyndir um framhaldsnámskeið í vetur. Ákveðið var að það færi fram á Netinu í formi umræðna út frá verkefnavinnu. Það námskeið er að fara af stað núna. Umsjón með námskeiðinu höfðu þær Ásrún Matthíasdóttir kennari við Menntaskólann í Kópavogi og Sigrún Ingimarsdóttir kennari við Háteigsskóla.

Skóla- og fræðsluskrifstofur

Átak í stærðfræði í Hafnarfirði.

Sjá grein Guðnýjar Helgu Gunnarsdóttir bls. 4.

Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.

Matthildur Guðmundsdóttir hefur staðið fyrir tveimur fræðslufundum í vetur. Fyrri fundurinn var ætlaður kennurum í 1. bekk þar sem Guðbjörg Pálsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir kynntu nýtt námsefni í stærðfræði. Seinni fundurinn var haldinn fyrir kennara í 1. - 2. bekk. Þar ræddi Guðný Helga Gunnarsdóttir um breyttar áherslur í stærðfræðinámi byrjenda.

Stærðfræðiáttak í Reykjavík.

Sjá grein Meyvants Þórólfssonar bls .

Á Vestfjörðum hafa verið haldin tvö stærðfræðinámskeið. Berta Sveinbjarnardóttir og Sóley Sigþórsdóttir héldu námskeið fyrir yngri barna kennara. Námskeiðið fyrir 1.-5. bekkjar kennara hófst með tveggja daga námskeiði í júní. Kennarar unnu svo verkefni á haustdögum og lauk síðan námskeiðinu á hálfsvags fundi í nóvember. Námskeiðið bar yfirskriftina *Stærðfræði í heildstæðu skólalastarfi*. Námskeiðið var tvíþætt. Í fyrsta lagi fræðileg umfjöllun um hina ýmsu þætti stærðfræðinnar og hvernig þeir tengjast hver öðrum. Mikil áhersla var lögð á að rökstyðja hvers vegna við þurfum að sinna fleiri þáttum í stærðfræði en reikniadgerðunum fjórum og hve mikilvægt væri að huga að undirstöðuatriðum stærðfræðinnar s.s. að byggja upp talnaskilning með því að vinna markvisst með þætti eins og mynstur, flokkun og ágiskun o.s.frv. Gefin voru dæmi um hvernig vinna má með ólíka þætti og hversu mikilvægt það er að hafa kennsluna hlutbundna mun lengur en gert er. Leiðbeinendur sýndu fjölbreytta notkun á desimalskubbum svo og Montessori kennslugögn sem notuð eru í Grunnskólanum í Borgarnesi. Í öðru lagi var svo kennslan og hvernig við getum matreitt stærðfræðina á mismunandi hátt. Kynnt voru ýmis heildstæð viðfangsefni sem leiðbeinendur hafa unnið. Reynt var að gefa hugmyndir um hve auðvelt er fyrir kennara að finna margbreytileg verkefni í umhverfinu sem þeir búa í eða í öðrum námsgreinum sem þeir eru að kenna. Kennarar fengu að sjálfsgöðu að spreyta sig á hinum ýmsu verkefnum og fengu síðan það heimaverkefni að búa til eitt samþætt verkefni sem tæki á einhverjum þáttum stærðfræðinnar og prófa það í kennslu. Á haustdögum komu kennarar og kynntu verkefni sín og fengu kynningu á öðrum verkefnum frá leiðbeinendum ásamt myndbandsupptöku úr kennslu þeirra.

Guðbjörg Pálsdóttir hélt námskeið fyrir kennara 6.-10. bekkjar. Á námskeiðinu fyrir eldri nemendur var áhersla lögð á kennsluhætti og vinnubrögð. Skoðuð voru viðfangsefni úr rúmfræði og algebru og hvernig umhverfið er uppspretta fyrir stærðfræðilegar vangaveltur.

Skólaskrifstofa Reykjanesbæjar stendur fyrir námskeiði fyrir kennara 1.-7. bekkjar. Guðbjörg Pálsdóttir og Kristína Ragnarsdóttir sjá um námskeiðið. Þetta námskeið hófst í ágúst með tveggja daga lotu og haldnir verða fjórir fundir í vetur. Á þessu námskeiði er lögð áhersla á að kynna fyrir kennurum vinnubrögð og vídd stærðfræðinnar. Kennarar hafa fengið hugmyndir til að reyna í kennslu og skila vangaveltum sínum um nám og kennslu skriflega.

Á Akureyri var haldið námskeið fyrir kennara 3.-8. bekkjar. Kennarar á námskeiðinu voru Guðbjörg Pálsdóttir og Kristína Ragnarsdóttir.

Tveir námskeiðsdagar voru í ágúst og síðan tveir fundir á haustönn. Á námskeiðinu var lögð áhersla á verklega vinnu, nýtingu umhverfis, hlutverk kennarans og uppbyggingu kennslustunda. Þátttakendur unnu verkefni út frá lestri tímaritsgreina og eigin kennslu.

Skólaskrifstofan í Borgarnesi stóð fyrir viku námskeiði um nám og kennslu í stærðfræði í grunnskóla. Var það haldið að Varmalandsskóla í ágúst. Umsjón með námskeiðinu höfðu þeir Björn Þráinn Þórðarson, Kristján Sigurðsson og Þór Jóhannsson. Meginhugmyndin var að safna saman á námskeið stærðfræðikennurum af Vesturlandi í þeim tilgangi að auka samskipti þeirra um fagleg málefni er varða stærðfræðikennslu. Einnig að draga betur fram í dagsljósið ýmsa þróunarvinnu sem unnin hefur verið á Vesturlandi í þessum geira. Reynt var að hafa dagskrána fjölbreytta þannig að sem flestir fengju eitthvað við sitt hæfi. Í upphafi voru námskrádrögin skoðuð lítillega því að meiningin var að spegla umræður vikunnar í þeim og forvitnast um þær hugmyndir sem þar eru settar fram. Ragnheiður Jóhannsdóttir var með umfjöllun um leiki og spil og gildi þeirra í kennslunni. Þá tók „myndlistar-stærðfræði“ við þar sem Kristján Sigurðsson og Gunnar Gunnarsson sýndu hugmyndir að hagnýtum tengslum stærðfræði og myndlistar. Pallborðsumræður voru á dagskrá að kvöldi annars dags námskeiðsins og við pallborðið sátu Kristján Sigurðsson, Atli Harðarson og Þór Jóhannsson. Umræður urðu töluverðar um tilgang með stærðfræðikennslu í grunnskóla og hvernig framkvæma skildi hana. Sóley Sigurþórsdóttir og Berta Sveinbjarnardóttir kynntu heildstæða kennsluhætti í byrjendakennslu (1. - 4. bekk) þar sem stærðfræðin er fléttuð inn í viðfangsefni sem spanna fleiri „námsgreinar“. Þetta fengu þátttakendur að reyna á eigin skrokki. Þrjú Kristjánsdóttir og Berþóra Jónsdóttir kynntu nýtt skipulag á kennslu stærðfræði á unglingsstigi, nokkurs konar lotukerfi þar sem efnisþáttum er raðað í lotur sem unnar eru hver af annarri og námsmat framkvæmt jafn óðum. Námsmat er snar þáttur í stærðfræðikennslu og þótti ákaflega nýstárlegt framlag þeirra Hafðísar Ásgeirsdóttur, Sigríðar Ragnarsdóttur og Ragnheiðar Ásgeirsdóttur þar um. Þær stölluð eru að gera tilraunir með að meta á fjölbreytilegri máta, t.d. að meta verkefnavinnu hópa. Þór Jóhannsson ásamt þeim Hafðísi, Sigríði og Ragnheiði lagði síðan fyrir þátttakendur það verkefni sem lauslega hafði verið kynnt í upphafi námskeiðs það er að lesa yfir þrautalausnakafnann í námskrádrögunum í hópum og svara ákveðnum spurningum. Spurningarnar lutu að skilningi þátttakenda á markmiðunum, hvers konar viðfangsefni væru hentug og hvernig

væri mögulegt að meta hvort markmiðin hefðu náðst. Kennsluráðgjafaverkefni Skólaskrifstofu Vesturlands var næst á dagskrá. Þetta verkefni snýst um samskipti kennara á Vesturlandi um stærðfræði og stærðfræðikennslu. Samskiptin fara fram á Netinu á póstlista. Kynnti Björn Þráinn Þórðarson starfsmaður Skólaskrifstofunnar þetta viðfangsefni. Að lokum bar góðan gest að garði alla leið frá Danmörku, Marianne Holmer. Hún er einn af höfundum unglíngastigsefnis dönsku stærðfræðinámsbókanna Faktor. Var gerður góður rómur að umfjöllun hennar um forsendur að baki útgáfunni og dæmum um nokkur kennslufræðileg atriði. Ekki má gleyma að minnast á félagslega þáttinn í slíku námskeiði sem þessu þar sem þátttakendur dvelja á námskeiðsstað alla vikuna. Slíkt gefur námskeiði allt annan blæ en námskeiði þar sem hver hverfur til síns heima að vinnudegi loknum. Til að auka samkennd þátttakenda var m.a. farið í ferðalag um uppsveitir Borgarfjarðar með Snorra Þorsteinsson sem farastjóra. Snorri, sem þekkir nánast hverja þúfu í héraðinu, var óspar á sögur og sagnir af fólki bæði í nútíð og fortíð. Einnig er vert að minnast á eldheitar kennslufræðipælingar í heita pottinum. Einhvern veginn verða umræður við slíkar aðstæður öðruvísi en inni í kennslustofu með hefðbundinni uppstillingu. Að lokum voru þátttakendur beðnir um að meta gildi námskeiðsins og voru skipuleggjendur ákaflega ánægðir með það mat. Þykir sýnt að framhald verði á.

Námsefni

Nýlega kom út hjá Námsgagnastofnun námsefni í stærðfræði fyrir byrjendur, Kátt er í Kynjadal. Höfundur er Guðbjörg Pálsdóttir. Væntanleg er staðfærsla á danska námsefninu Faktor. Sjá grein Guðbjargar Pálsdóttur bls. 23.

Leshópur

Hópur áhugasamra félaga í Fleti tók sig saman og myndaði leshóp. Hópurinn velur nokkrar greinar úr tímaritum til að lesa og hittist síðan mánaðarlega og spjallar og spáir í greinarnar. Áhugasömum er bent á að hafa samband við Matthildi Guðmundsdóttur, sími 553 5000, netfang mgg@rvk.is

Þróunarverkefni

Á þessu ári sótti Flötur um styrk til Þróunarsjóðs grunnskóla vegna tveggja verkefna: *Barnabækur og stærðfræði* og *Heimaverkefni í stærðfræði*. Markmiðið með þessum þróunarverkefnum er að gefa út efni fyrir kennara til að nota í kennslu jafnframt öðru námsefni. Við vonumst til að efnið gefi kennurum hugmyndir að fjölbreytilegri nálgun í kennslu.

Barnabækur og stærðfræði.

Ætlunin er að safna saman sögum sem gefa tilefni til stærðfræðilegrar umfjöllunar með börnum. Þeim fylgi hugmyndir að vinnu í tengslum við efni þeirra. Einnig verður fjallað almennt um stærðfræðináms ungra barna og hugmyndafræðina að baki þeim kennsluháttum sem kynntir verða í tengslum við sögurnar. Umsjónarmaður verkefnisins eru þær Hafdís Guðjónsdóttir og Matthildur Guðmundsdóttir.

Heimaverkefni í stærðfræði.

Ætlunin er að fjalla um tilgang heimaverkefna og hvernig þau geta skapað umræðu milli foreldra og barna um stærðfræði. Lögð verður áhersla á fjölbreytta kennsluhætti þar sem nemendur fá tækifæri til að gera eigin athuganir, ræða þær við aðra og færa rök fyrir vinnu sinni. Við vonumst til að geta komið með hugmyndir þar sem heima-vinnan er eðlilegt framhald af vinnunni í skólanum og foreldrar eiga kost á að gerast þátttakendur í námi barna sinna. Umsjónarmaður er Jónína Vala Kristinsdóttir.

Fagstjórnarvinna.

Árið 1996 sótti Flötur um styrk til að kanna stöðu fagstjórnar í stærðfræði í grunnskólum landsins og að taka saman leiðbeiningahefti fyrir fagstjóra. Var myndaður starfshópur um þetta verk sem vann undir stjórn Önnu Kristjánsdóttur. Í hópnum voru auk Önnu, Birna Hugrún Bjarnadóttir, Hilmar Arason, Matthildur G. Guðmundsdóttir, Meyvant Þórólfsson og Þóra Melsted. Vinnan hófst með könnun á stöðu fagstjórnar í stærðfræði á grunnskólastigi. Könnunin var tvíþætt þar sem bæði skólustjórar og fagstjórar voru beðnir að svara spurningum sem tengdust fagstjórn. Starfshópurinn vann úr niðurstöðum veturinn 1997-1998 og á vormisseri hófst vinna við leiðbeiningaheftið. Drög að því hefti voru afhent stjórn Flatar í júlí s. l. Er stefnt að útgáfu fljótlega eftir áramót.

Að lokum

Það er greinilegt á ofangreindu að ýmislegt er í gangi í sambandi við stærðfræðikennslu hér á landi. Það verður spennandi að sjá hvert þetta leiðir okkur og hvort við eigum eftir að fá nemendur sem eru betur tilbúnir til að takast á við hin margvíslegustu verkefni, sýna frjóga hugsun, þor til að taka sjálfstæðar ákvarðanir og rökstyðja þær. Ég vil að lokum þakka öllum þeim sem unnu með mér að söfnun þessara upplýsinga.

Hafdís er kennari við Lækjarskóla í Hafnarfirði.

Stærðfræðiátak í Reykjavík

Meyvant Þórólfsson

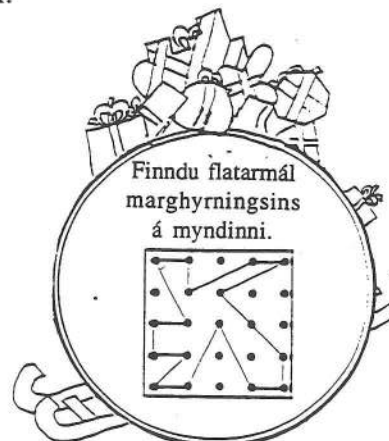
Haustið 1997 hóf Fræðslumiðstöð Reykjavíkur átak í kennslu stærðfræði og náttúrufræða. Meyvant Þórólfsson, áður aðstoðarskólalastjóri við Hjallaskóla, var ráðinn til þessa starfs. Allmikill tími hefur farið í úttekt, skýrslugerð, fundi, námskeið og annað þróunarstarf á sviði náttúrufræða. Í stærðfræði hefur átakið einkum falist í fræðslufundum, samráðsfundum og stuttum námskeiðum. Fundir hafa verið haldnir í einstökum skólum og einnig hafa verið haldnir sameiginlegir fundir fyrir skóla í hverju hinna fjögurra skólahverfa Reykjavíkur og loks hafa verið haldnir opnir, sameiginlegir fundir í fundarsal Fræðslumiðstöðvar. Markmið þessara funda hefur verið að vekja athygli á því helsta sem er á döfinni, skapa vettvang fyrir umræður um sameiginleg áhugamál og vandamál og vekja kennara til gagnrýnnar hugsunar um eigin stöðu og nemenda sinna í námi og kennslu stærðfræði. Síðast en ekki síst er slíkum fundum ætlað að vera vettvangur fyrir skoðanaskipti um öll þau álitamál sem tengjast stærðfræðikennslu. Nokkur stutt endurmenntunarnámskeið hafa verið haldin. Í júní 1998 var haldið opið 40 stunda námskeið, þar sem horft var á skipulag stærðfræðináms eins og það birtist í skólanámskrá. Tekið var mið af endurskoðun aðalnámskrár grunnskóla, námsgögnum sem í boði eru og brugðið var upp dæmum um nýjungar í kennsluháttum. Einnig eru á döfinni námskeið í skólum á starfstíma þeirra. Þar fer fram sjálfsskoðun, þar sem metnir eru þættir eins og stefna skólans í stærðfræðikennslu, áætlanir, skráning og miðlun upplýsinga, tengsl milli stiga, tengsl við umhverfi, samþætting við annað nám, námsmat og samvinna kennara svo eitthvað sé nefnt. Einnig er þar komið inn á lausnir þrauta, umræður og röksemdafærslur sem áherslur í kennslu, lestur bókakafla og greina og upplýsingatækni svo eitthvað sé nefnt. Umsjónarmaður átaksins hefur nokkur atriði að leiðarljósi við þróun þess. Þar ber eftirfarandi þrjú atriði hæst:

- Sýn fólks á stærðfræðinámi er misjöfn og ræðst af hinum breytilegu forsendum sem lagðar eru til grundvallar námi og kennslu. Þessar forsendur geta verið af margvíslegum toga, uppeldis- og kennslufræðilegar, forsendur tengdar breyttum aðstæðum í þjóðfélaginu, t.d. upplýsingatækni, forsendur tengdar aukinni tengingu við veruleika daglegs lífs og stærðfræði fyrir „alla”, forsendur

tengdar fræðigreinininni sjálfri, tengingu við framhaldsnám og ýmislegt fleira.

- Spurninguna um heildarskipulag, samhengi/samfellu og ytri stýringu annars vegar og sjálfstæði kennara og skóla hins vegar er mjög áleitin. Hér er það haft að leiðarljósi að ákveðin samræming, og þar með stýring sé nauðsynleg hvað varðar tryggingu þess að fjallað sé um ákveðna mikilvæga þætti stærðfræði í vitrænu samhengi með samfellu milli stiga og skóla. En jafnnaúdsynlegt er að kennarar hafi svigrúm til að skipuleggja og meta þessa þætti miðað við þær aðstæður sem þeir búa við og þær faglegu hugmyndir sem þeir hafa trú á.
- Ákveðnir þættir í athöfnum og hegðun hvers nemanda geta skipt sköpum um námsárangur og viðunandi námsaðstæður í skóla. Þar ber hæst sjálfstæða hugsun, skilning, þrautseigju, samskiptahæfni og námsaga. Margsinnis hefur verið bent á að árangur í stærðfræði sem og flestum öðrum greinum byggist fyrst og fremst á vinnu og fyrirhöfn. Það er ekki góðs viti ef nemendur telja að námið sé allt skemmtun og þægindi. Í stærðfræðikennslu verður að vera grundvöllur fyrir agaðar umræður um hugtök og aðferðir (lausnir) og túlkun niðurstaðna. Aðstæður, þar sem allir þegja og hver vinnur í sína bók eða einungis kennari talar, eiga líklega stundum við. En stærðfræðinámi verður hvorki fugl né fiskur nema sjálfstæð hugsun hvers nemanda sé sívirk og fram fari rannsóknir, leit að lausnum, samvinna, úrvinnsla, túlkun og umræður um það sem fengist er við.

Meyvant Þórólfsson er kennsluráðgjafi hjá Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.



Þrenna

- skemmtileg heilaleikfimi -

Lárus Thorlacius

Skemmtilegt spil SET ©, sem kallast Þrenna á íslensku, er nú fáanlegt á Íslandi. Spilið er upprunnið í Bandaríkjunum. Höfundur þess, Marsha J. Falco, er líffræðingur að mennt. Hún fékk hugmyndina að leiknum þegar hún vann við rannsóknir í erfðafræði þar sem hún notaði myndaspjöld með mismunandi táknum og litum til að tákna mismunandi gen í Schaefferhundum. Síðan þróaðist spilið smám saman í meðförum fjölskyldunnar og var á endanum gefið út. Þetta er skemmtilegur leikur fyrir einn eða fleiri leikmenn, 6 ára og eldri, sem er auðvelt að læra og má síðan útfæra á ýmsa vegu. Þrenna örvar bæði rökhugsun og samskipti og getur þannig komið að gagni við stærðfræðikennslu.

Í spilastokknum eru spil með myndum, sem hafa fjóra eiginleika:

- (1) **Tákn:** Á hverju spili er mynd af sporvölum, bugðum eða tíglum.
- (2) **Litur:** Táknin eru rauð, græn eða fjólublá.
- (3) **Fjöldi:** Hvert spil hefur eitt, tvö eða þrjú tákni af sömu gerð.
- (5) **Mynstur:** Táknin eru útlínur, röndótt, eða fyllt.

Engin tvö spil í stokknum eru eins, svo alls eru 81 spil í stokknum.

LEIKREGLUR:

Byrjið á því að stokka spilin og leggja tólf spil á borð, fjórar raðir með þrem spilum í hverri röð, þannig að myndirnar snúi upp og allir leikmenn sjái vel á spilin. Leikurinn felst í því að finna þrjú spil, sem mynda þrennu (e. 'set'). Til að mynda þrennu þurfa spilin þrjú að hafa eiginleika sem eru annað hvort eins á öllum spilunum (t.d. öll tákni rauð) eða mismunandi á öllum spilunum (t.d. eitt táknið sporvala, annað bugða og það þriðja tígull).

Dumalfingursregla: Ef tvö spil eru ... en eitt er ekki, þá er það **ekki þrenna**. Til dæmis, ef tvö spil eru með táknum sem eru röndótt, en eitt er með fylltum táknum, þá mynda þessi spil ekki þrennu.

Þegar tólf spil hafa verið lögð á borð hefst leikurinn. Um leið og einhver leikmaður sér þrjú spil sem mynda þrennu þá segir hann „þrenna” og bendir á spilin. Ef hinir samþykkja að hann hafi fundið þrennu þá tekur leikmaðurinn spilin og þrjú spil úr stokknum eru lögð í þeirra stað. Athugið að ekki er spilað eftir neinni röð, heldur snýst leikur-

inn um að vera fyrstur að finna þrennu. Leikmenn verða að koma sér saman um hver á leik ef fleiri en einn kalla „þrenna” um leið. Eftir að leikmaður kallar „þrenna” verður hann að benda strax á spilin. Ef einhver segist hafa fundið þrennu og reynist hafa rangt fyrir sér, tapar hann stigi og spilin eru áfram í borði.

Komið getur upp sú staða að ekki sé hægt að finna þrennu í spilunum á borðinu. Séu allir sammála að svo sé má leggja niður þrjú spil til viðbótar þannig að fimmtán spil séu í borði. Þegar búið er að finna þrennu, fækkar spilunum aftur niður í tólf. Einnig er hægt að spila einn, leggja kapal. Ef lagður er kapall gengur hann ekki upp ef fjölga þarf spilunum í fimmtán.

Spilið heldur áfram þangað til stokkurinn er búinn. Að lokum eru oft sex eða níu spil eftir í borði sem ekki mynda þrennu. Gefið er eitt stig fyrir hverja þrennu. Fjöldi stiga er talinn hjá hverjum leikmanni og lagður við stigafjölda frá síðasta spili. Sá sem situr vinstra megin við þann sem gaf síðast stokkar og gefur upp á nýtt. Leiknum lýkur þegar allir leikmenn hafa gefið og sá vinnur sem hefur flest stig.

EINFÖLDUÐ ÚTGÁFA:

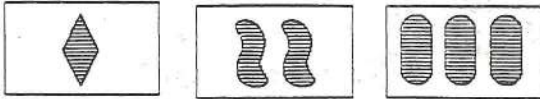
Hægt er að nota einfalda útgáfu af spilinum til að byrja með. Þetta á sérstaklega við ef einhver leikmanna er yngri en sex ára. Þá eru eingöngu notuð spil í einum lit og aðeins þarf að hafa í huga þrjá eiginleika, þ.e. tákni, fjölda og mynstur. Lögð eru níu spil á borðið, en annars spilað eftir sömu reglum og þegar öll spilin eru notuð. Þegar leikmenn eru orðnir leiknir í að þekkja þrennur er tímabært að nota alla litina í einu.

DÆMI:

Eftirfarandi eru dæmi um þrennur í einfaldaðri útgáfu (öll spilin hafa sama lit):

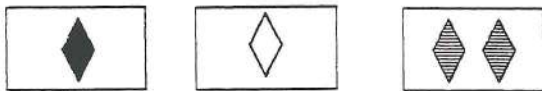


Spilin hafa eitt, tvö og þrjú tákni og táknið er öll fylltar sporvölur



Spilin hafa ólík tákn og mismunandi mörg tákn. Táknin eru öll röndótt.

Dæmi um spil sem ekki mynda þrennu:



Spilin hafa öll sama tákn (tígul) og táknin hafa mismunandi mynstur. Hins vegar er eitt tákn á tveimur spilum en tvö tákn á því þriðja.



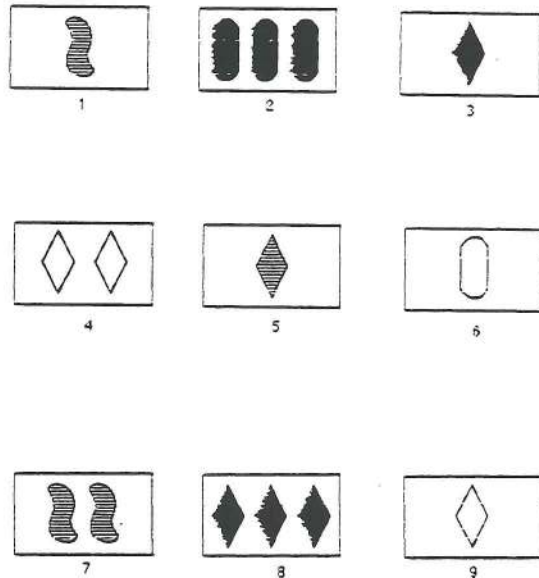
Tvö tákn eru á hverju spili, spilin hafa mismunandi mynstur (útlínur, röndótt og fyllt), en táknin á tveimur spilanna eru bugður meðan þriðja spilið hefur sporvölur.

Nokkrar hugmyndir að notkun Þrennu í kennslu:

- Spila má einfalda útgáfu af Þrennu til að byrja með, t.d. með því að nota aðeins rauðu spilin. Til að byrja með er gott að láta nemendur útskýra af hverju viðkomandi spil mynda þrennu.
- Spila Þrennu (einfalda útgáfu eða með öllum bunkanum) þannig að sá sem finnur þrennu bendir á eitt spil og hinir reyna að finna hver hin tvö spilin eru sem mynda þrennuna.
- Draga tvö spil úr bunkanum og láta nemendur finna hvert þriðja spilið verður að vera til að mynda þrennu með hinum tveimur. Hve lengi eru nemendur að átta sig á því að aðeins eitt spil kemur til greina í þrennu þegar búið er að ákvarða tvö spil?
- Lögð eru niður þrjú spil sem ekki mynda þrennu. Hvað þarf mörg mismunandi spil til að mynda þrennu með hverjum tveimur af þeim sem eru í borði?

- Reikna út hve mörg spil eru í bunkanum.
- Reikna út hve margar þrennur eru í bunkanum.
- Nota Þrennu við líkindareikning. T.d. reikna út hverjar líkurnar á því eru að komi þrenna þegar dregin eru þrjú spil úr bunkanum.
- Hver er hámarksfjöldi á þrennum sem geta verið þegar lögð eru niður níu spil?
- Finna hvað eru margar þrennur í stokknum, þar sem allir eiginleikarnir eru mismunandi.

Þraut: Í þessum níu spilum eru sex þrennur. Getur þú fundið þær allar? Lausnin er gefin neðst á síðunni.



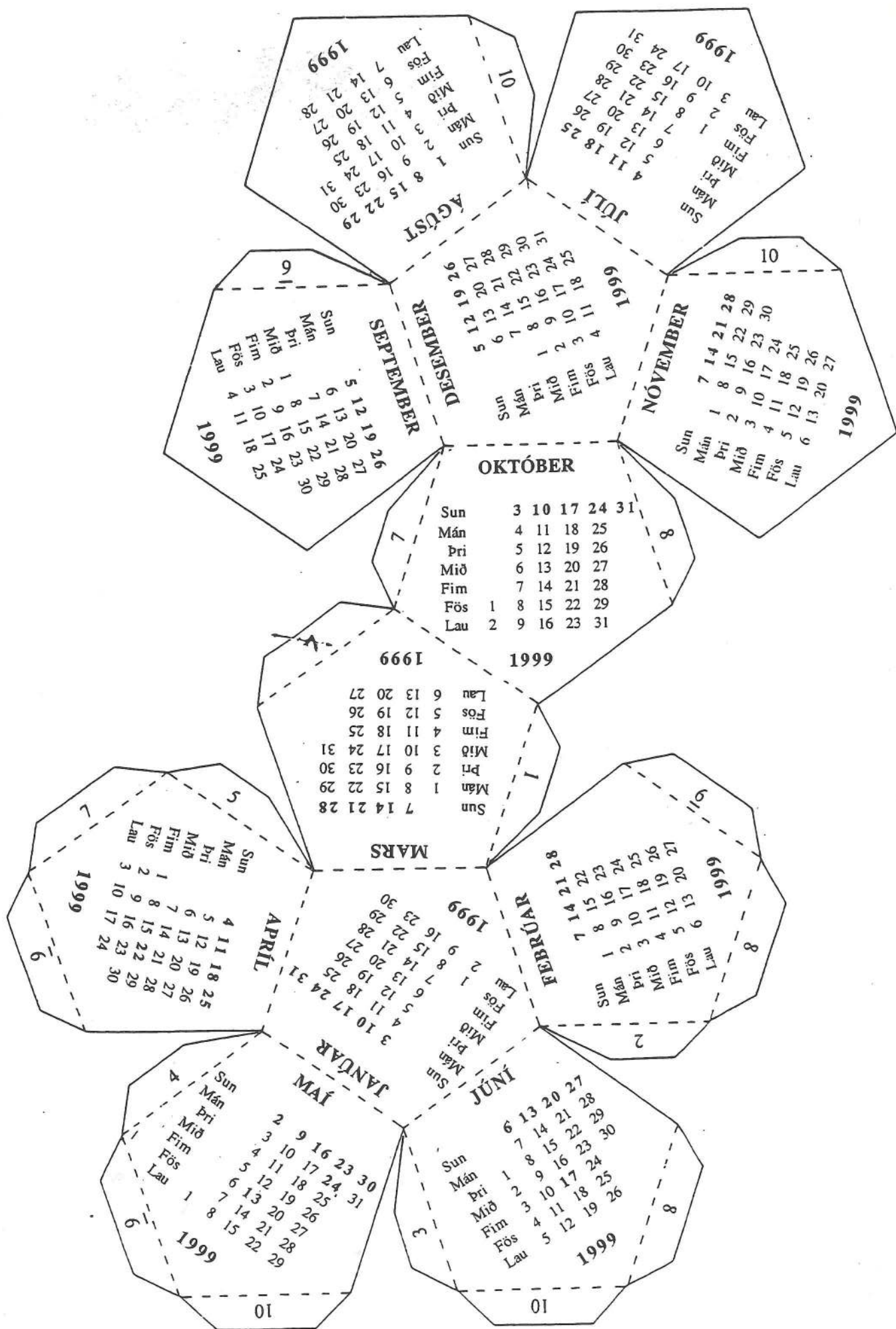
Á vefsíðum SET "<http://www.setgame.com>" er m.a. að finna:

Mathematical Workbook - vinnubók í mengjafræði sem notar Þrennu, nýja þraut á hverjum degi, einfalda útgáfu af Þrennu, tölvuleiknum, fleiri útfærslur á Þrennu, spilinu.

Spilið fæst m.a. í Skólavörubúðinni, bókabúðum og spilabúðum

Dreifing á SET® á Íslandi: Þrenna, Langagerði 13, 108 Reykjavík. Sími/fax: 5532117

Lausn á þraut: (1) 1, 3, 6 (2) 4, 5, 8 (3) 6, 7, 8
(4) 1, 2, 4 (5) 2, 7, 9 (6) 3, 5, 9



Stærðfræði fyrir byrjendur

Kátt er í Kynjadal

Guðbjörg Pálsdóttir

Börn hafa fengist við margvísleg stærðfræðileg viðfangsefni og lært ýmis konar stærðfræði áður en þau setjast formlega á skólabekk. Þau hafa öðlast tilfinningu fyrir formum og hafa flest náð einhverju valdi á þörun, röðun og varðveislu. Í mörgum leikjum eru börn að flokka, raða, skipta og telja. Námsefnið Kátt er í Kynjadal er hugsað sem fyrsta kynning fyrir nemendur á námsgreininni stærðfræði og tekur það mið af því á hvern hátt þeir hafa áður fengist við stærðfræði. Námsefnið er byggt upp í kringum ævintýri eftir Iðunni Steinsdóttur. Ævintýrinu fylgja stórar myndir eftir Freydísi Kristjánsdóttur. Ævintýrið fjallar um Hlín, Fjölni, Haka, Gumpu, Trítíl, Núma og fleiri verur í Kynjadal. Kennarinn segir nemendum ævintýrið eins og framhaldssögu og þeir vinna að ýmis konar viðfangsefnum út frá söguheiminum. Nemendur fá námsbók, en í ítarlegri kennarabók er lagður grunnur að nemendavinnu.

Kennarabók

Kennarabókin skiptist í inngang og kennsluhugmyndir um vinnu í tengslum við ákveðnar blaðsíður í nemendabók. Í inngangi er að finna umfjöllun um námsefnið, byrjendakennslu í stærðfræði, stærðfræði og bókmenntir, námsgögn, heimavinnu og lista yfir ítarefni. Kennsluleiðbeiningar við einstakar blaðsíður eru settar fram sem hugmyndir að viðfangsefnum og ævintýrið birtist í tíu hlutum. Áhersla er lögð á umræður og hlutbundna vinnu. Gert er ráð fyrir að nemendur nálgist viðfangsefnið á sem fjölbreytilegast hátt og kennara er ætlað að aðlag skipulagið að aðstæðum á hverjum stað.

Nemendabók

Helstu stærðfræðilegu viðfangsefni eru greining, flokkun, rökleiðsla, talnaskilningur (0 - 9), form og mynstur. Nemendur eiga út frá myndum að greina, flokka og telja. Þeir æfa talnaskrift, teikna og vinna með mismunandi stærðir, búa til mynstur og mæla. Víða gefst tækifæri til að tengja viðfangsefnið öðrum námsgreinum og skapa út frá því heildstætt þema.

Hugmyndafræðin

Í námsefninu eru skapaðar aðstæður svo nemendur kynnist því strax að í stærðfræðitímum er talað, hugsað, hlustað, rannsakað, skapað, skráð og dregnar ályktanir. Nemendur kynnast margvíslegum vinnubrögðum, námsgögnum og viðfangsefnum. Umhverfið í skólastofunni þarf að vera örvandi og nemendur þurfa að fá að taka þátt í að skapa það. Með því að beita fjölbreyttum vinnubrögðum á kennarinn auðveldara með að átta sig á stöðu nemenda og hvernig nemendur og kennari geta náð fram sem sterkustu samspili. Nemendur þurfa strax að fá tækifæri til að byrja að rannsaka þá möguleika sem námsgreinin opnar. Söguheimurinn gefur tilefni til stærðfræðilegra vanga-veltna, rannsókna, talninga, greininga og flokkana.

Blasíora 0

Áhersluatriði

Form

Talning

Tölur 1, 2, 3

Kátt er í Kynjadal III.

Daginn eftir rigndi eins og hellt væri úr fötu og þakið á húsinu var farið að leka. Hlín sótti fimm stóra potta og setti undir lekann en Fjöltnir dreif sig upp í tröllahelli til að biðja um aðstoð. Hvað skyldu eiginlega margir regndropar vera búnir að detta ofan í hausinn á mér? hugsaði hann um leið og hann skaut inn í hellinn. Þar var niðarmyrkur. Fjöltnir sá bara svart hvert sem hann leit, upp eða niður, til hægri eða vinstri. Það var eins og hann væri hvergi. Hann læddist inn eftir hellinum með skrítna kitlandi tilfinningu í maganum. Allt í einu rakst hann á eitthvað og fékk bylmingshögg á ennið. „Æææææ“ kveinaði hann. „Æææææ, táin á mér.“ æpti Haki því að Fjöltnir hafði einmitt gengið á tána á honum. Gumpu kveikti ljós og þá blást stóratáin á Haka við, eldrauð með rosalegri vörtu. Ekki létu Haki og Gumpa á sér standa að koma og hjálpa til. Þau skálmudu niður að húsinu og Fjöltnir fékk að sitja á öxlinni á Gumpu alla leiðina. Hann ríghélt sér í hárið á henni til að detta ekki niður.

Kennslutilhögun

Umræður

Kennari segir þrjú hluta ævintýrisins. Rætt um efni sögunnar, um vanda Hlínar og Fjöltnis og hvað það er gott að eiga vini í raun. Á myndinni er margt að sjá. Leggja ber áherslu á að skoða formin og finna það sem hægt er að telja.

Bók

Nemendur prika við myndirnar um leið og þeir telja. Nóg er að nemendur priki við en þeir nemendur sem vilja geta einnig skráð fjöldann með tölustöfum.

Neðst á blaðsíðunni sjá nemendur hvernig draga má til tölustafanna 1, 2 og 3 og er ástæða til að þjálf skrift þeirra enn frekar. Umræðu um talnaskrift er að finna í inngangi kennarabókarinnar.

Leikir

Talnavísir. Þórarinn Eldjárn hefur ort talnavísir sem nemendur gætu haft gagn og gaman af því að læra. Hér mætti byrja með vísuna um einn og taka þær svo koll af kolli.

1, 2, 3. Í þessum leik sitja nemendur í hring og telja í kór endurtekið 1, 2, 3. Kennari telur með og bendir á nemendur einn af öðrum. Þegar sagt er 3 stendur sá nemandi upp sem bent er á. Sá vinnur sem lengst situr.

Dýrahjód. Nemendur velja þrjú dýr, t.d. hana, kött og hund. Hanninn galar einu sinni, kötturinn mjálmur tvisvar og hundurinn gæltir þrisvar. Draga má miða með mynd af dýrinu ef upp kemur köttur mjálma allir tvisvar. Kennari getur bent á nemendur og sagt eitt af dýrunum og nemandinn á þá að gefa frá sér dýrahjóð einu sinni, tvisvar eða þrisvar. Svo getur þetta gengið hringinn, gagg, mjá, mjá, voff, voff, voff o.s.frv. Þannig að nemendur taki hver við af öðrum.

Í tengslum við kynningu á fyrstu tölustöfum er gott að klappa takt og telja. Klappa má nöfn nemenda og telja hvað hver á mörg klöpp. Kennari getur útbúið súlurit um atkvæðafjölda, flest nöfn hafa 2, 3 eða 4 atkvæði. Formið getur verið á göllinu og nemendur fara í röð þar sem atkvæðafjöldi þeirra er.

2	3	4
---	---	---

Með því að nota ævintýri sem umgjörð skapast sameiginlegur heimur sem nemendur geta lifað sig inn í, spurt og spunnid út frá. Hugtök stærðfræðinnar nýtast nemendum þá til að lýsa, útskýra, rannsaka og ræða. Nemendur eiga auðveldara með að koma þekkingu sinni til skila út frá upplifunum og með tilvísun í ákveðna atburðarás. Stærðfræði er tæki til að skilja heiminn, nýta upplýsingar um rúm, lögum, tíma og magn með því að flokka, telja, raða og flytja. Stærðfræði og bókmenntir geta hjálpað okkur við að átta okkur á umheiminum, leysa þrautir, leita að tengslum, skoða mynstur, örva ímyndunarafl og því tengist inntak stærðfræði og bókmennta náid. Ævintýrið skapar góð tækifæri til að myndgera hugtök, búa til dæmi, finna rannsóknarefni, vinna að skráningu, örva val og ákvarðanatöku, þróa stærðfræðimál og sjálfstæða hugsun. Með því að segja nemendum ævintýri opnar kennarinn heim sem nemendur og kennari eiga saman og tengir þá.

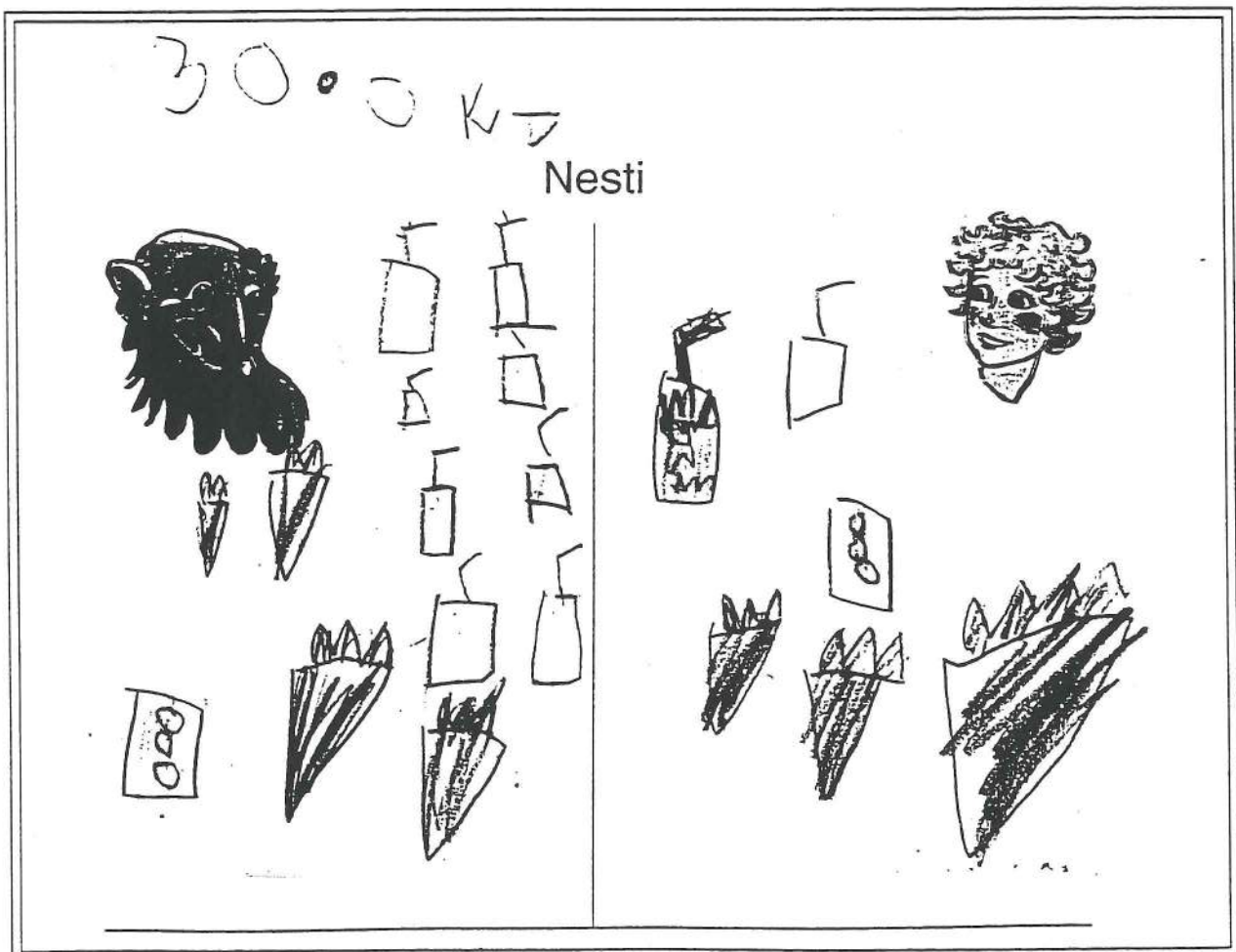
Námsgögn

Í námsefninu er lögð áhersla á að nemendur búi til sín eigin námsgögn, kynnist smáhlutasafni og margvíslegum kubbum. Nemendur eiga að búa til

umhverfið í Kynjadal og helstu verur. Þeir safna smáhlutum af ýmsum gerðum s.s. töppum, steinum, tölum, nöglum, lyklum og skeljum. Áhersla er lögð á að nemendur kynnist námsgögnunum vel, fyrst í frjálsum leik og nýti sér þau seinna sem hjálpartæki. Smáhlutasafn er uppspretta margvíslegra viðfangsefna. Þar má nefna skoðun á eiginleikum, pörum, mælingar, mynsturgerð og talningu. Einfestukubbar, sentikubbar, formkubbar og rök-kubbar eru þær helstu gerðir kubba sem gert er ráð fyrir að nemendur hafi aðgang að og kynnist á þessum fyrstu vikum skólagöngunnar.

Heimavinna

Mikilvægt er strax við upphaf skólagöngu að forráðamenn fái upplýsingar um vinnubrögð og viðfangsefni í námi barna sinna. Forráðamenn geta stutt mun betur við námið ef þeir vita hvaða kröfur og hvers konar vinna biður nemenda í skólanum. Það er ekki síður gagnlegt fyrir nemendur að fá stuðning á heimilum sínum. Í kennarabók eru settar fram hugmyndir um heimavinnuverkefni. Verkefni eru margvísleg og oftast er gert ráð fyrir að einhver á heimilinu aðstoði nemendur við að leysa þau t.d. með því að skrá. Stungið er upp á verkefnum



eins og að safna smáhlutum, búa til sögu um ákveðna tölu, telja glugga á húsum, spila á spil og teikna form.

Framhald

Áætlað er að námseiningin *Kátt er í Kynjadal* taki um sex vikur í kennslu. Síðan er gert ráð fyrir að við taki danski bókaflokkurinn *Faktor* sem enn hefur ekki fengið íslenskt heiti. Ákveðið hefur verið að þessi flokkur verði staðfærður fyrir fyrstu fjóra bekkina. Í 1. bekk samanstendur námsefnið af tveimur nemendabókum, námsgagnamöppu, forriti o.fl. Námsefninu er skipt upp í kafla og er nemendum ætlað að vinna að margbreytilegum verkefnum. Nokkur þemaverkefni er að finna í námsefninu s.s. jól, hús og leikir. Áhersla er lögð á hlutbundna vinnu, fjölbreytta nálgun, umræður og að viðfangsefni séu sprottin úr umhverfi nemenda. Hluti námsefnisins er frumsaminn. Þar er að finna verkefni byggð á hugmyndafræði *stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna*, þrautir og aukna áherslu á mælingar og aðra rúmfræði. Áætlað er að námsefni 1. bekkjar komi út í vetur.

Lokaorð

Margt hefur breyst á þeim tuttugu árum sem liðin eru síðan nýtt grunnámsefni í stærðfræði leit dagsins ljós. Þjóðfélagið hefur breyst mikið og ekki síst hafa tækniframfarir verið miklar. Á þessum tíma hafa verið gerðar margvíslegar rannsóknir á stærðfræðinámi og -kennslu. Þessar rannsóknir hafa skapað nýjan grundvöll fyrir námsefnishöfunda og aðra sem sinna kennslu og skipulagningu skólastarfs. Við gerð námsefnisins *Kátt er í Kynjadal* og danska bókaflöksins *Faktor* er reynt að nýta þann fróðleik sem rannsóknir hafa leitt í ljós, auk þess sem leitast er við að draga lærdóm af reynslunni sem fengist hefur af notkun námsefnisins *Stærðfræði handa grunnskólum*. Áhersla er lögð á að leggja góðan grunn að skilningi, valdi á vinnubrögðum, jákvæðu viðhorfi til stærðfræði og víðtækri faglegri undirstöðu. Guðbjörg Pálsdóttir er höfundur námsefnisins *Kátt er í Kynjadal* og vinnur nú að staðfærslu bókaflöksins *Faktor* ásamt Sigrúnu Ingimarsdóttur.

Guðbjörg Pálsdóttir er kennari við Háteigsskóla.

Höfum við gengið til góðs?

Árið 1901 veitti Alþingi Guðmundi Finnbogasoni tveggja ára styrk til að kynna sér mennta- og uppeldismál erlendis og koma með tillögur um fyrirkomulag þessara mála á Íslandi. Hann birti tillögur sínar í bókinni *Lýðmentun*, sem kom út árið 1903. Bókin er öllum kennurum holl lesning og fróðlegt er að lesa hana í ljósi þeirra hræringa sem nú eiga sér stað í stærðfræðikennslunni hér á landi.

„En ég skal undireins taka það fram, að eigi reikningskenslan að æfa og efla skilninginn og vekja sjálfstæða hugsun, má ekki haga henni eins og hér á sér stað víðast á Íslandi þar sem ég þekki til. Börnin læra reikningsaðferðirnar og nota þær, án þess að skilja minstu vitund hvernig á þessum aðferðum stendur, hvers vegna farið er svona að því og ekki öðru vísi. En slíkt er niðurdrep fyrir allan skilning og sjálfstæða hugsun. Börnin verða líkust reiknivélum þeim er hugvitsamir menn hafa smíðað úr tré og málmi, nema hvað þau eru miklu óáreiðanlegri. Það verður að setja tölurnar eftir vissum reglum inn í vélarnar, bæði hinar dauðu og hinar lifandi, og svo deila þær eða margfalda en sjálfar vita þær ekkert hvað þær hafast að. Slík skynlaus reikningskunnátta er þýðingarlaus í daglegu lífi. Atvikin rétta að oss reikningsdæmin »óuppsett«, og þá þurfum við fyrst að skilja hvað um er að vera, skilja þau stærðarhlutföll sem um er að ræða, og þar næst að hafa næga leikni til að inna útreikninginn fljótt af hendi. Þetta tvent, skilningur og leikni, útheimtist til að reikna vel, og það verður að haldast í hendur og styðja hvað annað. Börnin verða frá byrjun að skilja út í æsar hvað þau hafast að, þegar þau telja og reikna. Og alstaðar þar sem reikningskenslan er komin í rétt horf er hún byggð á hlutskoðun. Börnin fá hugmyndirnar um tölurnar og sambönd þeirra við að athuga og fást við sýnilega og áþreifanlega hluti, telja þá og reikna með þeim. Má nota til þess fingurna, smásteina, glerbrot, teninga, peninga, eða kúlurnar í kúlnagrindinni, stryk, púnkta eða hringi, sem dregnir eru á skólatöfluna o. s. frv.“

(Lýðmentun: Guðm. Finnbogason, bls. 81-82)

FLATAR mál

2. tbl. 6. árg.

Guðný Helga Gunnarsdóttir og Sigrún Ingimarsdóttir Janet Duffin á Íslandi — Vasareiknar til hvers?	1
Guðný Helga Gunnarsdóttir Stærðfræðiáttak í Hafnarfirði	4
Guðlaug Bjarnadóttir og Hugrún B. Haraldsdóttir Stærðfræðinámskeið fyrir foreldra og börn	6
Sólveig Baldursdóttir Af sjónarhóli móður	7
Anna Kristjánsdóttir Talnahrýningar	8
Guðmundur Birgisson Mælt með reiknivélum	11
Rögnvaldur G. Möller Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 1984-1998 — nýtkomin bók	14
Hafdís Guðjónsdóttir Margt nýtt er á döfinni í stærðfræðikennslu	16
Meyvant Þórólfsson Stærðfræðiáttak í Reykjavík	19
Lárus Thorlacius Þrenna — skemmtileg heilaleikfimi	20
Dagatal	22
Guðbjörg Pálsdóttir Stærðfræði fyrir byrjendur – Kátt er í Kynjadal	23